

Fortgeschrittenenpraktikum „ECR Ionenquelle“

Pratikumsbeginn:	Freitag ca. 08.00 Uhr <i>(Der Anfangszeitpunkt ist mit dem Busfahrplan abgestimmt)</i>
Praktikumsort:	FZ Rossendorf Institut für Ionenstrahlphysik und Materialforschung
Gebäude	Nr. 97
Raum:	111
Anmeldung bei:	Dr. G.Zschornack Gebäude 97 Raum 301
oder	Frau K.Arndt Gebäude 97 Raum 144
Kontakt:	PD Dr. G.Zschornack Tel.: 0351 260 2212 Fax: 0351 260 23285 zschornack@physik.tu-dresden.de

Einführung

Elektron-Zyklotron-Resonanz (ECR)¹ Ionenquellen sind Plasmaionenquellen, bei denen die Heizung des Plasmas über die *Elektron-Zyklotron-Resonanz* erfolgt. Dabei wird eine Mikrowelle im Gigahertzbereich in ein Plasmavolumen eingespeist, welches von einem Magnetfeld der Induktion B durchdrungen wird. Ist die *Larmorfrequenz* ω_L der um die magnetischen Feldlinien gyrierenden Elektronen gleich der Mikrowellenfrequenz ω_{HF}

$$\omega_L = \omega_{HF}$$

kommt es zu einem resonanten Energieübertrag auf die Plasmaelektronen, d.h. die Elektronenenergie wächst und damit das Vermögen der Plasmaelektronen, Elektronen aus fester gebundenen atomaren Zuständen zu ionisieren. Dies bewirkt in Verbindung mit den großen Ionisationsvolumina dieser Quellen, daß ECR-Ionenquellen vergleichsweise hohe Ströme hochgeladener Ionen liefern.

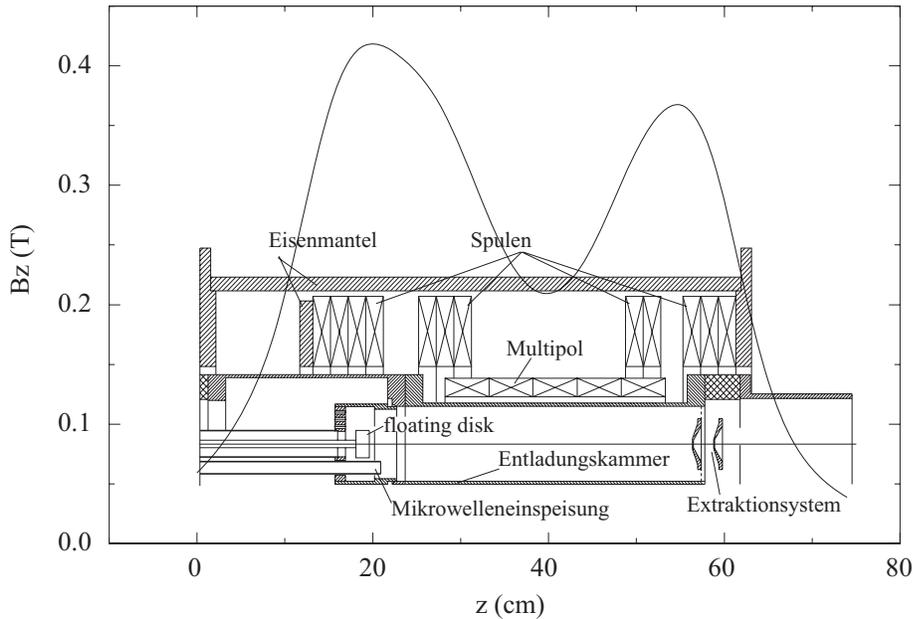


Abbildung 1: Funktionsschema einer ECR-Ionenquelle.

Technisch wird eine ECR-Ionenquelle realisiert (siehe Abb. 1), indem ein magnetisches Spiegelfeld durch ein Paar Helmholtzspulen erzeugt wird, das den axialen Plasmaeinschluß gewährleistet und welches zusätzlich mit dem Feld eines magnetischen Multipols (Sextupols) überlagert wird, damit auch der radiale Einschluß erfolgen kann. Die Elektronen werden durch die eingestrahlte Mikrowelle auf sogenannten „Resonanzflächen“ geheizt, für die die o.g. Resonanzbedingung gilt. Für die im Experiment vorliegende Mikrowellenfrequenz von 14,5 GHz bedeutet dies eine magnetische Induktion von 0,52 T. Die Mikrowelle wird dabei über eine Antenne in den Rezipienten eingestrahlt. Das eingesetzte Arbeitsgas wird mit einem speziellen Ventil in die Quelle dosiert eingeleitet.

¹ECR (*engl.*): Electron Cyclotron Resonance

In der im Experiment eingesetzten ECR-Ionenquelle wird das Magnetfeld durch eine Anordnung von Permanentmagneten erzeugt. Dies hat im Gegensatz zu Quellen, bei denen das Feld durch Solenoidspulen erzeugt wird, zur Folge, dass die Quelle sehr kompakt aufgebaut ist und dass zusätzlich keine elektrische Leistung zur Generation des Magnetfeldes benötigt wird.



Abbildung 2: ECR-Ionenquelle im Institut für Ionenstrahlphysik und Materialforschung des FZ Rossendorf

Im Betriebsregime ist die ECR-Ionenquelle aus Strahlenschutzgründen mit einer zusätzlichen Abschirmvorrichtung für die entstehende Elektronenbremsstrahlung umgeben. Ein Foto der eingesetzten ECR-Ionenquelle bei geöffneter Abschirmung ist in Abb. 2 gezeigt.

Praktikumsaufgaben:

1. Einstellung und Kontrolle der Betriebsparameter der ECR-Ionenquelle.

Damit sich in der Ionenquelle ein Plasma ausbilden kann, müssen bestimmte Betriebsparameter der Quelle eingestellt werden. Dies erfolgt über einen Steuerrechner, von dem aus wichtige Betriebsparameter wie die eingespeiste Mikrowellenleistung und das in der Quelle herrschende Vakuum kontrolliert und partiell gesteuert werden können.

Für die vorgesehenen Experimente sind folgenden Quellenparameter zu realisieren:

- Mikrowellenleistung: 35 ... 300 W
- Vakuum: $\approx 10^{-4}$ Pa

Unter Anleitung des Betreuers werden die erforderlichen Betriebsparameter computergestützt eingestellt und protokolliert.

2. Protokollierung der Abhängigkeit der Strahlungsemission aus dem ECR-Plasma bei wachsender Mikrowellenleistung.

Hierzu ist eine Meßreihe aufzunehmen, bei der die Abhängigkeit der aus der Quelle emittierten Quantenstrahlung als Funktion der eingespeisten Mikrowellenleistung für $P_{HF} = 35 \dots 300$ W mit einem Strahlungsmonitor detektiert wird.

Die erhaltene Abhängigkeit ist zu diskutieren. Überlegen Sie, aus welchen Strahlungskomponenten sich die detektierte Strahlung zusammensetzt. Was sind die Ursachen für das Auftreten der einzelnen Strahlungskomponenten?

3. Energiedispersive Röntgenspektroskopie am Xenonplasma

Das Experiment erfolgt computergestützt mit einem hochreinem Ge-Halbleiterdetektor (HP Ge), welcher durch ein Kollimatorsystem direkt die von einem Xenonplasma emittierte charakteristische Röntgenstrahlung detektiert.

Teilaufgaben:

- Aufnahme eines Röntgenspektrums bei vorgegebenen Quellenparametern und Interpretation des Meßspektrums (Linienidentifikation).
- Bestimmung des im Experiment geltenden Raumwinkels.
- Bestimmung der Strahlungsschwächung für die Linien der charakteristischen Röntgenstrahlung der Xenon K- und L-Serie für experimenttypische Dicken der im Experiment als absorbierende Materialien auftretenden Medien Beryllium und Luft.

Die Analyse der Strahlungsschwächung erfolgt rechnergestützt mit einem bereitgestellten Computerprogramm. Erläutern Sie die erhaltenen Ergebnisse und diskutieren Sie, welche physikalischen Basisprozesse die Strahlungsschwächung von charakteristischer Röntgenstrahlung dominant beeinflussen. Welchem Schwächungsgesetz unterliegt die Strahlungsschwächung?

- Diskussion des Einflusses der Röntgenfluoreszenzausbeute auf die spektroskopischen Ergebnisse.
- Experimentelle Untersuchung der Änderung der Elektronenenergieverteilungsfunktion im Plasma bei variierender Mikrowellenleistung ($P_{HF} = 35 \dots 500 \text{ W}$) über das Intensitätsverhältnis der detektierten Xe L_α und Xe K_α Linien.
- Stellen Sie erhaltenen Ergebnisse graphisch dar und diskutieren Sie die Ergebnisse. Was läßt sich über die Elektronenpopulation im ECR-Plasma bei verschiedenen eingespeisten Mikrowellenleistungen aussagen?

Ergänzende Ausführungen zur Röntgenphysik

Charakteristische Röntgenstrahlung

Charakteristische Röntgenstrahlung entsteht durch Übergänge zwischen verschiedenen Elektronenzuständen eines Atoms oder Ions infolge des Auffüllens einer primären Innerschalenlücke. Die Eigenschaften der charakteristischen Röntgenstrahlung werden durch die Kernladungszahl Z und die Verteilung der Elektronen über verschiedene mögliche Quantenzustände bestimmt. Als Energie E_i eines am Röntgenübergang beteiligten Ausgangsniveaus wird die Energie eines Elektronenzustandes definiert, in dem das Atom eine Lücke in der i -ten Unterschale besitzt. Wird von strahlungslosen Übergängen abgesehen, führt der Übergang $i \rightarrow f$ aus dem Zustand i in den Zustand geringerer Energie f zur Emission eines Röntgenquantes mit der Energie $E_i - E_f$. Dieses Quant korrespondiert der Emission einer Strahlung der Frequenz ν , der Vakuumwellenlänge λ und einer Wellenzahl k entsprechend

$$E_i - E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hck \quad (1)$$

Eine Abschätzung für die Frequenzen der Linien der charakteristischen Röntgenstrahlung kann über das *Moseleysche Gesetz* erfolgen

$$\nu_{n_1 n_2} = (Z - \sigma)^2 R_\infty \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2)$$

mit Z – Ordnungszahl der angeregten Atome, σ – Abschirmkonstante, R_∞ – Rydbergfrequenz, n_1, n_2 – Hauptquantenzahlen der am Übergang beteiligten Niveaus.

Das *Ritzsche Kombinationsprinzip* (Ritz 1908) besagt entsprechend dem oben dargelegten Mechanismus der Entstehung von Röntgenlinien, daß zwei beliebige Energieniveaus kombinieren und so eine Linie im Spektrum erzeugen können. Dies trifft im Prinzip zu, jedoch ergeben die meisten Niveaupaaare Linien mit vernachlässigbar schwacher Intensität, da die Stärke des Überganges durch verschiedene Auswahlregeln eingeschränkt werden kann. Auswahlregeln für mögliche Elektronenübergänge, die in der Praxis von Bedeutung sein können, werden in Tabelle 1 angegeben.

Tabelle 1: Auswahlregeln für mögliche Elektronenübergänge verschiedener Multipolarität

Strahlung	Multipol	$ \Delta l $	$ \Delta j $	Beschränkung für j
elektrische	Dipol	1	0,1	$0 \leftrightarrow 0$
	Quadrupol	0,2	0,1,2	$\frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{1}{2}$
	Oktupol	1,3	0,1,2,3	$\frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{1}{2}$
magnetische	Dipol	0,2	0,1	$0 \leftrightarrow 0$
	Quadrupol	1	0,1,2	$\frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{1}{2}$

Röntgenübergänge werden durch eine Kombination der entsprechenden Symbole für die am Übergang beteiligten Elektronenniveaus oder durch ein empirisches Symbol bezeichnet, welches aus der Schalenbezeichnung des Niveaus mit der Primärvakanz und einem einfachen bzw. doppelten Index besteht, so z.B.

$$K_{\alpha_1} = KL_{III} = 1s_{\frac{1}{2}} - 2p_{\frac{3}{2}}$$

$$K_{\alpha_2} = KL_{II} = 1s_{\frac{1}{2}} - 2p_{\frac{1}{2}}$$

K_{α} = unaufgelöstes KL -Dublett usw.

Eine Übersicht über die Nomenklatur der Röntgenübergänge wird in Tabelle 2 gegeben.

Tabelle 2: Nomenklatur der Röntgenübergänge. In der Kopfzeile ist das Niveau der Primärvakanz (Serie) angegeben.

Endniveau	K	L I	L II	L III	M I	M II	M III	M IV	M V
L I L II L III	α_3 α_2 α_1								
M I M II M III M IV M V	β_3 β_1 β_5^{II} β_5^I	β_4 β_3 β_{10} β_9	η β_{17} β_1	l t s α_2 α_1					
N I N II N III N IV N V N VI N VII	β_2^{II} β_2^I β_{4x} β_4	γ_2 γ_3 γ_{11}	γ_5 γ_1 v'	β_6 β_{15} β_2 u' u			γ_2 γ_2	ξ_2 β	ξ_1 α_2 α_1
O I O II O III O IV O V		$\gamma_{4'}$ γ_4	γ_8 γ_6	β_7 β_5 β_5					

Der für charakteristische Röntgenstrahlung typische Quantenenergiebereich wird in Bild 3 dargestellt.

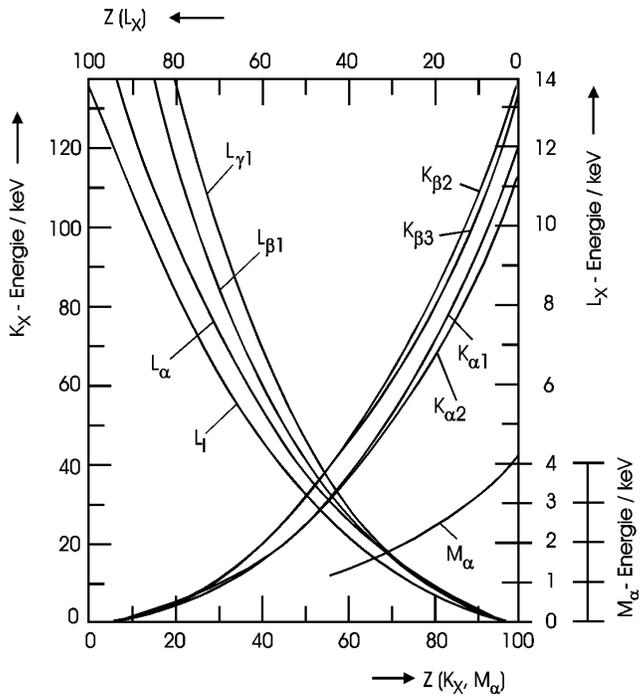


Abbildung 3: Übergangsenergien der K- und L-Röntgenserien als Funktion der Ordnungszahl Z (Moseleysches Gesetz)

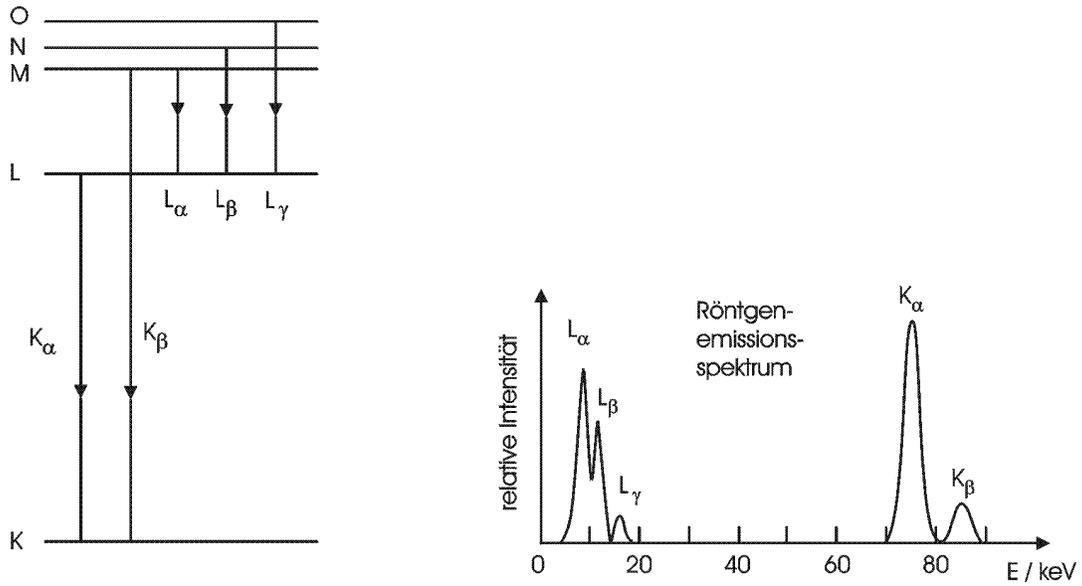


Abbildung 4: Entstehung charakteristischer Röntgenstrahlung bei der Auffüllung von Innerschalenlücken und prinzipielles Erscheinungsbild von Röntgenspektren.

Die in der spektroskopischen Praxis am häufigsten beobachteten Röntgenlinien sind die K_α - und K_β -Linien, gefolgt von den L_α -, L_β - und L_γ -Linien. Als Orientierung kann für das relative Intensitätsverhältnis zwischen K_α - und K_β -Linien 6:1 und für L_α - zu L_β - und L_γ -Linien 9:6:1 angegeben werden.

Das prinzipielle Erscheinungsbild von Spektren der charakteristischen Röntgenstrahlung wird in Bild 4 dargestellt.

Elektronenbremsstrahlung

Neben dem Auftreten charakteristischer Röntgenstrahlung wird bei spektroskopischen Untersuchungen an der ECR-Ionenquelle auch Elektronenbremsstrahlung beobachtet, welche aus 2 Komponenten besteht:

- Volumenbremsstrahlung, d.h. Bremsstrahlung die direkt aus dem Plasma emittiert wird und
- Bremsstrahlung aus der Wechselwirkung von aus dem Plasma austretenden Elektronen mit den Konstruktionsmaterialien.

Durchfliegt ein Teilchen der Masse m und der Ladung Z_1e das Feld einer Ladung Z_2e , erfährt es in klassischer Betrachtungsweise eine dem Produkt Z_1Z_2 proportionale Coulombkraft und damit eine zu Z_1Z_2/m proportionale Beschleunigung. Diese Beschleunigung ist mit einer Strahlungsemission verbunden, deren Intensität proportional zu $Z_1^2Z_2^2/m^2$ ist. Daraus ergibt sich, daß Bremsstrahlungsverluste für schwere Teilchen kaum berücksichtigt werden müssen. Daher soll im folgenden nur auf die Elektronenbremsstrahlung eingegangen werden, die vom ECR-Plasma auch tatsächlich emittiert wird.

Von Bethge und Ashkin [1] und Heitler [2] wurde der Bremsstrahlungsverlust von Elektronen im Feld der Kerne und Atomelektronen berechnet. Für Elektronenenergien im Bereich $E \gg m_0c^2\alpha^{-1}Z^{-\frac{1}{3}}$ (α : Feinstrukturkonstante) gilt

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{3}{8\pi} \alpha\sigma_0NZ(Z + \xi)E \left[4 \ln \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}} + \frac{2}{9} \right] \quad (3)$$

ξ ist dabei ein Maß für die Abschirmung und dem Verhältnis aus dem Beitrag der Elektronen zum Beitrag des Kernes am Gesamtenergieverlust durch Bremsstrahlung proportional. Nach [1] nimmt ξ zwischen $Z = 7$ und $Z = 75$ linear vom Wert 1,30 bis auf 1,12 ab. N gibt die Zahl der Atome pro cm^3 an und σ_0 ist der Thomsonsche Streuquerschnitt.

Für den Energiebereich $E \ll m_0c^2\alpha^{-1}Z^{-\frac{1}{3}}$ gilt

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{3}{8\pi} \alpha\sigma_0NZ(Z + 1)(E + m_0c^2) \left[4 \ln \frac{2(E + m_0c^2)}{m_0c^2} - \frac{3}{4} \right] \quad (4)$$

Als Hauptcharakteristika der Bremsstrahlung können genannt werden:

1. Die Intensität der Strahlung ist über den gesamten Frequenzbereich bis zu einer kurzwelligen Grenzwellenlänge λ_{max} (Grenzfrequenz ν_{max}) verteilt (siehe auch Bild 5).
2. Die Grenzwellenlänge λ_{max} hat den Wert

$$\lambda_{max} = \frac{hc}{eU} \quad (5)$$

mit U – Beschleunigungsspannung der Elektronen.

3. Mit wachsender Elektronenenergie ist die Winkelverteilung der emittierten Quanten zunehmend nach vorwärts gerichtet.
4. Die Bremsstrahlungsleistung bei vollständiger Absorption eines Elektronenstrahles der Stromstärke I [A] und der Beschleunigungsspannung U [V] in Materie der Ordnungszahl Z beträgt nach [3]

$$P = 1,5 \cdot 10^{-9} ZIU^2 \quad [W] \quad (6)$$

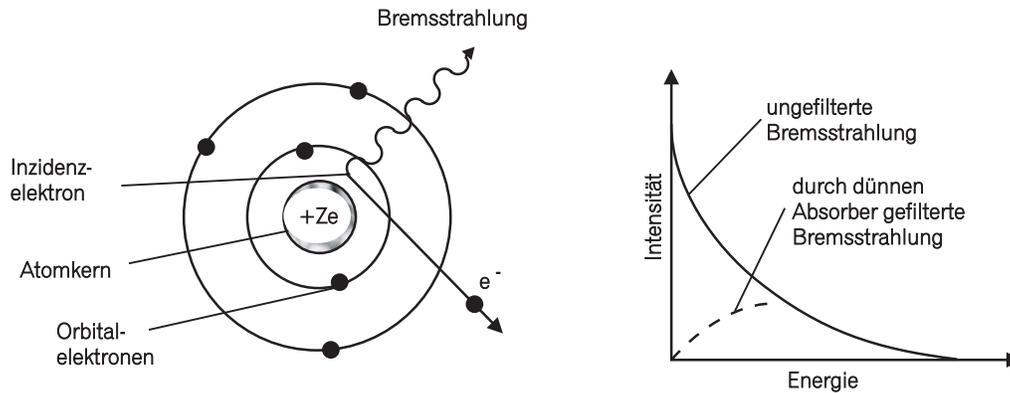


Abbildung 5: Entstehung und Energiespektrum von Elektronenbremsstrahlung

Die Wechselwirkung elektromagnetischer Strahlung

Wechselwirkungsprozesse

Die Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung mit Materie unterscheidet sich aufgrund der fehlenden Ruhemasse und elektrischen Ladung der Photonen wesentlich von den für geladene Teilchen charakteristischen Wechselwirkungsprozessen. Können geladene Teilchen in vielen Einzelprozessen ihre Energie auf die Elektronen der Atomhülle in Bremsprozessen übertragen, so gilt für Photonen:

1. Ein Photonenstrahl erfährt *keine Energieverminderung* bei dem Durchtritt durch eine dicke Materieschicht, sondern nur eine *Intensitätsschwächung*. Photonen werden entweder durch Absorptions- oder Streuprozesse aus dem Strahl entfernt oder sie erfahren keine Wechselwirkung und erhalten so ihre ursprüngliche Energie.
2. Photonen besitzen eine wesentlich höhere *Durchdringungsfähigkeit* durch Materie als geladene Teilchen, da ihre Wechselwirkungswahrscheinlichkeit vergleichsweise gering ist.

Die Wechselwirkung von Photonen erfolgt vorwiegend mit Elektronen der Atomhülle über

1. den Photoeffekt
2. den Comptoneffekt (einschließlich Thomson- und Rayleighstreuung)
3. den Paarbildungseffekt (im ECR-Plasma nicht relevant).

Photoeffekt

Bei dem *Photoeffekt* geben Photonen ihre Energie vollständig an Elektronen der Atomhülle ab. Dabei wird das wechselwirkende Photon absorbiert und ein Elektron der Energie E_e wird emittiert, dessen Energie gleich der Photonenenergie E_γ , vermindert um die Bindungsenergie des betreffenden Elektrons in der Atomhülle, ist

$$E_e = E_\gamma - E_B$$

(7)

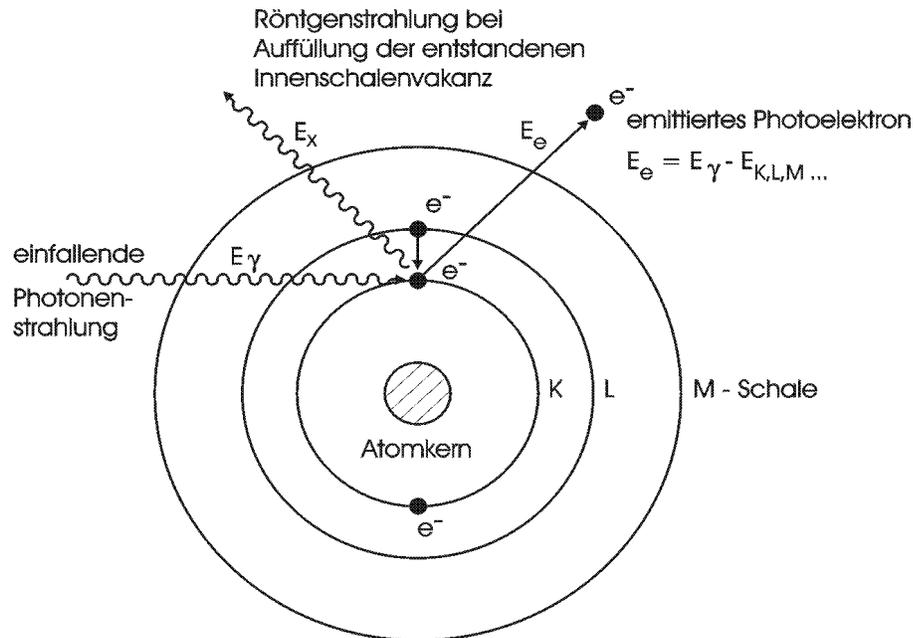


Abbildung 6: Photoeffekt in der Atomhülle.

Die dabei emittierten Elektronen sind als *Photoelektronen* bekannt. Eine Darstellung des Photoeffektes erfolgt in Bild 6. Die durch den Photoeffekt entstandene Innerschalenvakanz wird durch ein Elektron aus einem höheren Elektronenniveau aufgefüllt. Dieser Prozeß ist mit der Emission charakteristischer Röntgenstrahlung oder von Augerelektronen verbunden. Über Sekundärwechselwirkungen erzeugt das Photoelektron Elektronen-Ionen-Paare, angeregte Atome und Photonen aus Abregungsprozessen.

Aus Impulserhaltungsgründen kann kein freies Elektron ein Photon absorbieren. Daher erfolgt der Photoeffekt stets an gebundenen Elektronen der Atomhülle, wobei der Atomkern den Rückstoßimpuls aufnimmt. Anhand des Massenschwächungskoeffizienten für Blei wird in Bild 7 der typische Verlauf des Querschnittes für den Photoeffekt angegeben (Massenschwächungskoeffizient und Querschnitt können über einen Konversionsfaktor ineinander überführt werden). Bei Energien oberhalb der K-Schalen-Elektronenbindungsenergie ist der Photoquerschnitt vergleichsweise klein, beim Erreichen der K-Schalenenergie wächst er rapide an. Unterhalb der K-Schalenenergie fällt der Querschnitt deutlich ab, da die Elektronen der K-Schale zum Photoeffekt nicht mehr beitragen. Der beschriebene steile Abfall im Photoionisationsquerschnitt wird auch als *K-Absorptionskante* bezeichnet. Unterhalb der K-Schalenenergie wächst der Querschnitt wieder an und weist die nächsten Sprünge

beim Erreichen der Elektronenbindungsenergien der nächsten Unterschalen ($L_i; M_j; \dots$) auf. Man spricht dann von L-Absorptionskanten, M-Absorptionskanten usw.

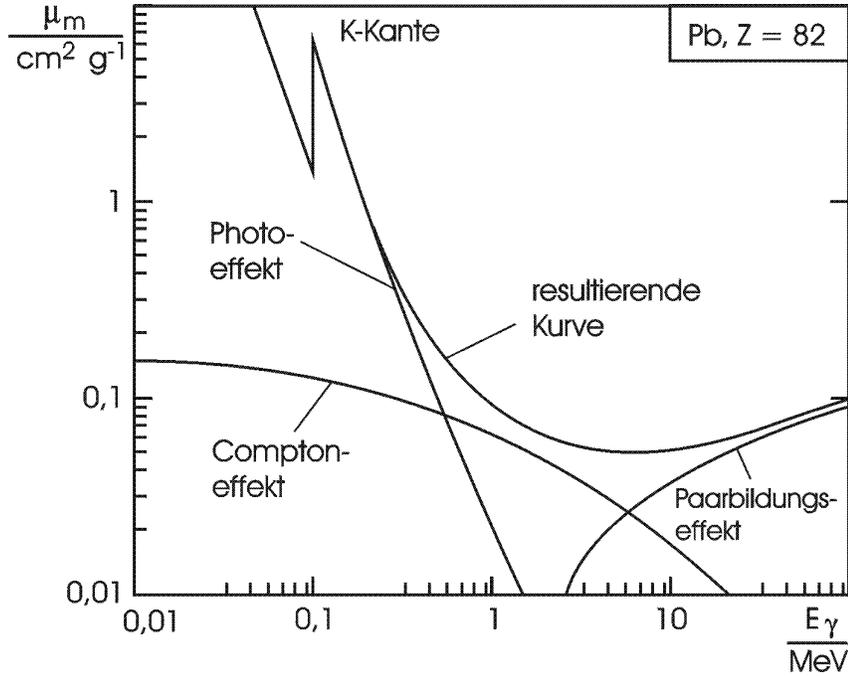


Abbildung 7: Massenschwächungskoeffizient μ_m von Blei ($Z = 82$) als Funktion der Quantenenergie E_γ .

In der Regel werden Photoelektronen aus den am stärksten gebundenen Niveaus emittiert, die von der einfallenden Quantenstrahlung ionisiert werden können. Weist das einfliegende Photon Energien oberhalb der K-Schalen-Bindungsenergie auf, dann werden ca. 80 % der Photoelektronen aus der K-Schale und 20 % aus der L-Schale emittiert.

Die theoretische Beschreibung des Photoeffektes kann für nichtrelativistische Energien (Photoenergie $h\nu \ll m_e c^2$; m_e - Elektronenruhemasse) im Rahmen der Bornschen Näherung berechnet werden. Für die K-Schale gilt dann

$$\sigma_K = \sigma_{Th} \frac{Z^5}{137^4} 4 \sqrt{2} \left(\frac{m_e c^2}{h\nu} \right)^{\frac{7}{2}} \quad (8)$$

mit

$$\sigma_{Th} = \frac{8}{3} \pi r_e^2 \quad (\text{Querschnitt für die Elektron-Thomson-Streuung})$$

und r_e - klassischer Elektronenradius.

Bei schweren Elementen und im Energiegebiet der Ionisierungsenergie ($h\nu \approx E_B$) ist die Bornsche Näherung nicht mehr anwendbar. Für sehr große $h\nu$

$$h\nu \gg m_e c^2 ; \quad \gamma \approx \frac{h\nu}{m_e c^2} \gg 1 \quad (9)$$

gilt

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \sigma_K = \frac{3}{2} \sigma_{Th} \frac{m_e c^2}{h\nu} \quad (10)$$

Somit ergibt sich bei

kleinen Photonenenergien	$\sigma_K \sim Z^5 (h\nu)^{-7/2}$
großen Photonenenergien	$\sigma_K \sim Z^5 (h\nu)^{-1}$

Im intermediären Photonenenergiebereich liegen alle entsprechenden Übergangswerte von $(h\nu)^{-m}$. Die Z^5 -Abhängigkeiten in den Gleichungen 8 und 10 kann als gute Approximation angesehen werden. Strenggenommen variiert der Exponent von Z zwischen 4 und 5 mit der Photonenenergie; auf jeden Fall gilt aber eine sehr starke Z -Abhängigkeit.

Die gefundenen Proportionalitäten sagen aus, daß

1. der Photoeffekt bei kleinen Quantenenergien und in einer Vielzahl von Materialien dominant ist;
2. Photonen in Materialien mit hohen Z wesentlich stärker als in solchen mit niedrigem Z absorbiert werden.

Aus den genannten Gründen wird Blei zur Abschirmung von Quantenstrahlung eingesetzt und Materialien mit hohen Z sind besonders zum Photonennachweis geeignet.

Comptoneffekt

Beim *Comptoneffekt* wechselwirkt das einfallende Photon mit einem Elektron aus einer äußeren Atomschale. Wird davon ausgegangen, daß die Energie des Inzidenzphotons genügend groß gegenüber der Elektronenbindungsenergie ist, kann die Wechselwirkung als elastische Streuung des einfallenden Photons an einem quasifreien Elektron aufgefaßt werden und es gelten die Gesetze der Stoßkinematik zwischen zwei Teilchen. Der Prozeß der Comptonstreuung wird in Bild 8 dargestellt.

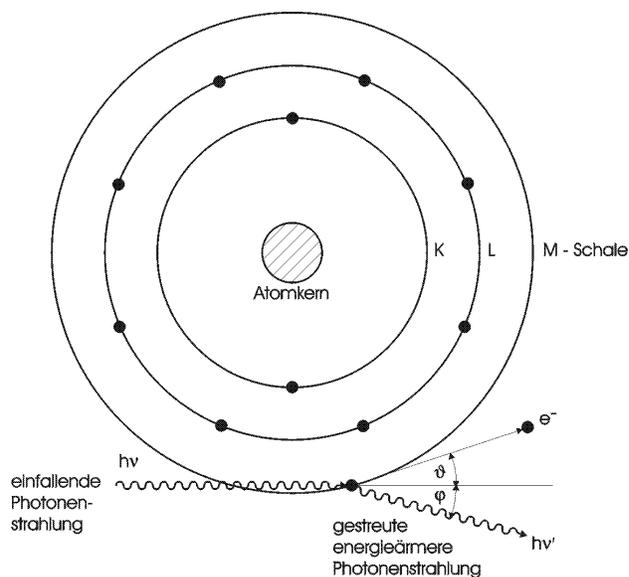


Abbildung 8: Comptonstreuung an schwach gebundenen Elektronen

Nach dem Impulserhaltungssatz bestehen zwischen den Impulskomponenten in Stoß-

richtung und den Komponenten senkrecht zur Stoßrichtung die Beziehungen

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \varphi + \frac{m_e c \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \vartheta \quad (11)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \varphi - \frac{m_e c \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \vartheta \quad (12)$$

Der Energieerhaltungssatz ergibt die Beziehung

$$h\nu = h\nu' + m_e c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) \quad (13)$$

Aus den Gleichungen (11) bis (13) lassen sich durch Eliminierung von jeweils 2 Größen $\beta, \vartheta, \varphi, h\nu'$ die Beziehungen für die Energie $h\nu'$ des gestreuten Photons, die Energie E_C des Comptonelektrons sowie für die Winkel ϑ und φ erhalten:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \alpha(1 - \cos \varphi)} \quad ; \quad \beta, \vartheta \quad \text{eliminiert} \quad (14)$$

$$E_C = h\nu \frac{(1 - \cos \varphi)}{1 + \alpha(1 - \cos \varphi)} \quad ; \quad \vartheta, h\nu' \quad \text{eliminiert} \quad (15)$$

$$E_C = h\nu \frac{2\alpha \cos^2 \vartheta}{(1 + \alpha)^2 - \alpha^2 \cos^2 \vartheta} \quad ; \quad \varphi, h\nu' \quad \text{eliminiert} \quad (16)$$

$$\cos \varphi = 1 - \frac{2}{(1 + \alpha)^2 \tan^2 \vartheta + 1} \quad ; \quad \beta, h\nu' \quad \text{eliminiert} \quad (17)$$

$$\cot \vartheta = (1 + \alpha) \tan \frac{\varphi}{2} \quad ; \quad \beta, h\nu' \quad \text{eliminiert} \quad (18)$$

mit $\alpha = h\nu/m_e c^2$.

Der Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung läßt sich mit Hilfe der Diracschen Theorie des Elektrons exakt berechnen. Für unpolarisierte Primärstrahlung ergibt sich der differentielle Streuquerschnitt aus der Klein-Nishina-Formel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{(1 + \alpha(1 - \cos \varphi))^2} \left(1 + \cos^2 \varphi + \frac{\alpha^2(1 - \cos \varphi)^2}{1 + \alpha(1 - \cos \varphi)} \right) \quad (19)$$

Die Integration von Gleichung (19) über $d\Omega$ ergibt die Gesamtwahrscheinlichkeit pro Elektron, daß eine Comptonstreuung erfolgt

$$\sigma_C = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \alpha}{\alpha^2} \left(\frac{2(1 + \alpha)}{1 + 2\alpha} - \frac{1}{\alpha} \ln(1 + 2\alpha) \right) + \frac{1}{2\alpha} \ln(1 + 2\alpha) - \frac{1 + 3\alpha}{(1 + 2\alpha)^2} \right\} \quad (20)$$

Bei dem Wechselwirkungsprozeß wird ein Teil der Energie auf das Comptonelektron übertragen und i.a. vom vielatomigen Streumaterial absorbiert. Den anderen Energieanteil führt die gestreute Photonenstrahlung mit sich. Es ist deshalb für viele Zwecke nützlich, den Gesamtstreuquerschnitt σ_C in einen Absorptionsquerschnitt σ_C^a und einen Streuquerschnitt σ_C^s zu zerlegen

$$\sigma_C = \sigma_C^a + \sigma_C^s \quad (21)$$

Zur Bestimmung von σ_C^s wird die Gleichung

$$\frac{d\sigma_C^s}{d\Omega} = \frac{h\nu'}{h\nu} \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (22)$$

integriert und wir erhalten

$$\sigma_C^s = \pi r_e^2 \left(\frac{1}{\alpha^3} \ln(1+2\alpha) + \frac{2(1+\alpha)(2\alpha^2-2\alpha-1)}{\alpha^2(1+2\alpha)^2} + \frac{8\alpha^2}{3(1+2\alpha)^3} \right) \quad (23)$$

Der Absorptionsquerschnitt σ_C^a berechnet sich dann aus der Differenz

$$\sigma_C^a = \sigma_C - \sigma_C^s \quad (24)$$

Im Hinblick auf die Strahlungsdetektion ist das *Energiespektrum der Comptonelektronen* von besonderer Bedeutung. Ausgehend von der Klein-Nishina-Formel ergibt sich

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{\pi r_e^2}{m_e c^2 \alpha^2} \left(2 + \frac{(E/h\nu)^2}{\alpha^2(1-E/h\nu)^2} + \frac{E/h\nu}{1-E/h\nu} \left(\frac{E}{h\nu} - \frac{2}{\alpha} \right) \right) \quad (25)$$

Die maximal realisierbare Rückstoßenergie folgt aus kinematischen Betrachtungen zu

$$E_{max} = h\nu \left(\frac{2\alpha}{1+2\alpha} \right) \quad (26)$$

Dieser Wert wird auch als *Comptonkante* bezeichnet. Der maximale Wert der Comptonelektronenenergie ist stets kleiner als die Energie der einfallenden Photonen. Er entspricht einem zentralen Stoß, bei dem das Photon rückwärts gestreut wird ($\varphi = 180^\circ$). Gleichung (14) reduziert sich damit zu

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1+2\alpha} \quad (27)$$

Wird ein Strahlungsdetektor zur Messung der in seinem empfindlichen Volumen deponierten Energie verwendet, so wird die Elektronenenergieverteilung $d\sigma(E_e)/dE_e$ gemessen. Erfolgt eine Messung der Energie der gestreuten Photonen, entsteht die Verteilung $d\sigma(E_\gamma)/dE_\gamma$. In praktischen Anwendungen werden beide Verteilungen bei der Messung von Gammaspectren beobachtet, wenn Comptonstreuung auftritt.

Paarbildung

Oberhalb der Energie $2 m_e c^2 = 1.022 \text{ MeV}$ kann das einfallende Photon im Coulombfeld eines geladenen Teilchens vollständig absorbiert werden, wobei ein Positron und ein Elektron entstehen. Diese Paarbildung erfolgt vorwiegend im Coulombfeld von Atomkernen, kann aber auch in den Feldern der Hüllenelektronen erfolgen. Der Paarbildungseffekt im Feld eines Hüllenelektrons erfolgt erst oberhalb der Photonenenergie von $4 m_e c^2 = 2,044 \text{ MeV}$. Die Energieschwelle für das Auftreten des Paarbildungseffektes berechnet sich dabei aus

$$h\nu = 2m_e c^2 \left(1 + \frac{m_e}{m_o} \right) \quad (28)$$

wobei m_o die Masse des das Feld erzeugenden Teilchens beschreibt.

Details des Paarbildungseffektes werden hier nicht dargestellt, da die im Experiment auftretenden Quantenenergien im allgemeinen deutlich unter der Schwelle für den Paarbildungseffekt liegen.

Gesamtabsorptionskoeffizienten für Quantenstrahlung

Die Gesamtwahrscheinlichkeit für eine Wechselwirkung von Photonen mit Materie ergibt sich für ein Atom zu

$$\sigma_{\text{Gesamt}} = \sigma_{\text{Photoeffekt}} + Z \sigma_{\text{Comptoneffekt}} + \sigma_{\text{Paarbildung}} \quad (29)$$

Der Beitrag des Comptoneffektes wurde dabei mit Z multipliziert, um den Beitrag aller Elektronen des Atoms zu erfassen. Der Verlauf von σ_{Gesamt} und seinen einzelnen Substituenten wird in Bild 7 dargestellt.

Der korrespondierende *Gesamtabsorptionsquerschnitt* ergibt sich aus der Multiplikation von σ_{Gesamt} mit der Dichte der Atome pro Volumeneinheit N , so daß für die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit pro Längeneinheit gilt

$$\mu = N \sigma_{\text{Gesamt}} = \sigma_{\text{Gesamt}} \frac{N_A \varrho}{A} \quad (30)$$

Physikalisch kann μ als inverse mittlere freie Weglänge im Wechselwirkungsmedium interpretiert werden. Die in einer Tiefe x im Material noch vorhandene Anzahl von Photonen ergibt sich somit bei einer Anfangsintensität I_0 zu

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \quad (31)$$

Im Falle eines zusammengesetzten Schwächermaterials ergibt sich der Gesamtabsorptionskoeffizient aus

$$\frac{\mu}{\varrho} = a_1 \frac{\mu_1}{\varrho_1} + a_2 \frac{\mu_2}{\varrho_2} + \dots \quad (32)$$

wobei die a_i die Gewichtsanteile jedes Substituenten in der Verbindung beschreiben.

Elektron-Zyklotron-Resonanz Ionenquellen

Funktionsprinzip und Aufbau

Bei einem vorhandenen Magnetfeld wirkt auf Elektronen bei deren Bewegung eine Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung (Lorentzkraft)

$$\vec{F} = q \vec{v}_e \times \vec{B} \quad (33)$$

Dies führt zu einer Kreisbewegung der Elektronen um die Magnetfeldlinien mit der Zyklotron-Frequenz

$$\omega_{zyk} = \frac{qB}{m_e} \quad (34)$$

und mit dem Larmor-Radius

$$r_L = \frac{p \sin \vartheta}{qB} \quad (35)$$

mit

p - Teilchenimpuls und

ϑ - Winkel zwischen \vec{p} und \vec{B} .

Eine Elektron-Zyklotron-Resonanz (ECR) - Ionenquelle ist eine Plasmaionenquelle, in deren Plasma die Heizung der Elektronen durch die Resonanzbedingung (34) erfolgt.

Durch Einstrahlen von Mikrowellen werden Elektronen bei

$$\text{Mikrowellenfrequenz} = \text{Elektronengyrationsfrequenz}$$

resonant geheizt, d.h. die Elektronentemperatur im eingeschlossenen Plasma steigt.

Damit wächst auch das Ionisationsvermögen der Elektronen im Plasma.

In der Regel wird in ECR-Ionenquellen durch zwei Solenoidspulen ein magnetisches Spiegelfeld erzeugt, welches den axialen Plasmaeinschluss realisiert. Axial wird das Plasma zusätzlich durch ein Multipolfeld eingeschlossen. Aus der Überlagerung der beiden Feldkomponenten ergibt sich eine "magnetische Flasche", die einen hinreichenden räumlichen Plasmaeinschluss gewährleistet.

Moderne Quellen können auch auf Solenoidspulen verzichten. Dann wird das gesamte B-Feld über eine Permanentanordnung erzeugt (siehe Abb. 35).

Quellenparameter

Magnetfeldkonfiguration Die Magnetfeldkonfiguration spielt eine entscheidende Rolle für den effizienten Betrieb einer ECR-Ionenquelle.

Je besser der magnetische Einschluss der Teilchen, desto effektiver kann der Ionisationsprozess erfolgen. Zur Realisierung des magnetischen Einschlusses wird ein radiales Magnetfeld eines Multipols mit einem axialen Spiegelfeld kombiniert. Ein typischer Feldverlauf ist in Abb. 10 gezeigt.

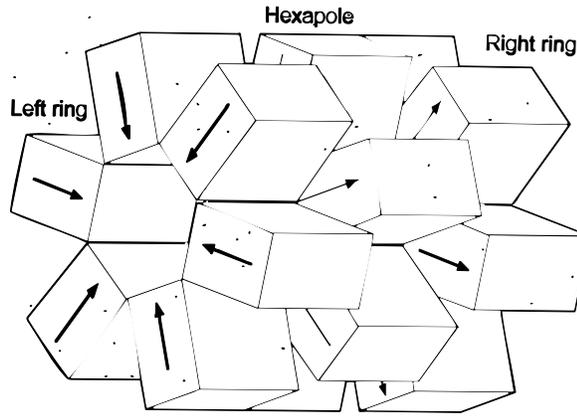


Abbildung 9: Kompakt-ECR mit vollpermanenten Magnetfeldkomponenten. Die Pfeile geben die Magnetisierungsrichtungen der einzelnen Magnetblöcke an.

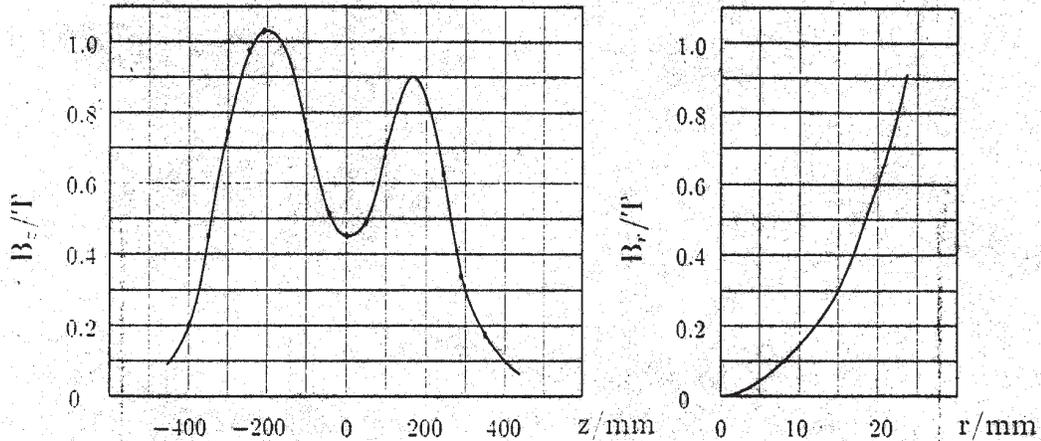


Abbildung 10: Magnetisches Spiegelfeld einer ECR-Ionenquelle in axialer Richtung (links) und in radialer Richtung (rechts).

Die Güte des magnetischen Spiegels beeinflusst die Verweildauer der Ionen und Elektronen im Plasma entscheidend. Zur Erreichung maximaler Teilcheneinschlusszeiten wird ein möglichst hohes Spiegelverhältnis

$$\frac{B_{max}}{B_{min}}$$

angestrebt. Das Spiegelverhältnis bestimmt gemeinsam mit der Teilchenstoßfrequenz ν_{Stoss} den Teilchenverlust aus dem Plasma

$$-\frac{dn}{dt} = f\left(\frac{B_{max}}{B_{min}}, \nu_{Stoss}\right) \quad (36)$$

Die durch Überlagerung von axialen und radialen Magnetfeldern erzeugte Minimum- $|B|$ -Struktur stellt in beiden Richtungen (radial und axial) einen magnetischen Spiegel für schnelle Elektronen dar.

Die drei Bewegungsformen von ladungsträgern in inhomogenen Magnetfeldern ohne Berücksichtigung der Elektronenheizung, d.h. der eingestrahlt Mikrowellenleistung, sind in Abb. 11 dargestellt:

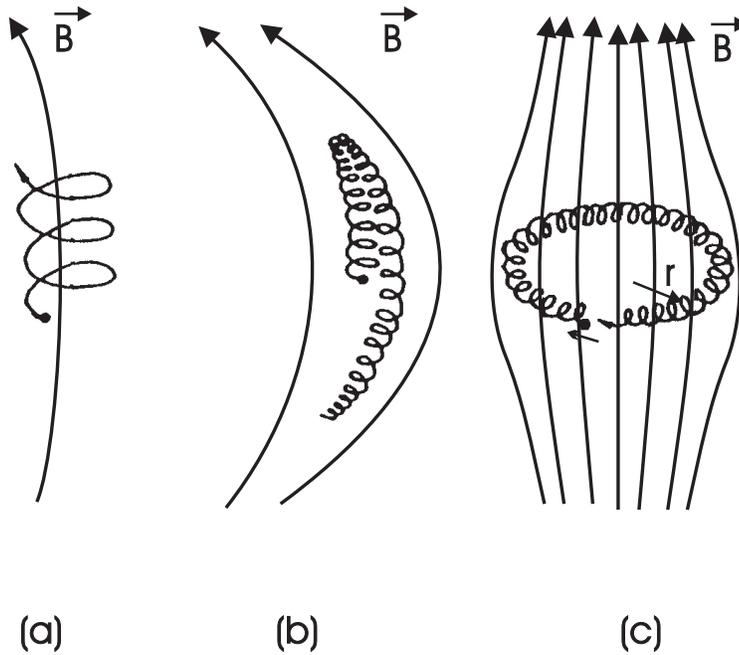


Abbildung 11: Mögliche periodische Bewegungsformen von Ladungsträgern in inhomogenen Magnetfeldern; a: Elektronengyration um die magnetischen Feldlinien; b: Bewegung im magnetischen Spiegel ($\vec{\nabla}B \parallel \vec{B}$ -Drift); c: $\vec{\nabla}B \perp \vec{B}$ -Drift.

1. Gyration der Elektronen um die Magnetfeldlinien auf Grund der Lorentzkraft mit der Frequenz f_1 ;
2. axiale Oszillationen in einer magnetischen Flasche mit der Frequenz f_2 ;
3. $\vec{\nabla}B \perp \vec{B}$ -Drift auf Grund der inhomogenen Feldliniendichte mit der Frequenz f_3 .

Die dabei auftretenden Frequenzen verhalten sich wie

$$f_1 > f_2 > f_3$$

Gyration der Elektronen um die magnetischen Feldlinien

Auf Grund der Lorentzkraft werden Elektronen im Magnetfeld auf Kreisbahnen um die magnetischen Feldlinien mit dem Larmorradius

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_c}$$

gezwungen, wobei v_{\perp} die Geschwindigkeit der Elektronen senkrecht zu den magnetischen Feldlinien ist.

Die Elektronen erhalten durch die Kreisbewegungen ein magnetisches Moment

$$\mu_e = I \cdot A$$

das aus dem Kreisstrom eines einzelnen Elektrons, welches $\omega_c/2\pi$ -mal pro Sekunde um die Fläche $A = r_L^2\pi$ rotiert, berechnet werden kann.

Unter Berücksichtigung der ECR-Bedingung ergibt sich für das magnetische Moment der Elektronen im Magnetfeld

$$\mu_e = I A = \frac{\omega_c}{2\pi} \frac{v_{\perp}^2 \pi}{\omega_c^2}$$

und damit

$$\boxed{\mu_e = \frac{1}{2} \frac{e v_{\perp}^2}{\omega_c} = \frac{1}{2} \frac{m v_{\perp}^2}{B}} \quad (37)$$

Erfährt das Elektron im Magnetfeld keine Beschleunigung, so ist das magnetische Moment aus Gründen der Energieerhaltung eine *Konstante der Bewegung*.

Der magnetische Spiegel ($\vec{\nabla}B \parallel \vec{B}$ -Drift).

Wird angenommen, dass sich die Elektronen in Richtung höherer Feldliniendichte bewegen (da sie auch Geschwindigkeitskomponenten parallel zu den magnetischen Feldlinien besitzen), erhöht sich die Geschwindigkeit v_{\perp} .

Wegen der Energieerhaltung muss daher v_{\parallel} kleiner werden, d.h. für einen hinreichend großen Wert der magnetischen Induktion verschwindet die parallele Komponente der Geschwindigkeit und das Elektron wird in Richtung niedrigerer magnetischer Induktion reflektiert.

Dies gilt für den Fall

$$\boxed{\frac{v_0^2}{v_{\perp 0}^2} < \frac{B_{max}}{B_{min}} = R_m} \quad (38)$$

Für die Anfangsgeschwindigkeit des Elektrons gilt dabei

$$v_0 = \sqrt{v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2}$$

mit

- $v_{\perp 0, \parallel 0}$ - senkrechte bzw. parallele Geschwindigkeitskomponente in der geometrischen Mitte des magnetischen Spiegels;
- $B_{max, min}$ - maximale bzw. minimale magnetische Induktion;
- R_m - Spiegelverhältnis.

Der Einschluss der Elektronen im magnetischen Doppelspiegel ist niemals perfekt. Werden die Verhältnisse im Geschwindigkeitsraum betrachtet, so beschreibt das Verhältnis der Geschwindigkeiten v_0 und $v_{\perp 0}$ einen Öffnungswinkel Θ eines Verlustkegels

$$\sin^2 \Theta = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} \quad (39)$$

Zum besseren Verständnis ist der Verlustkegel im Geschwindigkeitsraum in Abb. 12 dargestellt.

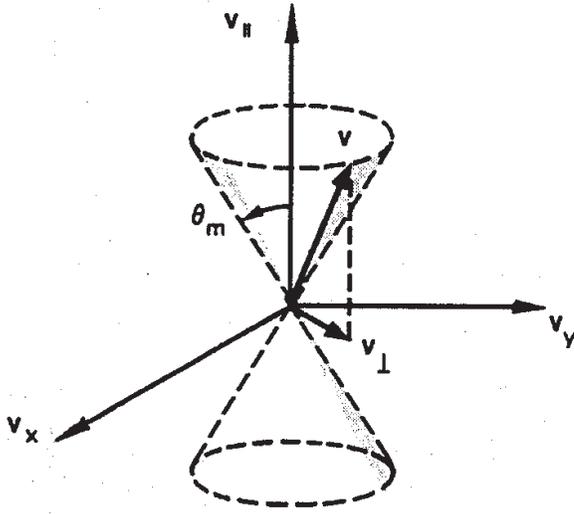


Abbildung 12: Verlustkegel für Elektronen in einer magnetischen Flasche im Geschwindigkeitsraum.

Der maximale Winkel Θ_m , für den Elektronen im magnetischen Spiegel eingeschlossen werden, ist gemäß Gl. (38) vom Verhältnis der maximalen zur minimalen magnetischen Induktion, d.h. vom Spiegelverhältnis R_m abhängig.

Ist die Parallelkomponente der Geschwindigkeit $v_{||}$ zu groß (wegen zu hoher Anfangsgeschwindigkeit $v_{||,0}$ oder durch Veränderung der Geschwindigkeit auf Grund von Stößen im Plasma), so kann das Elektron in den Verlustkegel gelangen und dem magnetischen Einschluss entkommen.

Das Spiegelverhältnis ist somit über

$$\sin^2 \Theta_m = \frac{1}{R_m}$$

ein Mass für die Güte des magnetischen Spiegels.

R_m liegt für moderne Quellen im Bereich von 2 bis 3.

$\vec{\nabla}B \perp \vec{B}$ -Drift.

Dieser Effekt beruht auf der Krümmung der magnetischen Feldlinien, wobei für den Fall des axialen Einschlusses nur der Bereich zwischen den Magnetfeldmaxima betrachtet wird.

Für die Krümmung der magnetischen Feldlinien wird vereinfachend ein konstanter Krümmungsradius r_c angenommen. Dadurch erhalten wir wegen des Wirkens der Zentrifugalkraft

$$\vec{F}_z = m v_{||}^2 \cdot \frac{\vec{r}_c}{r_c^2}$$

unter Berücksichtigung von

$$\vec{v} = \frac{1}{e} \frac{\vec{F} \times \vec{B}}{B^2}$$

die Kurvendriftgeschwindigkeit

$$\vec{v}_r = \frac{m v_{||}^2}{e B^2} \frac{\vec{r}_c \times \vec{\nabla} B}{B^2} \quad (40)$$

Für Bereiche, in denen die Feldlinien keine Krümmung aufweisen, aber die Feldliniendichte in radialer Richtung von der Symmetrieachse der Ionenquelle aus zunimmt, also in der Mitte jeder einzelnen Spule und zwischen den Spulen, ergibt sich eine Bewegung der Gyrationachsen senkrecht zu \vec{B} und $\vec{\nabla}B$ mit der Geschwindigkeit

$$\vec{v}_{\vec{\nabla}B} = \pm v_{\perp} \vec{r}_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla}B}{B^2} \quad (41)$$

Mit den Annahmen

$$|\vec{B}| \sim \frac{1}{r_c}$$

und

$$\frac{\vec{\nabla}|\vec{B}|}{|\vec{B}|} = -\frac{\vec{r}_c}{r_c^2}$$

ergibt sich aus Gl. (41)

$$\begin{aligned} \vec{r}_{\vec{\nabla}B} &= \mp \frac{v_{\perp} \vec{r}_L}{B^2} \vec{B} \times |\vec{B}| \frac{\vec{r}_c}{r_c^2} \\ &= \pm \frac{v_{\perp}^2}{\omega_c} \frac{\vec{r}_c \times \vec{B}}{r_c^2 B} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m}{e} v_{\perp}^2 \frac{\vec{r}_c \times \vec{B}}{r_c^2 B^2} \end{aligned} \quad (42)$$

In der für ECR-Ionenquellen charakteristischen Magnetfeldkonfiguration nimmt die magnetische Induktion B mit wachsendem Krümmungsradius r_c ab, woraus eine Überlagerung der beiden Driftbewegungen resultiert

$$\boxed{\vec{v}_{\vec{\nabla}B} + \vec{v}_r = \frac{m}{e} \frac{\vec{r}_c \times \vec{B}}{r_c^2 B^2} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right)} \quad (43)$$

Diese Bewegung führt zu Elektronenverlusten in axialer Richtung, die durch starke Magnetfeldgradienten und eine hohe magnetische Induktion verringert werden können.

ECR-Heizung und Mikrowelleneinspeisung

Über die Resonanzbedingung (34) ist die Frequenz der eingespeisten Mikrowelle ω_{HF} direkt mit dem B -Feld verknüpft. Es erfolgt also eine resonante Aufheizung der Elektronen bei

$$\omega_{zyk} = \omega_{HF}$$

Resonant kann auch bei der Plasmafrequenz

$$\omega_P = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$$

geheizt werden. Ebenso gilt dies für die Linearkombination

$$\omega = \sqrt{\omega_{zyk}^2 + \omega_P^2}. \quad (44)$$

Wird berücksichtigt, dass die eingespeiste elektromagnetische Welle über ihren elektrischen Feldvektor beschleunigend auf die Elektronen während des Passierens der Resonanzzone wirkt, bleibt das magnetische Moment μ_e nicht länger erhalten.

Die Bewegung eines geladenen Teilchens in einem statischen Magnetfeld \vec{B} kann dann unter Berücksichtigung des Vorhandenseins eines elektrischen Feldes \vec{E} durch die *Lorentz-Gleichung* beschrieben werden:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right) \quad (45)$$

\vec{p} beschreibt hier den relativistischen Impuls.

Bei der quantitativen Beschreibung des Heizprozesses wird i.a. davon ausgegangen, dass das elektromagnetische Feld mit der Frequenz ω und der Wellenzahl k_{\parallel} in Richtung der Gyrationbewegung der Elektronen zirkular polarisiert ist und sich in z -Richtung ausbreitet:

$$\vec{E}(z, t) = E_{HF} (\vec{e}_x \cos(k_{\parallel} z - \omega t) - \vec{e}_y \sin(k_{\parallel} z - \omega t))$$

Unter diesen Voraussetzungen lässt sich der mittlere Energiezuwachs $\langle \Delta E \rangle$ pro Zeiteinheit Δt der Elektronen berechnen (was hier nicht im Detail behandelt wird).

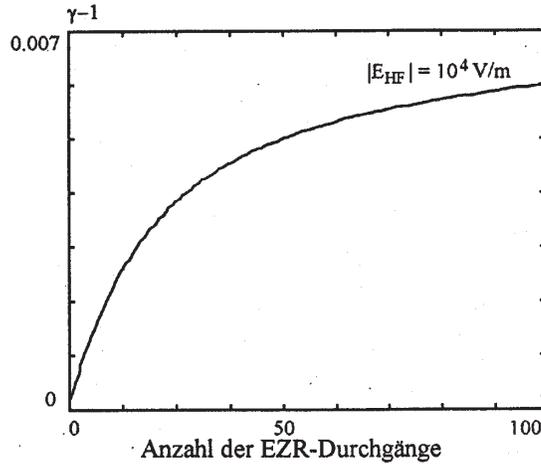


Abbildung 13: Mittlerer Energiegewinn der Elektronen bei mehrmaligem Durchlaufen der ECR-Zone für ein Mikrowellenfeld mit $|E_{HF}| = 1 \cdot 10^4$ V/m.

In Abb. 13 wird der Energiezuwachs für eine Mikrowellenfrequenz von 14 GHz dargestellt. Generell gilt

- Der Energiegewinn pro Zeiteinheit ist in Abb. 13 durch den relativistischen Faktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

beschrieben und nimmt nach einigen Durchläufen der ECR-Zone stark ab.

Das maximale γ von 0,007 in der Grafik entspricht einer Elektronenenergie von 3,78 keV.

Die Grafik kann so verstanden werden, dass die Elektronen bei jeder Umkehr im Spiegelfeld ein wenig früher reflektiert werden und so nach einer gewissen Zeit nicht

mehr die Resonanzzone durchlaufen und immer weniger effizient geheizt werden.

Dies bedeutet, dass der Erhöhung der Elektronenenergie durch eine Verbesserung des magnetischen Einschlusses prinzipielle Grenzen gesetzt sind.

- Auch eine Zunahme der Mikrowellenleistung, d.h. der Amplitude des elektrischen Feldes $|E_{HF}|$, führt nur bis zu einem bestimmten Punkt zu einer Steigerung der mittleren Elektronenenergie.
- Die Elektronendichte im Plasma kann durch die Erhöhung der Mikrowellenleistung erhöht werden.

Konsequenzen einer Erhöhung der Mikrowellenfrequenz auf die zu erwartende Ionenladungsverteilung im ECR-Plasma werden in Abb. 14 für ausgewählte Elemente dargestellt. Eine Erhöhung der Mikrowellenfrequenz liefert höhere Ströme von höhergeladenen Ionen.

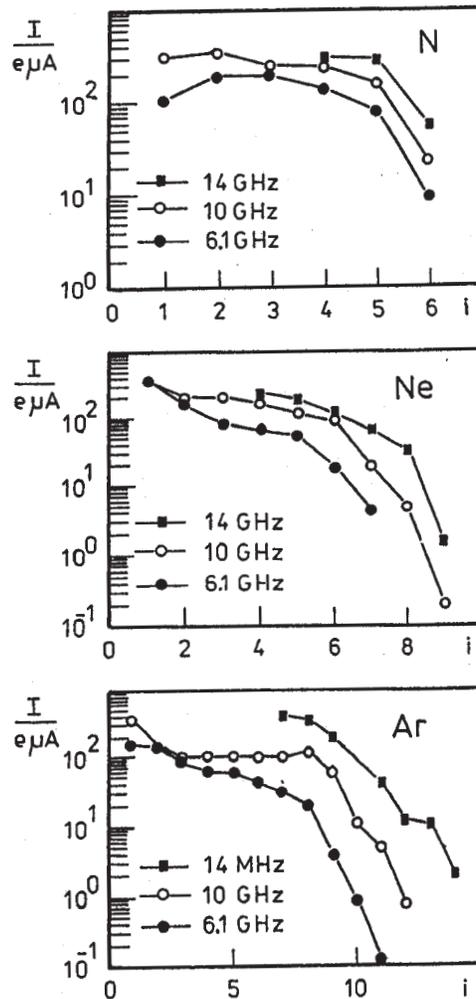


Abbildung 14: Aus dem ECR-Plasma extrahierte Ionenströme bei einer Plasmaheizung mit Mikrowellen unterschiedlicher Frequenz (Ionenquelle des Tokyo Institute of Technology).

Prinzipiell können ECR-Ionenquellen derart konstruiert sein, dass sie

- zweistufig (mit Leistungsteiler) oder
- einstufig

in Bezug auf die Mikrowelleneinkopplung betrieben werden können.

Zusammenfassung: Eindringen elektromagnetischer Wellen in ein ECR-Plasma (siehe auch Vorlesung "Grundlagen der Plasmaphysik"):

zirkular rechtsdrehende Welle R-Welle	zirkular linksdrehende Welle L-Welle
$\pm \vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\pm \vec{k} \parallel \vec{B}_0$
Welle kann in das Plasma eindringen	Welle kann in das Plasma eindringen
mit Plasmaelektronen entsteht Elektron-Zyklotron-Resonanz bei	Mit Plasmaelektronen entsteht keine Resonanz, da der "Drehsinn" von Welle und Elektron nicht übereinstimmen
$\omega_{HF} = \omega_{zyk}$	
Ordinäre Welle O-Welle	Extraordinäre Welle X-Welle
$\vec{E}_w \parallel \vec{B}_0$	$\vec{E}_w \perp \vec{B}_0$
Fall analog $\vec{B}_w = 0$	Welle kann in das Plasma eindringen
Welle kann nicht in das Plasma eindringen	mit Plasmaelektronen entsteht obere Hybridresonanz bei
	$\omega_H = \sqrt{\omega_P^2 + \omega_{zyk}^2}$

Elektronendichte Wird eine Mikrowelle fester Frequenz ω_{HF} in ein Plasma eingestrahlt, wird bei steigender Teilchendichte und damit wachsender Plasmafrequenz ω_P der Betrag des Wellenzahlvektors \vec{k} immer kleiner, bis bei

$$\omega_{HF} = \omega_P$$

die Wellenausbreitung unmöglich wird.

Die diesen Effekt beschreibende Dispersionsrelation hat die Form

$$\omega_{HF}^2 = \omega_P^2 + c^2 k^2 \quad (46)$$

Dies bedeutet, dass der Betrag des Wellenzahlvektors sinkt, wenn die Plasmafrequenz wächst.

Für eine gegebene Mikrowellenfrequenz folgt dann eine Obergrenze für die Dichte geladener Teilchen im Plasma, die sogenannte

Cut-Off-Dichte (maximale Elektronendichte)

mit dem Wert

$$n_{cutoff} = \frac{\omega_{HF}^2 \varepsilon_0 m_e}{e^2} \quad (47)$$

Beispielsweise erhalten wir

$$n_{cutoff}(\text{bei } 14,5 \text{ GHz}) = 2,6 \cdot 10^{18} \frac{1}{\text{m}^3}$$

Für den Betrieb einer ECR-Ionenquelle muss also immer

$$\omega_{HF} > \omega_P$$

gelten.

Die Cut-Off-Frequenz stellt somit die Obergrenze für die Frequenz einer Mikrowellenstrahlung bei vorgegebener Elektronendichte für die Einstrahlung dar.

Ionendichte

Die Plasmaneutralitätsbedingung verknüpft die Ionendichte mit der Elektronendichte über

$$n_e = \langle q \rangle n_i \quad (48)$$

Dabei gibt $\langle q \rangle$ die mittlere Ionenladung im Plasma an.

Durch den Einlass von Arbeitsgas wird die Neutralteilchendichte im ECR-Ionisationsvolumen festgelegt. Diese beeinflusst die Ionisations-, Rekombinations- und Umladungsprozesse und bestimmt damit den erreichbaren mittleren Ionenladungszustand $\langle q \rangle$.

Elektroneneinschlusszeit

Je länger die Elektronen im Plasma verweilen, desto effizienter können sie geheizt werden. Die Elektroneneinschlusszeit bestimmt sich aus den Stoßfrequenzen der Elektronen mit den Neutralteilchen, Ionen und anderen Elektronen.

Für die Elektroneneinschlusszeit gilt

$$\tau_e = \frac{1}{\nu_{ee} + \nu_{ei} + \nu_{e0}} \quad (49)$$

mit der Elektronenstoßfrequenz

$$\nu_{ee} = \frac{4\pi r_e^2 m_e^{3/2} c^4 n_e L_{ee}}{(2E)^{3/2}}$$

mit dem Coulomblogarithmus für Elektron-Elektron-Stöße

$$L_{ee} = 24 - \ln a \frac{n_e}{E_e} \approx 14$$

Die Größe a ist eine Konstante und hat die Dimension eV cm³.

Für die Elektron-Ion-Stoßfrequenz gilt

$$\nu_{ei} = \frac{4\pi r_e^2 m_e^{3/2} c^4}{E_e^{3/2}} \sum_{i=1}^Z n_i i^2 L_{ei}$$

mit dem Coulomblogarithmus für Elektron-Ion-Stöße

$$L_{ei} = 24 - \ln b \frac{\sqrt{n_e}}{T_e}$$

Dabei ist b eine Konstante mit der Dimension cm⁻¹ K⁻¹. Die Elektron-Neutralteilchen-Stöße werden beschrieben mit

$$\nu_{e0} = n_0 \sigma_{e0} v_e \approx 4,2 \cdot 10^{-7} Z^{3/2} \frac{n_0}{E_e}$$

Ioneneinschlußzeit

Von der Verweildauer der Ionen im Plasma hängt der erreichbare Ionisationsgrad entscheidend ab. Neben Umladungsprozessen ist der Ionenverlust aus dem Plasma die beschränkende Größe bei der Erzeugung hoher Ionenladungszustände.

Die Ioneneinschlußzeit wird über

$$\tau_i = \frac{L_q^2}{4 K_i D_i} \quad (50)$$

beschrieben.

Abhängig ist die Ionenverweilzeit von den folgenden Größen:

- Quellenlänge L_q ;
- Plasmapotential U_P

Die Größe K_i in Gl. (50) enthält das Plasmapotential über

$$K_i = \exp\left(\frac{q U_P}{E_i}\right)$$

Dabei hat das Plasmapotential die Form

$$U_P = E_i \frac{\frac{n_e^2}{e \tau_e} - \sum_{i=1}^q i n_i D_i}{\sum_{i=1}^q i^2 n_i D_i}$$

τ_e beschreibt die Elektronenlebensdauer im Plasma.

- Diffusionsgeschwindigkeit D_i

die Diffusionsgeschwindigkeit wird beeinflusst von

- der Ionenenergie E_i ,
- der Stossfrequenz ν_{ii} zwischen den Ionen und
- der Stossfrequenz ν_{i0} zwischen den Ionen und den neutralen Atomen.

Der Diffusionskoeffizient genügt dann dem Zusammenhang

$$D_i = \frac{v_i^2}{3 \nu_i}$$

mit v_i als Ionengeschwindigkeit und

$$\nu_i = \nu_{ii} + \nu_{i0} = \frac{1}{\tau_{ii}} + \frac{1}{\tau_{i0}}$$

- Ionenstossfrequenz ν_{ii} zwischen den Ionen

Es gilt

$$\nu_{ii} = \frac{4\pi m_e^2 c^4 q^2 r_e^2}{\sqrt{m_i}} - \sum_{k=1}^Z \frac{k^2 L_k n_k}{(E_i + E_k)^{3/2}}$$

mit dem Coulomblogarithmus

$$L_k = \ln \frac{a_0 E_k}{r_e m_e c^2}$$

- Stossfrequenz ν_{i0} zwischen Ionen und Neutralteilchen

Es gilt

$$\nu_{i0} = n_o v_q \sigma_{i0} \approx 1,5 \cdot 10^{-9} q n_o A^{-1/4} \left[\frac{1}{s} \right]$$

Ionentemperatur

Der Hauptmechanismus der Ionenheizung sind elastische Stöße. Die sich einstellende Iontemperatur berechnet sich zu

$$E_i = \frac{dE_i}{dt} \frac{\sum_{i=1}^Z n_i}{\sum_{i=1}^Z \frac{n_i}{\tau_i}} \quad (51)$$

mit

$$\frac{dE_i}{dt} = \frac{4 \sqrt{2\pi} n_e Z^2 r_e^2 m_e^2 \sqrt{m_e^2 c^4}}{m_i \sqrt{E_e}} L$$

Gleichung (52) ist ein System nichtlinearer Differentialgleichungen erster Ordnung. Zur Lösung dieses Differentialgleichungssystems werden numerische Methoden angewandt.

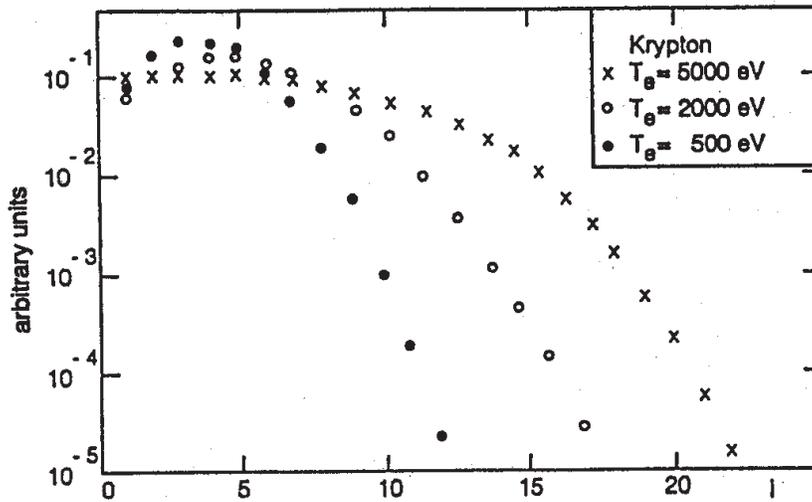


Abbildung 15: Berechnete Ladungsverteilung von Kryptonionen für verschiedene Elektronentemperaturen T_e und für eine Elektronendichte von $n_e = 2 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

In Abb. 15 wird das Ergebnis einer Modellrechnung für Krypton gezeigt. Mit der Erhöhung der Elektronentemperatur wächst die Möglichkeit, größere Ströme höhergeladener Ionen aus der Quelle zu extrahieren, da auch fester gebundene Elektronen im Ion ionisiert werden können.

Ionenerzeugungsrate

Oftmals ist es hilfreich, die Erzeugung einer bestimmten Ionensorte abzuschätzen. Dies kann über die Ratengleichung

$$R_i = n_e \underbrace{\langle \sigma_{q-1,q} v_e \rangle}_{\text{Ratenkoeffizient}} n_{q-1} \quad (53)$$

erfolgen.

Beispiel (Argon):

$$\left. \begin{aligned} n_e &\approx 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3} \\ n_{q-1} &\approx 10^{-2} n_e \\ \sigma_{7 \rightarrow 8} &= 1 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2 \\ v_e(3000 \text{ eV}) &= 1 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned} \right\} R_i = 1 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{cm}^3 \text{ s}}$$

Elektronenenergieverteilungsfunktion

Die im ECR-Plasma vorliegende Elektronenenergieverteilungsfunktion bestimmt wesentlich die Ratenkoeffizienten für die Ionenerzeugung.

Eine einfache Approximation des allgemeine Verlaufs der Elektronenenergieverteilungsfunktion $f(E_e)$ kann als

$$f(E_e) = A \cdot E_e^{-s} \quad (54)$$

dargestellt werden.

A ist dabei eine Konstante und s der sogenannte *Spektralindex*. Dieser kann in Abhängigkeit von den Betriebsparametern der Quellen Werte zwischen 1,5 bis etwa 4 annehmen.

Experimentell kann $f(E_e)$ über die Entfaltung von gemessenen Volumenbremsstrahlungs-

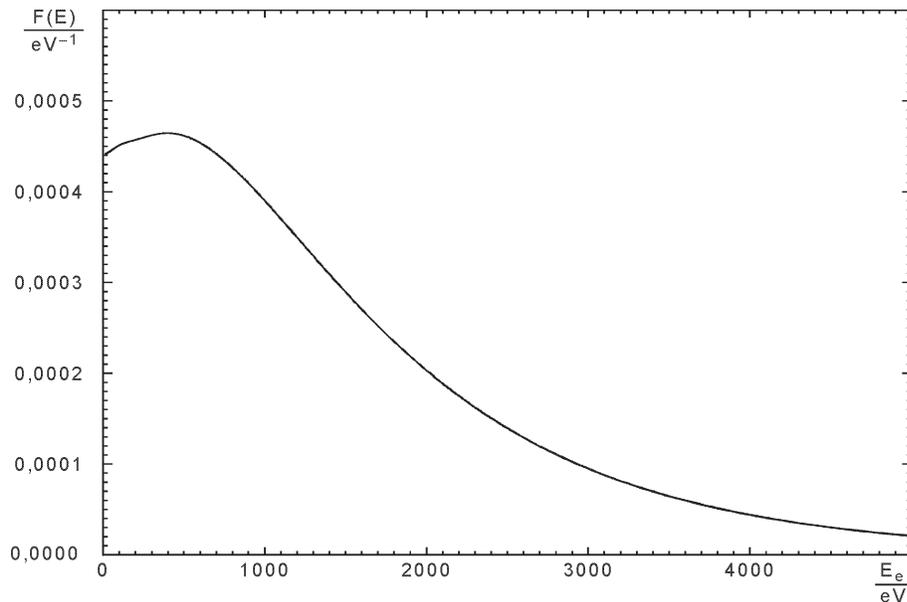


Abbildung 16: Elektronenenergieverteilungsfunktion in einem Kobalt-ECR-Plasma bei einer Mikrowellenfrequenz von 14,5 GHz und einer eingespeisten Mikrowellenleistung von 60 W.

spektren bestimmt werden. Eine solche experimentell bestimmte Verteilung wird in Abb. 16 gezeigt.

Skalierungsgesetze für ECR-Ionenquellen

Skalierungen diverser Quellenparameter wurden in der Vergangenheit durch GELLER untersucht. Bei der Aufstellung entsprechender Zusammenhänge wurden folgende Sachverhalte berücksichtigt:

1. Das Plasma ist quasineutral. Es gilt

$$n_e = \langle q \rangle n_i$$

Die Summe aus Teilchenerzeugung und -vernichtung ist im zeitlichen Mittel gleich Null (Kontinuität).

2. Die Elektronendichte wird durch den Cut-Off begrenzt. Es gilt

$$n_e \sim \omega_{cutoff}^2$$

3. Für das Vorliegen einer Elektron-Zyklotron-Resonanz müssen ω und B aufeinander abgestimmt werden. Es gilt

$$B \sim \omega$$

4. Die Ionenlebensdauer τ_i in einer durch B charakterisierten "magnetischen Flasche" wächst gemäß ambipolarer Diffusionsgesetzte

$$\tau_i \sim B^{1,5}$$

5. Die "Energielebensdauer" ϑ_E folgt aus dem Verhältnis von gespeicherter Energie zur Energiezufuhr. Im ECR-Plasma wird ϑ_E durch die Elektronenverlustrate begrenzt. Auf Grund der Ladungsneutralität (Bedingung 1) gilt

$$\vartheta_E \sim \frac{\tau_i}{\langle q \rangle}$$

6. Die erforderliche Elektronenenergie W_e zum Erreichen eines bestimmten Ionenladungszustandes q ist proportional zum Ionisationspotential, dieses ist seinerseits proportional q^2 für ein bestimmtes Element

$$W_e \sim q^2$$

7. Die Elektronenenergie wächst bis zu einer Obergrenze proportional zur eingespeisten Mikrowellenleistung

$$W_e \sim P_{HF}$$

oberhalb nur noch

$$W_e \sim \sqrt{P_{HF}}$$

8. Als Vereinfachungen werden angenommen:

$$\bar{q} \approx q$$

$$\langle \vartheta_E \rangle \approx \frac{1}{2} mv^2$$

und für ein festgehaltenes q gilt

$$P_{HF} \sim n \langle W_e \rangle V \vartheta_E^{-1}$$

bzw.

$$\sqrt{P_{HF}} \sim n \langle W_e \rangle V \vartheta_E^{-1}$$

mit V als Plasmavolumen.

Damit ergeben sich die folgenden Skalierungen:

Mikrowellenleistung aus (2) bis (6) und (8):

$$P_{HF} \sim \omega^2 q^3 V B^{-1,5}$$

und damit für den **Ionenladungszustand** bei $\omega, B, V = \text{const.}$

$$q \sim \sqrt[3]{P}$$

Für konstante n, W_e, P_{Hf}, ω (nur B variabel) folgt mit (4)

$$n v \tau_i \sim B^{1,5}$$

Wegen $q_{opt} \sim \log n v \tau_i$ erhalten wir weiter

$$q_{opt} \sim \log B^{1,5}$$

Mit (2) und (3) folgt bei Variation von ω und B

$$q_{opt} \sim \log \omega^{3,5}$$

Literatur

- [1] H.A.Bethe and J.Ashkin; Experimental Nuclear Physics, Vol.I, New York 1953
- [2] W.Heitler; Quantum Theory of Radiation, London 1954
- [3] G.Hertz; Lehrbuch der Kernphysik, Band I, B.G.Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1966
- [4] W.H.Tait; Radiation Detection, Butterworths, London a.o. 1980

Empfohlene Literatur:

Spektrometrie:

- K.Debertin, R.G.Helmer; *Gamma- and X-Ray Spectrometry with Semiconductor Detectors*, North-Holland, Amsterdam a.o., 1988
- W.H.Tait; *Radiation Detection*, Butterworths, London a.o. 1980
- W.Stolz; *Messung ionisierender Strahlung*, Akademie-Verlag, WTB Bd.297, Berlin 1985
- W.R.Leo; *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to-Approach*, Springer-Verlag Berlin a.o. 1987
- R.Jenkins et al.; *Quantitative X-Ray Spectrometry*, Marcel Dekker Inc., New York and Basel, 1981
- N.Tsoufanidis; *Measurement and Detection of Radiation*, Hemisphere Publ. Corp., New York a.o. 1981

Röntgenphysik

- G.Zschornack; *Atomdaten für die Röntgenspektralanalyse*, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1989 und Springer Verlag, Berlin, Heidelberg a.o. 1989
- *Handbook of X-Ray Spectrometry: Methods and Techniques*, ed. by R.E. Van Grieken and A.A.Markowicz, Marcel Dekker Inc., New York, Basel, Hong Kong 1993
- R.Jenkins et al.; *Quantitative X-Ray Spectrometry*, Marcel Dekker Inc., New York and Basel, 1981

ECR-Ionenquellen:

1. R.Geller; *Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas*, IOP Publishing, Oxford 1996