密级:_____

中国科学院大学
University of Chinese Academy of Sciences

博士学位论文

超短相对论激光与固体靶相互作用的等离子体动力学研究

作者姓名：黄林根

指导教师：余玮研究员

中国科学院上海光学精密机械研究所

Thomas E. Cowan 教授

德国德累斯顿罗森多夫霍姆赫兹研究中心

雷安乐研究员

上海激光等离子体所

学位类别：博士

学科专业：等离子体物理

研 究 所：中国科学院上海光学精密机械研究所

2013 年 **9** 月

Plasma Dynamics in Ultrashort Relativistic Laser Pulse Interacting with Solid Target

By

Lingen Huang

Supervisor

Prof. Wei Yu

Prof. Thomas E. Cowan

Prof. Anle Lei

A Dissertation Submitted to

The University of Chinese Academy of Sciences

In partial fulfillment of the requirement

For the degree of Doctor of Philosophy

Shanghai Institue of Optics and Fine Mechanics

Chinese Academy of Sciences

September, 2013

中国科学院上海光学精密机械研究所

博士学位论文

论　文　题　目　超短相对论激光与固体靶相互作用的等离子体动力学研究

专　　业　等离子体物理

研 究 生 姓 名　黄林根

导　师　姓　名　余玮研究员

Thomas E. Cowan 教授

雷安乐研究员

研究生入学时间　二零零九年八月

二零一三年九月九日

独创性声明

本人声明所呈的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。据我所知，除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得中国科学院上海光学精密机械研究所或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究工作所做的任何贡献，均已在论文中做了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名；_____

签字日期：　　年　　月　　日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解中国科学院上海光学精密机械研究所有关保留、使用学位论文的规定，有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子文件，允许论文被查阅和借阅。本人授权中国科学院上海光学精密机械研究所可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。（保密的学位论文在解密后适用本授权书）

学位论文作者签名：　　指导教师签名：

签字日期：　年　月　日　　签字日期：　　年　　月　　日

学位论文作者毕业去向：_____

工作单位：_____　　电话：_____

通信地址：_____　邮编：_____

电子邮件地址：_____

超短相对论激光与固体靶相互作用的等离子体动力学研究

黄林根
导师：余玮研究员　Thomas E. Cowan 教授　雷安乐研究员

摘　要

近 30 年来，高功率激光技术的迅速发展使得激光峰值强度高于 10^{18} W/cm^2，脉宽小于10^{-12} s，从而使强场激光与物质相互作用进入到相对论领域，极大地推动了等离子体基础科学的研究。这样的超短相对论激光作用在固体靶上会触发非常丰富的物理过程：包括电磁场的吸收与产生，靶体的原子电离，表面热电子的产生与传输，带电粒子的碰撞，靶体电子的回流与加热，离子的加热与加速，反粒子的产生，流体不稳定性等等，这些动力学过程发生在10^{-15} s～10^{-12} s 的极短时间量级内。当前，有大量的实验和理论模拟工作都努力试图理解这些超快基本物理过程，并应用到医学和能源领域，如肿瘤治疗和聚变等。尽管如此，由于其固有的复杂特性，仍有很多开放性的问题需要得到更深入和细致的研究。

本论文借助于超高性能计算机机群和 particle-in-cell (PIC)程序从数值和理论上集中探索研究了超短相对论激光与固体靶相互作用过程中的离子加热，靶体电离和离子加速的物理过程，并探讨了利用第四代光源硬 X 射线自由电子激光器(XFEL)去探测相关的动力学现象。具体如下：

1. 在数值上详实研究了激光峰值光强为 2×10^{19} W/cm^2～5×10^{20} W/cm^2 范围内，脉宽为100 fs～500 fs 范围内超短相对论激光作用在多层固体靶 CD_2-Al-CD_2 上靶体内部的离子加热动力学过程。研究发现，随着相对论激光作用在固体靶上，靶体内的电子会内电离加热，从而在 Al-CD_2 界面处形成～10Gbar 的

压强梯度。该压强梯度会使中间的 Al 层向外膨胀，压缩推动 CD_2 塑料层。数值结果表明，在 CD_2 压缩层的膨胀过程中，被膨胀波前静电场加速的离子束流动能会转换成其热能，使该层的氘离子在 10^{-12} s 时间量级被被加热至数百 eV（$1\,\mathrm{eV} \approx 1.16\times10^{4}$ K），~2 倍于其他区域的离子热温度。文中基于 XFEL 的小角度散射技术(SAXS)和法拉第旋转技术，在理论上简要探讨了探测靶体内部等离子膨胀波，成丝现象和磁场产生的物理过程。

2. 基于 Landau-Lifshitz 场电离和 Thomas-Fermi 压力电离模型，利用 PIC 程序在数值上研究了超短相对论激光（$I_0 > 10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}} = 40\mathrm{fs}$）作用在固体 Cu 靶上的电离动力学。模拟结果表明，峰值光强为 $10^{20}\ \mathrm{W/cm^2}$ 激光作用在预等离子体特征长度大于趋附深度的 Cu 靶上，Cu 离子的电荷分布出现横向长度为激光波长量级 λ_0 的成丝结构。而对于无预等离子体的 Cu 靶，其电荷分布非常匀滑。该成丝结构不仅与预等离子体相关，也与入射激光强度有很大的关系。当入射激光较弱时，电离过程只发生预等离子体区域，且离子电荷分布匀滑。基于等离子体色散特性及 Cu 离子的 K_α 吸收特性，文中提出了用 XFEL 探测固体靶中电离过程的方法，并给出了理论计算的 XFEL 探测图像。

3. 提出了利用圆偏振相对论激光作用在三明治靶上获得能谱发散度较小的质子束方案。其基本原理为：三明治靶受相对论激光辐射会在重离子层和质子层界面处形成横向静电场，该静电场会约束被圆偏振光加速的质子的横向运动，从而使之感受到空间分布更均匀的纵向加速静电场，获得相对来说较单一的加速，能谱发散度较小。PIC 模拟结果显示，质子层的高度和重离子的电子密度对加速质子的能谱影响较大，而重离子的质核比 A/Z 则不会对质子能谱产生较大的影响。 文中也探讨了激光驱动质子加速的最优靶厚。

关键词：激光等离子体相互作用，等离子体加热，电离，激光质子加速，particle-in-cell。

Plasma Dynamics in Ultrashort Relativistic Laser Pulse Interacting with Solid Target

Lingen Huang
Directed by: Prof. Wei Yu, Prof. Thomas E. Cowan and Prof. Anle Lei

Abstract

With rapid development of the high power laser technique in last several decades, ultraintense ultrashort laser pulses with peak intensity higher than 10^{18} W/cm^2 and pulse duration shorter than 10^{-12} s have become available, which provides intense laser-plasma interaction accessible to relativistic and ultrafast regime. The technical development makes a great step forward for promoting the fundamental scientific research of plasma physics. Abundant dynamics of physics are triggered as long as such a high power laser interacting on solid target: such as atomic ionization, hot electron generation and transportation, collisions between the charged particles, return current, bulk electron heating, ion heating and acceleration, antiparticle generation, instability and so on. All of the dynamics processes happened in 10^{-15} s ~ 10^{-12} s time scale. Motivated by the potential applications in proton diagnosis, cancer therapy, inertial fusion, etc., a number of studies have been done to try to understand the fundamental dynamics. However, due to the complexity of the subject in nature, there are still many open questions which require further and deeper investigation.

In this work, particle-in-cell numerical simulations based on high performance computer cluster explored and evaluated the bulk ion heating dynamics, ionization dynamics and laser-driven proton acceleration in solid target irradiated by ultrashort laser pulses with relativistic intensities. We also proposed the potential techniques such as small angle X-ray scattering, Faraday rotation, and resonant coherent X-ray diffraction imaging to probe relative physical processes in high power laser plasma interactions using X-ray free-electron lasers. Following, part of the results obtained is listed:

1. We investigate bulk ion heating in solid CD_2-Al-CD_2 buried layer targets irradiated by ultra-short relativistic laser pulses with intensities ranging from 2×10^{19} W/cm^2 to 5×10^{20} W/cm^2 and pulse durations ranging from 100 fs to 500 fs using kinetic particle-in-cell simulations. We find enhanced deuteron ion heating in a layer compressed by the expanding aluminium layer. As long as the bulk target is ionized and heated, a pressure gradient with around 10 Gbar difference created at the Al-CD_2 interface pushes this layer of deuteron ions towards the outer regions of the target. Our simulations suggest that the directed collective outward motion of the layer is converted into thermal motion inside the layer, leading to deuteron temperatures to several hundred eV ($1\,\mathrm{eV}\approx1.16\times10^4$ K) in 10^{-12} s time scale. This temperature is aroud 2 times higher than those found in the rest of the target. We also discuss the techniques of small angle X-ray scattering and Faraday rotation for probing the expansion process, filamentations and magnetic field inside the solid target.
2. The ionization dynamics in solid copper target irradiated by ultrashort relativistic laser pulses ($I_0>10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$, $\tau_{\mathrm{FWHM}}=40\mathrm{fs}$) is numerically studied by particle-in-cell code implanted with Laudau-Lifshitz field ionization model and Thomas-Fermi pressure ionization model. We found that periodic filamentation structure of the copper charge state distribution with laser wavelength scale λ_0 is triggered when the laser pulse with peak intensity 10^{20} W/cm^2 interacting on copper target with certain preplasma in front side. While the ion charge state distribution is quite smooth for the case without preplasma. The scaling of ionization dynamics on laser intensity shows that the structure of charge state distribution also strongly depends on the intensity. For the case of relative low laser intensity, i.e. 2×10^{18} W/cm^2, due to the limitation of bulk electron heating, the ionization process only happened in the

region of preplasma, and charge state distribution is quite smooth. The technique of resonant coherent X-ray diffraction imaging is proposed to probe the corresponding ionization dynamics using X-ray free-electron lasers.

3. Energetic proton acceleration with smaller energy spread from interaction of intense short circularly polarized laser pulse with a sandwich target is investigated using particle-in-cell simulation. The sandwich target consists of a hydrogen-plasma layer surrounded by carbon-plasma layers. It is found that the transverse electric fields generated at the plasma layer interfaces efficiently confine the longitudinally accelerated protons to within the hydrogen-plasma layer such that they are collimated and have smaller energy spread compared to a pure proton layer target. It is found that the width of the proton layer and the density of carbon layer can strongly affect the proton energy spectrum while the mass-charge ration of high Z layers does not affect too much. We also discuss the optimum target thickness on the proton acceleration.

Key words: laser plasma interaction, plasma heating, ionization, laser proton acceleration, particle-in-cell.

目录

1 绪论 1
1.1 引言 1
1.2 单电子在真空中的电动力学 3
1.3 电子在固体靶表面的电动力学 9
1.4 激光离子加速 12
1.5 本论文安排 15
2 Particle In Cell 算法 17
2.1 麦克斯韦方程求解的数值算法 19
2.1.1 有限时域差分法(FDTD) 19
2.1.2 Directional Splitting(DS)算法 20
2.1.3 FDTD 算法和 DS 算法的比较 26
2.2 运动方程的数值算法 30
2.3 粒子受力插值 34
2.4 电流密度计算 38
2.5 粒子碰撞模型 39
3 强场激光与多层靶 CD_2-Al-CD_2 相互作用过程中的离子加热 43
3.1 引言 43
3.2 PIC 模型 44
3.3 离子加热过程 46
3.4 离子加热机制 52
3.5 讨论 56
3.6 XFEL 应用 61
3.7 小结 64
4 超短相对论激光与固体靶相互作用过程中的电离动力学研究 65
4.1 引言 65
4.2 电离模型 66
4.2.1 场电离模型 66
4.2.2 SAHA 电离模型 67
4.2.3 Thomas-Fermi 电离模型 68
4.2.4 碰撞电离模型 69
4.3 PIC 模拟 70
4.3.1 预等离子体对电离的影响 73
4.3.2 激光光强对电离的影响 74
4.4 XFEL 探测电离动力学 75
4.5 小结 78
5 激光加速产生准单能的质子束 79

5.1 引言.....79
5.2 PIC 模型.....80
5.3 PIC 模拟结果.....81
5.4 靶参数对质子能谱特性的影响.....83
5.5 讨论.....85
5.6 小结.....88
6 总结和展望.....89
参考文献.....91
黄林根在攻读博士学位期间发表论文.....102
致谢.....104
黄林根个人简历.....107

1 绪论

1.1 引言

从定义上来说，等离子体是由带电粒子和原子构成的具有集体行为的准电中性物质，被称为除气态，液态和固态之外的物质第四状态。整个宇宙中，据称 99%以上的物质都处于等离子体状态[1]，而地球属于剩余的 1%。所以，地球实际上是宇宙中极为稀有的存在，孕育着生命和文明。人类要探索宇宙，了解宇宙，就必定得了解等离子体的物理行为。20 世纪 80 年代 G. Mourou 等发明啁啾脉冲放大(CPA)技术[2]，使超强激光技术和等离子体基础科学的研究得到迅速发展。当前，超强超短激光装置的峰值光强 I_0 可以高达10^{22} $\mathrm{W/cm^2}$[3]。本论文集中研究由超短相对论激光 ($I_0 > 10^{18}$ $\mathrm{W/cm^2}$, $\tau < 1\,\mathrm{ps}$) 产生的等离子体动力学：包括靶体中的离子和电子加热，靶体电离过程和质子加速。超强超短激光作用在固体靶上会有丰富复杂的物理过程产生：如原子电离，热电子产生，冷电子回流，粒子碰撞，粒子加热，自生电磁场，光子辐射，核聚变，粒子加速等等，如图 1.1 所示:

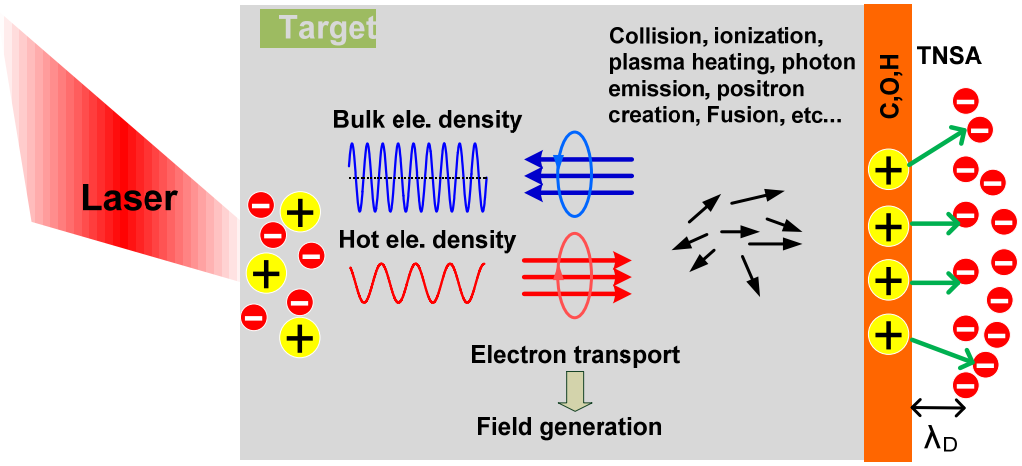

图 1.1 强激光与固体靶相互作用中物理过程的简单示意图

要理解这些物理过程，研究人员可借助于实验，理论和数值模拟等各种工具。近三十年来，在超强超短激光与固体靶相互作用这个大领域中，激光离子加速的研究最为热门。一方面，离子束在癌症治疗、快点火、裂变、离子成像、基础物理等方面有着潜在的应用，而激光加速离子又具有常规直线加速器无法比拟的优势，如加速电场梯度更大、占用空间小、成本低、操作简便等。另一方面，在实验中，往往通过靶后鞘层加速机制（TNSA）获得高能离子，其物理过程主要发生在固体表面，如热电子产生，鞘层电场建立等。鞘层电场加速产生的高能离子源于固体靶表面，其能谱特性在实验中可通过 CR39 探测器，胶片剂量组片（RCF），Thomson 能谱仪，飞行时间谱等诊断设备较容易测量。虽然，强激光与固体靶相互作用的表面物理过程得到大量研究，但靶体内部的物理过程如靶体加热，电荷分布，辐射产生，状态方程等却仅有少数硬件实力雄厚的国家实验室和大学在研究，如拥有国家点火装置（NIF）的美国劳伦斯利弗摩尔国家实验室（LLNL），拥有快点火激光装置 LFEX 的日本大阪大学等。其主要原因为在实验上受限于探测靶体内部物理过程的诊断设备。2012 年德国亥姆霍兹德累斯顿-罗森道夫研究中心（HZDR）T.E.Cowan 等科学家提出“ Helmholtz International Beamline for Extreme Fields at European XFEL（HIBEF）”项目并获得~2 千万欧元经费支持开始实行，预计 2016 年进行第一次实验[4]。其初期计划是在德国同步辐射光源中心（DESY）建立一台超短激光器（3J，30fs/100TW）和一台长脉冲激光器（~ns，~100J）进行超强场激光等离子体实验，并利用单光子能量 3 ~24 keV ，脉宽为 2 ~150fs ，单脉冲光子数约为 10^{12}（8keV）的欧洲 X 射线自由电子激光器（XFEL）对固体靶内部的等离子动力学进行诊断[5]。受益于 XFEL 相干性，短波长和短脉冲等特性，可探测固体靶内部 nm 尺寸和 fs 时间分辨率的物理过程，如电荷态分布，靶体温度，磁场分布，密度分布，状态方程，成丝等等。图 1.2 为利用 XFEL 的小角度 X 射线散射技术（SAXS）探测固体靶内部的自由电子密度分布，从而研究固体靶体表面和内部束流不稳定性的物理现象[6]。该国际性项目当前约有 85 个研究组，约 670 个研究人员加入到用户群中。该项目的实行很可能开启超强激光与固体靶相互作用及高能密度物理领域的新篇章。接下来给出强场激光与固体靶相互作用的基本理论:包括单电子在真空中的电动力学，电子在固体靶表面的电动力学及激光离子加速。

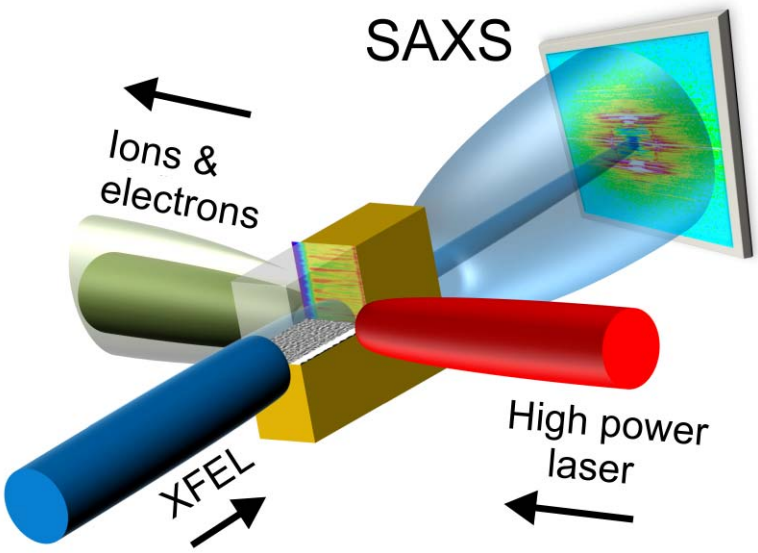

图 1.2 利用小角度 X 射线散射技术（SAXS）研究固体靶体表面和内部束流不稳定性的物理现象的示意图[6]

1.2 单电子在真空中的电动力学

单电子在真空中的电动力学在很多文献中已有详细的理论分析，下面只做一些简单的介绍[7, 8]。为便于计算，除特殊说明外，本节的物理参数无量纲化，它们和带有 CGS 单位的真实物理变量的关系如下:

时间: $t = t_{real} / \omega_0^{-1} = 2\pi t_{real} / T_0$，其中 ω_0 和 T_0 分别为激光角频率和周期;

速度: $v = v_{real} / c$，其中 c 为真空中的光速;

长度: $x = x_{real}\omega_0 / c = 2\pi x_{real} / \lambda_0$，其中 λ_0 为激光波长;

质量: $m = m_{real} / m_e$，其中 m_e 为初始电子静质量;

电荷: $q = q_{real} / e$，其中 e 为电子基本电荷;

电场: $E = E_{real} / (m_e c\omega_0 / e)$;

磁场: $B = B_{real} / (m_e c\omega_0 / e)$。

无量纲化的激光峰值电场 a_0 可以写为:

$$a_0 = \frac{eE_0\lambda_0}{2\pi m_e c^2} = \frac{e}{m_e c\omega_0}\left(\frac{8\pi I_0}{c\alpha}\right)^{1/2} = 0.8535\times10^{-9}\alpha^{-1/2}I_0^{1/2}\left[W/cm^2\right]\cdot\lambda_0[\mu m] \quad (1.1)$$

其中 I_0 为激光峰值强度，α 为偏振因子，线偏振时 $\alpha = 1$，圆偏振时 $\alpha = 2$。由式 1.1 可知，若 $a_0 = 1$，则电子从激光场获得的动能约为 $W_{kin} \approx eE_0\lambda_0 \sim m_e c^2$，即 W_{kin} 约为电子的静止能量量级，电子的速度可以达到相

对论区域。因此，我们称 $a_0 \geq 1$，即 $\mathrm{I}_0 \geq 10^{18}\ \mathrm{W/cm^2}\lambda_0\ [\mu\mathrm{m}]^{-2}$ 的激光为相对论激光。因为离子质量是电子质量的 $m_{ion}/m_e > 10^3$ 以上，离子要被激光直接加速到相对论速度则要求 $a_0 > 10^3$，即激光强度 $\mathrm{I}_0 > 10^{24}\ \mathrm{W/cm^2}\lambda_0\ [\mu\mathrm{m}]^{-2}$。当前，大多数强场超短激光装置都使用钛宝石晶体(Ti:Al_2O_3)或钕玻璃作为激光增益介质[3, 9-14]，其中心波长 $\lambda_0 \approx 1\,\mu\mathrm{m}$。

若忽略辐射效应，则激光作用在真空中单个自由电子上的电动力学可由相对论洛伦兹方程描述:

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}=-(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}) \tag{1.2}$$

先考虑一种最简单的情况:激光为 y 方向上偏振，x 方向传播的无限长平面波，则作用在电子上的电磁场可表达为:

$$\vec{E}=a_0\cos(t-x)\vec{e_y} \tag{1.3}$$

$$\vec{B}=a_0\cos(t-x)\vec{e_z} \tag{1.4}$$

再根据能量守恒方程:

$$\frac{dE_{kin}}{dt}=\frac{d(\gamma-1)}{dt}=-\vec{v}\cdot\vec{E}=-v_y\cdot a_0\cos(t-x) \tag{1.5}$$

则电子的运动方程可以写为标量形式:

$$\begin{cases}\dfrac{dP_x}{dt}=-P_y a_0\cos(t-x)/\gamma\\ \dfrac{dP_y}{dt}=-(a_0\cos(t-x)-P_x a_0\cos(t-x)/\gamma)\\ \dfrac{d(\gamma-1)}{dt}=-P_y a_0\cos(t-x)/\gamma\end{cases} \tag{1.6}$$

其中 $\gamma=\sqrt{1+P_x^2+P_y^2}$ 为相对论因子。假设电子初始时静止，求解方程组(1.6)可得电子的动量和位置分别为:

$$p_x(t)=\frac{a_0^2}{2}\sin^2\varphi(x(t),t) \tag{1.7}$$

$$p_y(t)=-a_0\sin\varphi(x(t),t) \tag{1.8}$$

$$x(t)=\frac{a_0^2}{4}\left[\varphi(x(t),t)+\frac{1}{2}\sin 2\varphi(x(t),t)\right] \tag{1.9}$$

$$y(t)=a_0\sin\varphi(x(t),t) \tag{1.10}$$

$$\gamma(t)=p_x(t)+1 \tag{1.11}$$

其中 $\varphi(x(t),t)=t-x(t)$ 为电子的相位。该运动方程的解为隐函数，因为电子的相位 $\varphi(x(t),t)$ 也是其位置 $x(t)$ 的函数。虽然如此，从解(1.7)~ (1.11)中我们可以很清晰地了解单电子在真空中的电动力学性质:

电子在纵向上以 $2\omega_0$ 频率振荡，在横向上 ω_0 以频率振荡;

若激光场 $a_0<<1$，则电子的纵向动量远小于横向动量，即 $p_x<<p_y$，此时电子可近似为在激光偏振方向上做频率为 ω_0 的谐振运动;

若激光场 $a_0>>1$，即强激光场作用下，电子的纵向运动远强于横向运动，此时电子在 x-y 平面内做 Zig-Zag 运动，如图 1.3(a)所示;

电子在横向上的位移以振幅 a_0，频率 ω_0 振荡;在纵向则不断向前移动。该纵向位移可由平均纵向速度，又称漂移速度(1.12)来描述:

$$v_D=\frac{<p_x>}{<\gamma>}=\frac{<p_x>}{<1+p_x>}=\frac{{a_0}^2}{{a_0}^2+4} \tag{1.12}$$

为了更好地理解真空中单电子与平面电磁波相互作用的运动，我们可以在以漂移速度 v_D 的运动坐标系内，又称平均静止坐标系内，即 $<p>=0$，得出电子的位置坐标为:

$$\begin{aligned} x(\varphi)&=\frac{{a_0}^2}{8\sqrt{1+{a_0}^2/2}}\sin 2\varphi(x(t),t)\\ y(\varphi)&=-\frac{a_0}{\sqrt{1+{a_0}^2/2}}\sin\varphi(x(t),t)\end{aligned} \tag{1.13}$$

由(1.13)可得出平均静止坐标系内电子横向和纵向的位置关系为:

$$x(\varphi)^2=\frac{y(\varphi)^2}{16}\left(\frac{{a_0}^2}{1+{a_0}^2/2}-y(\varphi)^2\right) \tag{1.14}$$

真空中单电子在该坐标系下的运动轨迹方程式(1.14)在物理图像上为著名的“8“字形，如图 1.3(b)所示：

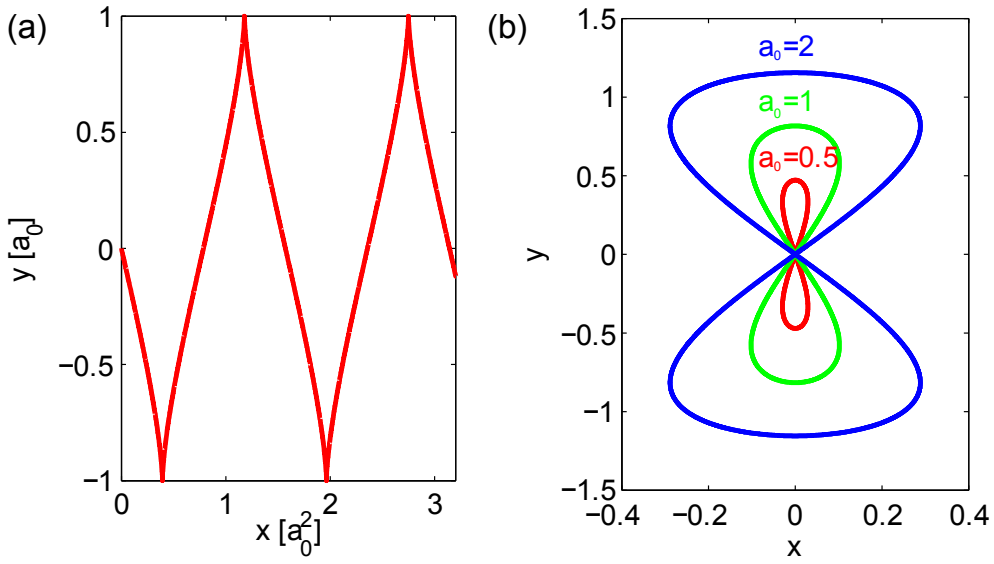

图 1.3 真空中单电子在平面激光场作用下的运动轨迹(a)实验坐标系; (b)平均静止坐标系

若激光场在时间上不是无限长且保持恒定振幅，而是具有一定脉宽的高斯包络，但横向仍旧是平面分布，其场值(1.3)，(1.4)则需加载一个高斯项:

$$\vec{E} = a_0 \exp\left[-(\frac{t-t_0}{\tau})^2\right]\cos(t-x)\vec{e}_y \tag{1.15}$$

$$\vec{B} = a_0 \exp\left[-(\frac{t-t_0}{\tau})^2\right]\cos(t-x)\vec{e}_z \tag{1.16}$$

考虑 $a_0 = 2$， $\tau = 5\cdot 2\pi$，将场值(1.15)，(1.16)代入到运动方程中，则可数值解析得到电子运动的图像，如图 1.4 所示。

由图 1.4 可以很清晰地知道，在平面高斯强激光脉冲场($a_0 > 1$)作用下，电子在偏振方向上做来回振荡，横向上在激光上升沿被加速，下降沿被减速(平均来说)。当激光结束时，电子也恢复到静止状态，只是在纵向上有个漂移位移。所以，电子并不能从平面激光脉冲场上获得净能量。

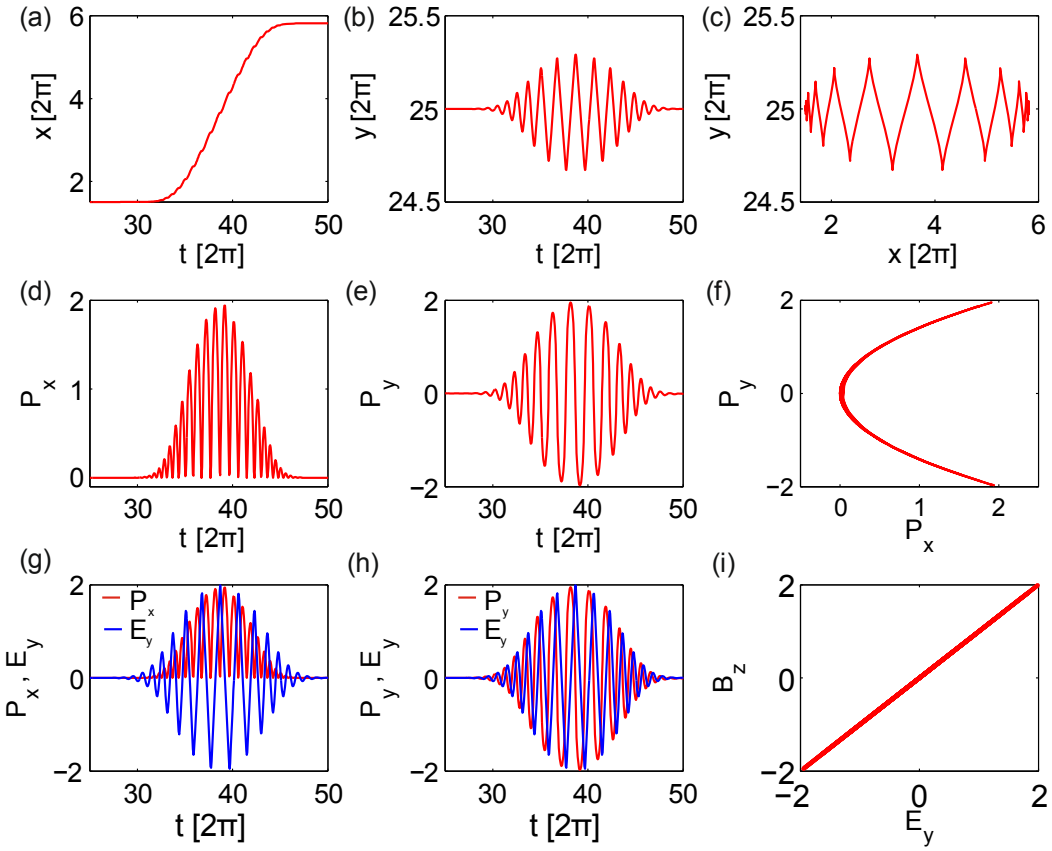

图 1.4 真空中单电子在平面高斯激光脉冲场作用下的电动力学: (a)纵向位移的时间演化; (b)横向位移时间演化; (c)电子轨迹; (d)纵向动量时间演化; (e)横向动量时间演化; (f)动量关系; (g)纵向动量和作用在电子上的电场的时间演化; (h)横向动量和作用在电子上的电场的时间演化; (i)作用在电子上的电场和磁场的关系

现在，考虑真实的激光场。真实的激光场往往在时间上不仅有高斯包络，在横向空间也具有一定的高斯分布，而不是均匀分布。对于紧聚焦激光脉冲，其场值(1.15)，(1.16)可以进一步修正为:

$$\vec{E} = a_0 \frac{\sigma_0}{\sigma(x)} \exp\left[-\left(\frac{y-y_0}{\sigma(x)}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2\right] \cos(t-x)\vec{e}_y \tag{1.17}$$

$$\vec{B} = a_0 \frac{\sigma_0}{\sigma(x)} \exp\left[-\left(\frac{y-y_0}{\sigma(x)}\right)^2\right] \exp\left[-\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right)^2\right] \cos(t-x)\vec{e}_z \tag{1.18}$$

其中 σ_0 为焦点处焦斑半径， $\sigma(x) = \sigma_0(1 + x^2 / R_L{}^2)$ 为距离焦点 x 的焦斑半径， $R_L = \pi\sigma_0{}^2 / \lambda_0$ 为瑞利长度。假设激光场 $a_0 = 2$， $\tau = 5 \cdot 2\pi$， $\sigma_0 = 3 \cdot 2\pi$，将场值(1.17)，(1.18)代入到运动方程(1.6)中，可数值解析得到电子运动的轨迹，如图 1.5 所示。由图 1.5 可知，初始静止的电子在激光焦斑内做非对称振荡，最

后以一定角度射离激光场。这种情形下，电子可以从激光场中获得净能量。其原因可简单理解为:在第一个半周期内，电子感受到更强的激光场，在横向上被拉离焦斑处，而在紧接下来的第二个半周期内，因为横向电场梯度，电子感受到更弱的激光场，从而不能被拉回至横向初始焦斑处。如此往复，电子在横向上将越来越偏离初始位置，最后携带一定的能量离开激光场。这种加速也称为有质动力加速。

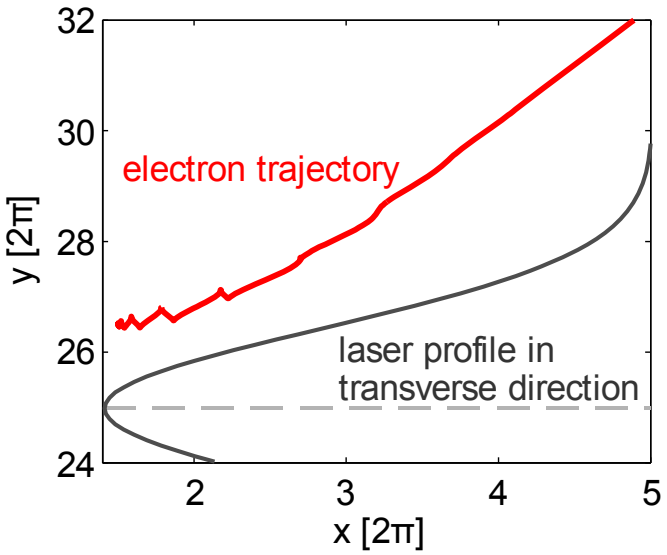

图 1.5 真空中单电子在高斯激光脉冲场作用下的轨迹

有质动力是激光等离子体领域非常重要的一个概念，可理解为带电粒子在非均匀激光场受到的周期平均力。对于非相对论情形($a_0 << 1$)，有质动力可以写为[1]:

$$F_p = \frac{d < p >}{dt} = -\nabla(\gamma_p - 1) \tag{1.19}$$

其中γ_p为电子周期平均内的相对论因子。因为$a_0 << 1$，电子的纵向动量远小于横向动量，所以电子的周期平均动能可写为$\gamma_p - 1 \approx < p_y^2 > / 2 = < a(t)^2 > / 4$，该平均动能也称为有质动力势:

$$U_p = \gamma_p - 1 = < \sqrt{1 + p_y^2} > -1 = < a(t)^2 > / 4 \tag{1.20}$$

则非相对论情形的有质动力为:

$$F_p = -\nabla < a(t)^2 > / 4 \tag{1.21}$$

而对于相对论情形($a_0 > 1$)，有质动力可以写为[15]:

$$F_p = \frac{d < p >}{dt} = -\frac{1}{\gamma_0}\nabla(m_{eff} - 1) \tag{1.22}$$

其中 $\gamma_0 = (1- < \beta^2 >)^{-1/2}$ 为周期平均的相对论因子， $m_{eff} = (1+ < a(t)^2 > / 2)^{1/2}$ 为有效质量。若 $a_0 << 1$，则式(1.22)和(1.21)等效。

1.3 电子在固体靶表面的电动力学

到目前为止，我们只讨论了真空中单电子在强场激光作用下的运动情形，本节将进一步讨论强场激光与固体靶相互作用过程中表面电子的电动力学。因为接下来的两节将引入一些重要的等离子体参数，为便于和文献比较，除特殊说明外，之后的物理参数都为 CGS 单位。

若强激光在无碰撞的冷等离子体中传播，其色散关系可以写为[1]:

$$\omega^2 = \omega_p{}^2 + k^2 c^2 \tag{1.23}$$

其中 $\omega_p = \left(4\pi e^2 n_e / m_e\right)^{1/2}$ 为等离子体角频率。对于给定的入射波角频率 ω_0，若等离子体中电子密度增大，则 ω_p 随着增大，k^2 将减小。临界情况下，$k^2 = 0$，则 $\omega_0{}^2 = \omega_p{}^2$，此时可计算出电子密度为:

$$n_c = m_e \omega_0{}^2 / 4\pi e^2 = 1.1 \times 10^{21} \lambda[\mu m]^{-2}\ cm^{-3} \tag{1.24}$$

n_c 也称为临界密度。当电子密度 $n_e < n_c$，则等离子角频率 $\omega_p < \omega_0$，激光将会在等离子体中传播，此时等离子体也称为低密度等离子体，色散关系如图 1.6 所示:

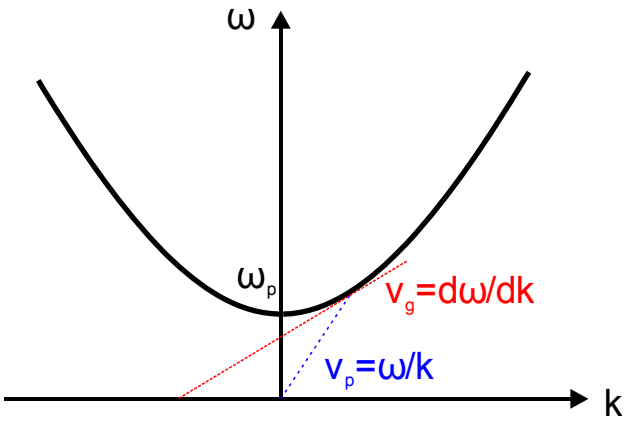

图 1.6 激光场在等离子体中传播的色散关系

对于高密度等离子体，电子密度 $n_e > n_c$，则等离子角频率 $\omega_p > \omega_0$，波矢 k 为纯虚数。此时激光一旦进入等离子体，其场强将以趋附深度 l 指数衰减:

$$l \approx c / \omega_p = (n_c / n_e)^{1/2} \lambda_0 / 2\pi \tag{1.25}$$

这种情形可以简单理解为：若等离子体振荡频率快于光子振荡频率，则等离子体可以视为几乎闭合的开关，阻止光子进入等离子体。趋附深度 l 可通过求

解亥姆霍兹传播方程得出[7]。图 1.7 为激光场与高密度等离子体相互作用中场变化的一个示例。值得注意的是，对于碰撞，相对论等离子体，其频率和趋附深度都将进行修正。

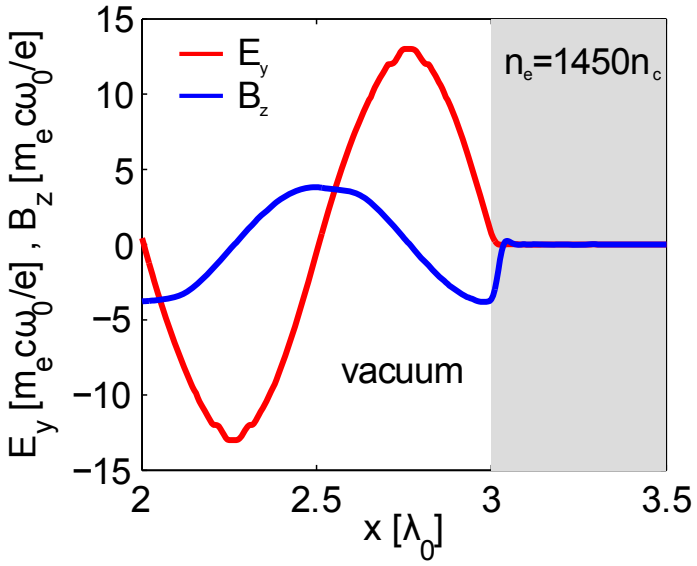

图 1.7 激光场与高密度等离子体相互作用中场变化的一个示例

虽然，相对论激光场进入到高密度等离子体中，其场强将以趋附深度指数衰减，从而使靶体内部的电子感受不到激光场，但在靶体表面附近，趋附深度内的电子可以感受到很强的激光场，并主要通过 $\vec{J}\times\vec{B}$ 非线性加热机制吸收激光能量[16]，以 $2\omega_0$ 频率振荡进入靶体内部（如图 1.8(a)所示），再通过碰撞，自生场等各种形式沉积能量到等离子体中。同时，当热电子进入到靶体内部时，由于阻尼静电场的产生，会产生与热电子方向相反的回流体电子，从而使体内的等离子体受扰动而形成等离子体波。固体靶内部等离子体波的产生可以由靶体内离子的加速度空间明显观察到，如图 1.8(b)所示。因此，要研究强场激光与固体靶相互作用，很有必要分析理解固体靶表面热电子的动力学。

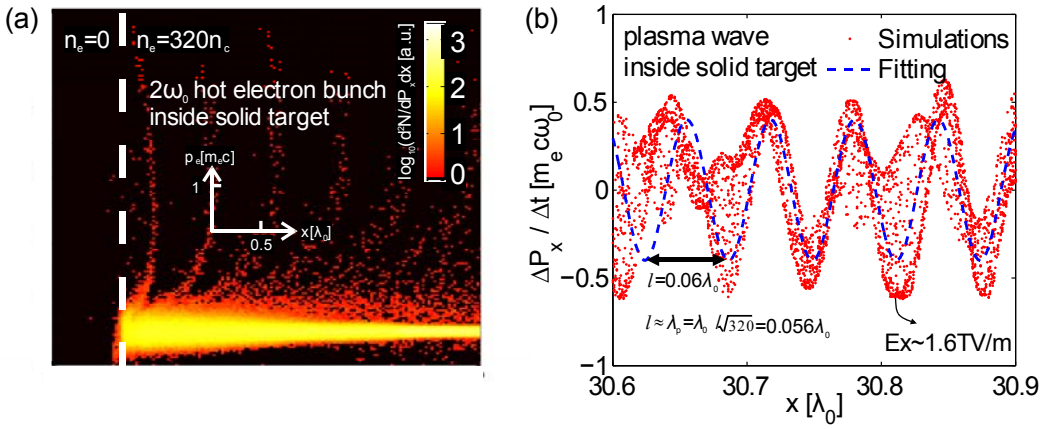

图 1.8 (a)电子纵向动量空间分布，虚线为初始真空与固体靶界面处，$2\omega_0$ 频率表征 $\vec{J}\times\vec{B}$ 非线性电子加热；(b)靶体内离子的加速度空间分布

对于激光产生的热电子，其最重要的参数包括热电子温度 T_{hot}，密度 n_{hot}，电流 J_{hot}，发散角 θ 等等。对于热电子密度 n_{hot}，有些文献假设 $n_{hot}=<\gamma_h>n_c$，即热电子密度为相对论修正的临界密度[17]。对于热电子发散角，有些文献假设利用真空中单电子的发散角 $\tan\theta\sim p_\perp/p_{//}\sim 2/a_0$ [18]。但这些假设并不精确，需要得到进一步的研究。在这里我们着重讨论热电子温度 T_{hot}。值得一提的是，在相对论激光等离子体领域，实验和模拟中观察到的电子能量分布在高能部分呈指数衰减形式 $f(E)=dN/dE=A\exp(-E/E_0)$，所以绝大多数文献定义热电子温度为电子能量分布的斜率，即 $T_{hot}=E_0$。但是这样给出的热电子温度 T_{hot} 并不是真正的电子热温度，而是近似为热电子的平均动能 $T_{hot}=\int E\,f(E)dE/\int f(E)dE=E_0$，并不能表征所有热电子在速度空间的概率分布。只是为了便于和文献比较，本章采用热电子温度这一术语。

S. C. Wilks 和 W. L. Kruer 于 1992 年利用非相对论修正的有质动力势衡量相对论下的热电子温度[19]，根据式(1.20)可知:

$$T_{hot,pond}=U_p=(<\sqrt{1+(p_y/m_ec)^2}>-1)m_ec^2=(\sqrt{1+a_0^{\,2}/2}-1)m_ec^2 \qquad (1.26)$$

虽然这个模型引用率非常高，但实际上很简单粗糙，因为只对单个电子在偏振方向上的振荡能量平均处理，且采用的是非相对论有质动力势，并忽略了纵向能量。式(1.26)在非相对论激光光强 $a_0<1$ 下预测的电子温度和实验结果较为接近，而在高相对论激光光强 $a_0>>1$ 下远高于实验结果。之后 F. N. Beg 等人于 1997 年通过对激光峰值光强 $I_0\le 10^{19}$ W / cm^2 的实验数据拟合，得到热电子温度的经验公式[20]：

$$T_{hot,Beg}=0.469a_0^{\,2/3}m_ec^2 \qquad (1.27)$$

该经验公式没有任何理论支持，也只是对部分实验数据进行拟合，所以只在部分范围内适用，实验上发现在更高激光光强下 $I_0 > 10^{19}$ W / cm^2 式(1.27)预测的热电子温度低于实验数据。之后也有其他研究人员给出不同的热电子温度模型。最近，T.Kluge 等人对趋附深度内的所有热电子在单激光周期内进行加权平均，得到与实验数据和模拟结果都非常吻合的热电子温度模型[21]：

$$T_{hot,Kluge} = \left(\frac{1}{\int_0^{T_0}(1+a_0{}^2\sin^2\omega_0 t)^{-1/2}dt/T_0} - 1\right)m_e c^2 = \left(\frac{\pi}{2K(ia_0)} - 1\right)m_e c^2 \qquad (1.28)$$

其中 $K(ia_0) = \int_0^{\pi/2}(1+a_0{}^2\sin^2\theta)^{-1/2}d\theta$ 为第一类完全椭圆积分。图 1.9 给出了不同热电子温度模型与实验数据的比较：

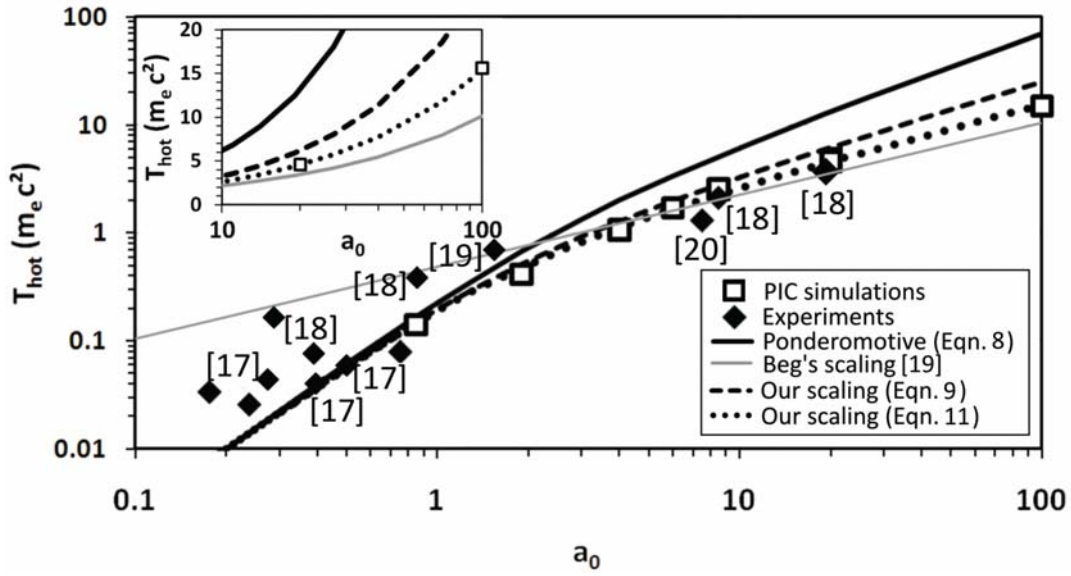

图 1.9 不同热电子温度模型与实验数据的比较[21]

1.4 激光离子加速

因为离子的惯性远大于电子，所以在激光等离子体作用区域内离子的响应速度远小于电子，但离子可以通过静电场，碰撞等各种形式吸收热电子的能量。其中，离子加速领域得到迅速发展[22]。1963 年 W. I. Linlor 等最早从实验上通过长脉冲激光(0.2 J，40 ns，5×10^9 W/cm^2)作用在等离子体中观察到约 1keV 的离子[23]。之后 J. E. Gunn 等人通过严谨的理论分析提出电磁场加速粒子的思想[24]。T. Ditmire 等人于 1997 年利用 150 fs，2×10^{16} W/cm^2 的激光脉冲与 Xe 原子团簇作用观察到约 1 MeV 的 Xe 离子，这比与小分子相互作用产生的离子能量高 4 个量级[25]。2000 年 E. L. Clark 等人利用 50 J，~1 ps，5×10^{19} W/cm^2 的 Vulcan 激光脉冲与 125 um 厚的 Al 靶相互作用获得 18MeV 的加速质子[26]。

同年，R. A. Snavely 等人利用等人利用~48 J，~500 fs，~3×10^{20} W/cm^2 的 NOVA 激光作用在固体靶上观察到截止能量为 58 MeV 的质子[27]。该记录直到 2009 年被打破，S.Gaillard 等人利用~80 J，~700 fs，~1.5×10^{20} W/cm^2 的 Trident 激光装置作用在铁砧形铜靶上加速获得能量高达 67.5 MeV 的质子[28]。

在实验上，激光离子加速的物理图像可以简单理解为：固体靶表面趋附深度内的电子吸收激光能量并通过洛伦兹力 $\vec{v}\times\vec{B}$ 进入靶体内部，如果固体靶的厚度在 $\sim\lambda_0$ 量级，则相对论速度下的电子将在 $\sim T_0$ 时间量级传输到靶体后表面。进入靶体后表面的热电子将即时建立一个梯度约为热电子德拜长度 $\lambda_{D,hot}$ 的鞘层电场 E_{sheath}。因为鞘层电场 E_{sheath} 的存在，只是少数极高能量的热电子进入真空中，脱离靶体，而大部分热电子将会被限制在鞘层电势内，部分电子则会被鞘层电场 E_{sheath} 拉回至靶体内部，形成热电子回流。另一方面，鞘层电场 E_{sheath} 会作用在靶体后表面的离子上并对其进行加速，该过程也称为靶后鞘层加速(TNSA)[29]。图 1.10 为 TNSA 加速机制的示意图：

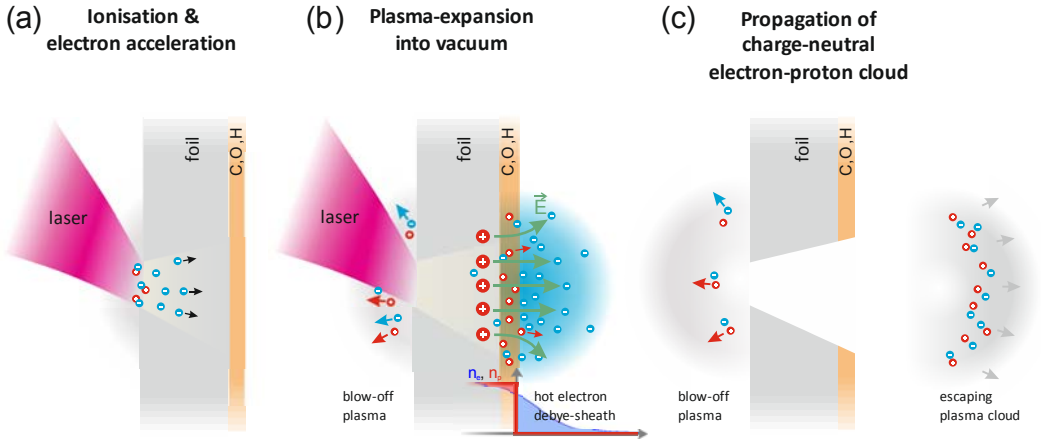

图 1.10 TNSA 加速机制过程的示意图[30]: (a)靶体前表面电子被电离和加速; (b)激光产生的热电子进入靶体传输到后表面建立梯度为德拜长度的鞘层电场; (c)靶体后表面的离子被鞘层电场加速，随着热电子进入真空中

衡量激光离子加速一个很重要的参数是离子截止能量 $\varepsilon_{\max}$。当前有数个流体模型来计算离子截止能量[31-35]，这里首先介绍 Mora 真空膨胀模型(PEM)[31]。Mora 模型假设初始时刻 $t=0$ 靶体具有密度分布均匀的冷离子，而电子在靶体后表面呈现温度为 T_e 的波尔兹曼-麦克斯韦分布，如图 1.9(b)所示:

$$n_e = n_{e0}\exp(e\Phi/k_BT_e) \tag{1.29}$$

其中 $n_{e0}=Zn_{i0}$ 为未扰动前的电子密度。则通过求解泊松方程可得到初始时刻靶鞘层的峰值电场:

$$E_{\max}(t=0)=\sqrt{2/\exp(1)}E_0 \tag{1.30}$$

其中 $E_0=\sqrt{4\pi n_e k_B T_e}$ 。之后在假设电子保持热平衡和等离子体准中性的前提下求解流体连续方程和运动方程可得到鞘层电场在真空中膨胀的含时表达式:

$$E_{\max}(t)=2E_0/(2\exp(1)+\omega_{pi}{}^2t^2)^{1/2} \tag{1.31}$$

其中 $\omega_{pi}=\sqrt{4\pi n_{i0}Z^2e^2/m_i}$ 为离子等离子体角频率。此时对离子运动方程进行积分计算(假设离子速度未达到相对论区域):

$$\frac{dv_{front}}{dt}=\frac{ZeE(t)}{m_i} \tag{1.32}$$

可得到离子最大速度的表达式:

$$v_{front}=2c_s\ln(\tau+\sqrt{1+\tau^2}) \tag{1.33}$$

其中 $c_s=(Zk_BT_e/m_i)^{1/2}$ 为离子声速， $\tau=\omega_{pi}t/\sqrt{2\exp(1)}$ 。因此离子的截止能量可近似计算为:

$$\varepsilon_{\max,PEM}\approx\frac{1}{2}m_i v_{front}{}^2=\frac{1}{2}m_i\left[2c_s\ln(\tau+\sqrt{1+\tau^2})\right]^2=2Zk_BT_e\operatorname{arcsin}h^2(\tau) \tag{1.34}$$

式(1.34)计算出的离子截止能量是时间的函数，其中包含的电子温度和密度可假设为热电子温度和密度，通过初始激光强度和脉宽可以计算。若加速电场最后不再保持，则离子加速也将停止，该时间尺度约为激光脉宽量级 τ_{laser} 。J.Fuchs 通过对部分实验数据进行拟合得到离子加速的参考时间约为 $t\approx1.3\tau_{laser}$ [32]。

之后 J.Schreiber 直接利用初始德拜长度内的势能分布对单个测试的离子运动方程积分，得到离子的截止能量 $\varepsilon_{\max,Schreiber}$ 与激光参数的关系为[33]:

$$\frac{\tau_{laser}}{\tau_0}=X(1+\frac{1}{2}\frac{1}{1-X^2})+\frac{1}{4}\ln\frac{1+X}{1-X} \tag{1.35}$$

其中 $X=(\varepsilon_{\max,Schreiber}/\varepsilon_{\max,\infty})^{1/2}$ ， $\varepsilon_{\max,\infty}=2Zmc^2(\eta P_L/P_R)^{1/2}$ 为加速时间无限长时离子能获得的截止能量， $\tau_0=B/(2\varepsilon_{\max,\infty}/m_i)^{1/2}$ 为离子加速的参考时间， $B=\sigma_0+d\tan\theta$ 为德拜势能的横向尺寸， σ_0 为激光焦斑半径， d 为靶厚， θ 为电子发散角， η 为电子吸收激光的能量效率， P_L 为激光功率， $\mathrm{P_R=m_ec^3/r_e=8.71\,GW}$ 为相对论功率单位。离子截止能量式(1.35)为隐函数，计算较为复杂，但可以近似写为[36]:

$$\varepsilon_{\max,Schreiber}\approx\varepsilon_{\max,\infty}\tanh^2(\frac{\tau_{laser}}{2\tau_0}) \tag{1.36}$$

考虑极短脉冲和极长脉冲下，可得离子截止能量激光功率 P_L 的关系为:

$$\varepsilon_{\max,Schreiber}=\begin{cases}\varepsilon_{\max,\infty}\propto\sqrt{\eta P_L}, & \tau_{laser}>>2\tau_0\\ \varepsilon_{\max,\infty}(\dfrac{\tau_{laser}}{\tau_0})^2\propto\eta P_L, & \tau_{laser}<<2\tau_0\end{cases}\tag{1.37}$$

由式(1.34)和(1.36)可知，Mora 模型给出的离子截止能量与热电子温度和激光脉宽相关，Schreiber 模型与热电子温度无关，但和激光功率，脉宽，焦斑半径，电子能量吸收率，靶体厚度和电子发散角相关。之后也有其他流体模型预测离子截止能量，但到目前为止，还没有一个完美的模型可以符合所有的实验数据，这需要从离子的动力学出发对其进一步研究。图 1.11 分别为 Mora 模型与 Schreiber 模型给出的离子截止能量与实验数据的比较:

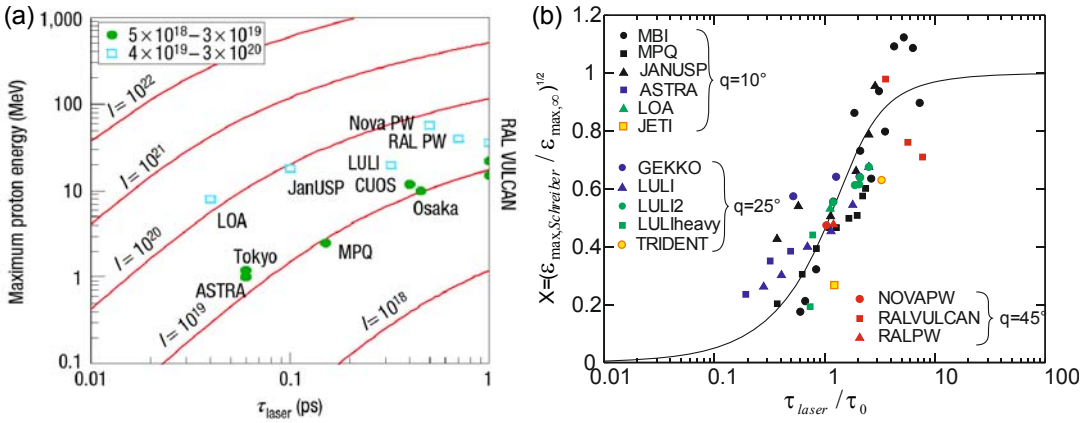

图 1.11 (a) Mora 模型[32]与(b) Schreiber 模型[33]给出的离子截止能量与实验数据的比较

为提升激光加速离子的性能，如能量更高，单能，准直等，也有很多组研究辐射压加速机制(RPA)[37] ，无碰撞冲击波加速(CESA)[38]，BOA[39]等等，但 RPA 和 TNSA 机制在实验上能否实现仍然存在很大的争议，当前和未来的几年在实验上 TNSA 还是占主导地位。

1.5 本论文安排

第一章是绪论部分，讲述了激光等离子体现状，真空中单电子的电动力学，固体靶表面电子的电动力学和激光离子加速的模型；

第二章详细给出了 particle in cell (PIC)模拟的算法：包括麦克斯韦方程求解算法，运动方程求解算法，粒子受力插值算法，电流密度算法，粒子碰撞模型等；

第三章系统研究了离子在多层固体靶内部的离子加热过程，详细讨论了靶体内部的等离子体动力学，包括热电子产生和传输，电离，碰撞，加热，辐射及离子加热等等；

第四章研究了固体靶内部的电离动力学；

第五章研究了激光加速产生准单能质子束；

第六章为本论文的总结和展望。

2 Particle In Cell 算法

在激光等离子体领域中，数值模拟方法对于物理图像的理解，理论模型的建立，实验的前期预测和后期解释等等都有着极其重要的作用。针对不同的物理过程，研究人员可采用不同的数值模拟工具: 比如研究原子量级的束缚电子跃迁，电离，复合，辐射，电荷分布等可采用 FLYCHK 程序[40]；研究纳秒(ns)量级时间尺度如等离子体膨胀，聚变等过程可采用流体程序如 HYDRA[41]等；研究飞秒(fs)到皮秒(ps)时间量级内等离子体中的电子和离子动力学可采用 particle in cell (PIC) 程序如 IPICLS[42]，PIConGPU[43]，ILLUMINATION[44]，VORPAL[45]，VLPL[46]，OSIRIS[47], LAPINE[48]等等。虽然，数值模拟在激光等离子体的研究中起着举足轻重的作用，但是要获得可信的物理过程和图像并不是一件容易的事情，因为数值误差很容易掩盖真实的物理结果。所以，利用数值程序研究物理过程，非常有必要精通程序的算法和物理模型。精确地知道程序是怎样运行的，才能明确计算得出的数值结果是否可信。本文的大部分结果都是基于 PIC 程序 IPICLS 模拟所得，所以本章将详细讲述 PIC 程序是如何运行的：包括其所用的算法和采用的物理模型。

图 2.1 (a)为 PIC 程序在单个时间步长内的典型循环，其中实线箭头为 PIC 循环必备的部分：第一步基于输入激光场依据麦克斯韦方程求解下一时刻整个模拟空间的场值分布(欧拉步长)；第二步将新的场分布插值到粒子上求解粒子的受力情况；第三步在已知粒子的受力下求解粒子运动方程可得知每个粒子新时刻的位移和速度等信息(拉格朗日步长)；第四步则可依据每个粒子新时刻的位移速度等信息求解得到它们运动产生的电流；之后根据电流分布和场分布可求解再下一时刻的麦克斯韦方程进入下一个循环，如此往复。为得到更完整的物理过程，在一个典型的 PIC 循环中也可加入新的物理模块：比如粒子碰撞过程；原子电离过程；粒子运动产生的辐射(虚线箭头)等等。图 2.1 (b)为 PIC 模拟中场分布和粒子分布的一个简单示意图，其中在网格上的场分布采用著名的 YEE 氏方法[49]，格子中的粒子在场作用下将则获得不同的运动，两者之间是相互影响相互耦合的。接下来将具体讲述 PIC 的算法和可采用的物理物理：包括麦克斯韦方程求解；运动方程求解；粒子受力插值；电流密度计算；粒子碰撞模型。

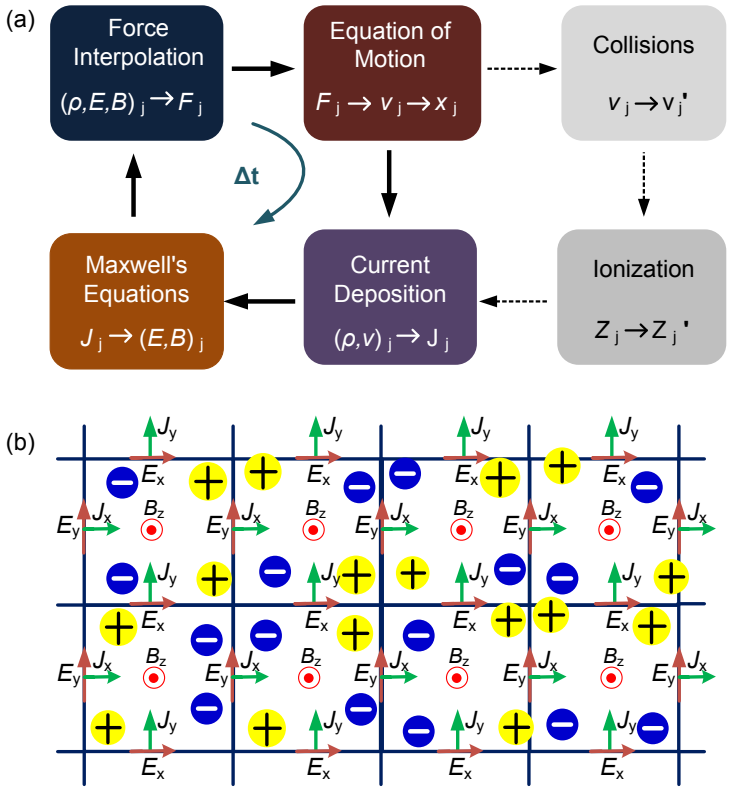

图 2.1 (a) PIC 程序在单个时间步长内的典型循环； (b)PIC 中场分布和粒子分布的示意图

本章除 2.5 和 2.6 节(CGS 单位)外所有物理变量都是无量纲化的，它们和带有 CGS 单位的真实物理变量的关系如下:

时间: $t = t_{real} / \omega_{pe}^{-1}$，其中 ω_{pe} 为初始电子等离子体频率；

速度: $v = v_{real} / v_{th}$，其中 $v_{th} = (k_B T_e / m_e)^{1/2}$ 为初始电子热速度；

长度: $x = x_{real} / \lambda_D$，其中 $\lambda_D = v_{th} / \omega_p$ 为初始电子等离子体德拜长度；

质量: $m = m_{real} / m_e$，其中 m_e 为初始电子静质量；

电荷: $q = q_{real} / e$，其中 e 为电子基本电荷；

动量: $P = \gamma mv = P_{real} / m_e v_{th}$，其中 γ 为相对论因子；

电场: $E = E_{real} / \left(m_e v_{th} \omega_{pe} / e\right)$；

磁场: $B = B_{real} / \left(m_e v_{th} \omega_{pe} / e\right)$；

电流: $J = J_{real} / \left(e v_{th} n_{pe}\right)$，其中 $n_{pe} = m_e \omega_{pe}^{\ 2} / \left(4\pi e^2\right)$ 为初始电子密度；

密度: $n = n_{real} / n_{pe}$。

值得注意的是，初始电子热速度v_{th}可以在程序中预先定义，并不一定必须是真正的初始电子热速度，这样可以避免初始等离子体温度$T_e=0$时对程序运行的影响。

2.1 麦克斯韦方程求解的数值算法

本节将讲述两种麦克斯韦方程的求解算法:第一种为非常常用的有限时域差分法(FDTD) ;第二种为在文献中并不多见的 Directional Splitting(DS)算法[50]，在本节最后将从数值稳定性和色散关系上比较两者的优劣。

2.1.1 有限时域差分法(FDTD)

无量纲化的微观麦克斯韦方程组(安培方程及法拉第方程)可以写为:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\mathrm{c}\vec{\nabla}\times\vec{B}-\vec{J}\\ \dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}=\text{-}\mathrm{c}\vec{\nabla}\times\vec{E}\end{cases}\tag{2.1}$$

而高斯方程(2.2)在一定的条件下自满足，可以不用求解。

$$\begin{cases}\nabla\cdot\vec{E}=\rho\\ \nabla\cdot\vec{B}=0\end{cases}\tag{2.2}$$

其原因为:由$\partial_t\vec{B}=-c\nabla\times\vec{E}$可得$\nabla\cdot\partial_t\vec{B}=-c\nabla\cdot\left(\nabla\times\vec{E}\right)=0$，则如果初始条件下$\nabla\cdot\vec{B}\big|_{t=0}=0$，那么由$\partial_t\nabla\cdot\vec{B}=0$可知$\nabla\cdot\vec{B}=0$恒成立。另外由$\partial_t\vec{E}=c\nabla\times\vec{B}-\vec{J}$可得$\nabla\cdot\partial_t\vec{E}=c\nabla\cdot\left(\nabla\times\vec{B}\right)-\nabla\cdot\vec{J}=-\nabla\cdot\vec{J}$，那么$\partial_t\nabla\cdot\vec{E}=\partial_t\rho=-\nabla\cdot\vec{J}$，所以在电荷守恒的条件下$\nabla\cdot\vec{E}=\rho$恒成立。

将方程组(2.1)的矢量参数转化成标量参数，可得:

$$\begin{cases}\partial_t E_x=c(\partial_y B_z-\partial_z B_y)-J_x\\ \partial_t E_y=c(\partial_z B_x-\partial_x B_z)-J_y\\ \partial_t E_z=c(\partial_x B_y-\partial_y B_x)-J_z\\ \partial_t B_x=-c(\partial_y E_z-\partial_z E_y)\\ \partial_t B_y=-c(\partial_z E_x-\partial_x E_z)\\ \partial_t B_z=-c(\partial_x E_y-\partial_y E_x)\end{cases}\tag{2.3}$$

FDTD 算法常采用 YEE 氏晶格[49] 分配电场和磁场在网格上的位置，如图 2.2 所示。方程(2.4)为基于 YEE 氏晶格将微分方程组(2.3)的第一个方程转换成差分方程的形式，其他微分方程方程也可很容易地类似写成相应的差分形式。基于 YEE 氏晶格法的 FDTD 算法在时间和空间上都是中心差分，二阶精度。

$$\frac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j,k)-E_x^{n-1}(i+\frac{1}{2},j,k)}{\Delta t}=c\frac{B_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k)-B_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k)}{\Delta y}-$$
$$c\frac{B_y^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2})-B_y^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2})}{\Delta z}-J_x^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j,k) \quad (2.4)$$

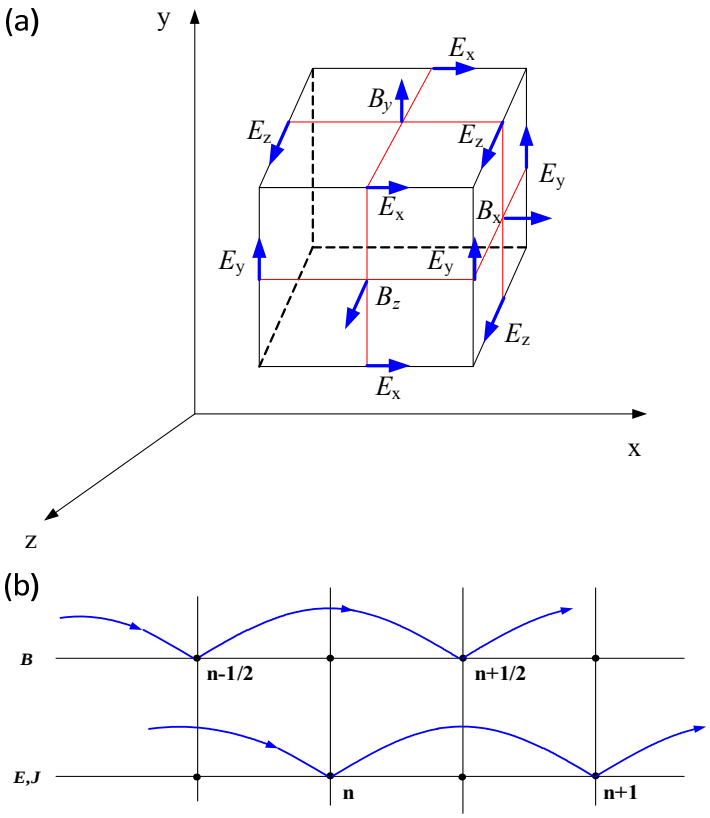

图 2.2 (a) YEE 氏晶格中的场位值分布; (b)场值在时间上的传播示意图

2.1.2 Directional Splitting(DS)算法

相对于 FDTD 算法，DS 算法将麦克斯韦微分方程转化成差分方程的过程则复杂得多。方程组(2.5)，(2.6)，(2.7)为利用 DS 算法经过一系列线性变换后将麦克斯韦微分方程(2.3)分别在 x，y，z 上正负方向写成的平流方程组:

x 方向的平流方程组:

$$\begin{cases} F_x^{\pm} = B_z \pm E_y \\ F'^{\pm}_x = B_y \mp E_z \\ \partial_t F_x^{\pm} \pm c\partial_x F_x^{\pm} = \mp J_y \\ \partial_t F'^{\pm}_x \pm c\partial_x F'^{\pm}_x = \pm J_z \end{cases} \tag{2.5}$$

y 方向的平流方程组:

$$\begin{cases} F_y^{\pm} = B_z \mp E_x \\ F'^{\pm}_y = B_x \pm E_z \\ \partial_t F_y^{\pm} \pm c\partial_y F_y^{\pm} = \pm J_x \\ \partial_t F'^{\pm}_y \pm c\partial_y F'^{\pm}_y = \mp J_z \end{cases} \tag{2.6}$$

z 方向的平流方程组:

$$\begin{cases} F_z^{\pm} = B_y \pm E_x \\ F'^{\pm}_z = B_x \mp E_y \\ \partial_t F_z^{\pm} \pm c\partial_z F_z^{\pm} = \mp J_x \\ \partial_t F'^{\pm}_z \pm c\partial_z F'^{\pm}_z = \pm J_y \end{cases} \tag{2.7}$$

如果时间和空间的关系满足 $\partial_t x = \partial_t y = \partial_t z = \pm c$，则偏微分算符 $\partial_t \pm c\partial_x$ 可写成全微分形式 $d_t = \partial_t \pm c\partial_x$，那么平流方程组(2.5)，(2.6)，(2.7)在数值上的计算将变得非常简便。为计算某时刻某个格点上的场值，只需将上一时刻该格点相邻的正负方向场值复制到该格点上再线性组合，再进行电流项的修正即可。图 2.3 为 DS 算法中场值在时间上的传播示意图:

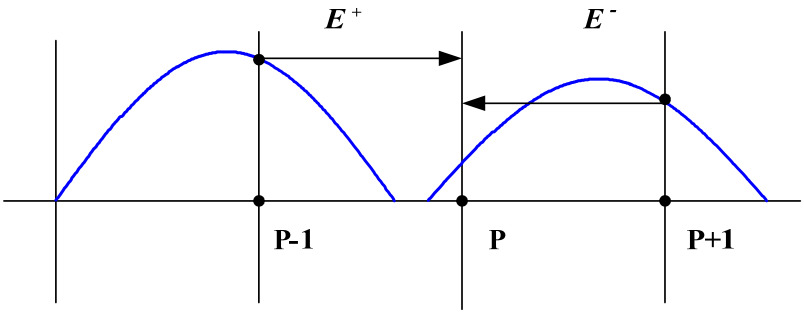

图 2.3 DS 算法中场值在时间上的传播示意图

下面给出一个例子如何在 x 方向上获得麦克斯韦微分方程组的平流方程形式，y 和 z 方向上可利用同样的方法获得。基于以下算符:

$$\because \quad \vec{a}\times\vec{b}=[\vec{a}]_{\mathrm{x}}\vec{b}=\begin{bmatrix}0 & -a_3 & a_2\\ a_3 & 0 & -a_1\\ -a_2 & a_1 & 0\end{bmatrix}\vec{b} \tag{2.8}$$

$$\therefore \quad \vec{\nabla}\times\vec{E}=[\vec{\nabla}]_{\mathrm{x}}\vec{E}=\begin{bmatrix}0 & -\partial_z & \partial_y\\ \partial_z & 0 & -\partial_x\\ -\partial_y & \partial_x & 0\end{bmatrix}\vec{E} \tag{2.9}$$

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=[\vec{\nabla}]_{\mathrm{x}}\vec{B}=\begin{bmatrix}0 & -\partial_z & \partial_y\\ \partial_z & 0 & -\partial_x\\ -\partial_y & \partial_x & 0\end{bmatrix}\vec{B} \tag{2.10}$$

麦克斯韦微分方程组(2.1)可写成矩阵形式(2.11) :

$$\partial_t\begin{bmatrix}E_x\\E_y\\E_z\\B_x\\B_y\\B_z\end{bmatrix}+c\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \partial_z & -\partial_y\\ 0 & 0 & 0 & -\partial_z & 0 & \partial_x\\ 0 & 0 & 0 & \partial_y & -\partial_x & 0\\ 0 & -\partial_z & \partial_y & 0 & 0 & 0\\ \partial_z & 0 & -\partial_x & 0 & 0 & 0\\ -\partial_y & \partial_x & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_x\\E_y\\E_z\\B_x\\B_y\\B_z\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}J_x\\J_y\\J_z\\0\\0\\0\end{bmatrix} \tag{2.11}$$

将(2.11)分解成 x，y，z 方向则可得:

$$\partial_t \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} + c\partial_x \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

$$+ c\partial_y \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

$$+ c\partial_z \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

矩阵(2.12)等效于一个简洁形式(2.13) :

$$\partial_t \vec{F} + c\partial_x \mathrm{A}\vec{F} + c\partial_y \mathrm{B}\vec{F} + c\partial_z \mathrm{C}\vec{F} = -\vec{J} \tag{2.13}$$

其中 $\vec{F} = (E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z)^{\mathrm{T}}$ ， $\vec{J} = (J_x, J_y, J_z, 0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$ ， 矩阵 A, B, C 为:

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

$$\mathrm{B}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$\mathrm{C}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

考虑 x 方向:

$$\partial_t \vec{F} + c\partial_x \mathrm{A}\vec{F} = -\vec{J} \tag{2.17}$$

为将各变量去耦化写成:

$$(\partial_t \pm c\partial_x)F_x^{\pm} = -J_x^{\pm} \tag{2.18}$$

可将矩阵 A 对角化写成 $\mathrm{P}^{-1}\mathrm{AP}=\mathrm{A}'$, 其中矩阵 P 由矩阵 A 的本征矢构成。那么方程(2.17)可以写成:

$$\partial_t \mathrm{P}^{-1}\vec{F} + c\partial_x \mathrm{A}'\,\mathrm{P}^{-1}\vec{F} = -\mathrm{P}^{-1}\vec{J} \tag{2.19}$$

由矩阵 A 的形式(2.14)可以解得其对角化矩阵 A' 及矩阵 P^{-1}， $A'P^{-1}$:

$$\mathrm{A}'=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$\mathrm{P}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

$$\mathrm{A'P^{-1}}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

所以方程(2.19)$\partial_t \mathrm{P}^{-1}\vec{F}+c\partial_x \mathrm{A'P}^{-1}\vec{F}=-\mathrm{P}^{-1}\vec{J}$可以写成(2.23):

$$\partial_t \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} + c\partial_x \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

将方程(2.23)简化可得:

$$\partial_t \begin{bmatrix} 2E_x \\ 2B_x \\ B_y+E_z \\ B_z-E_y \\ B_z+E_y \\ B_y-E_z \end{bmatrix} + c\partial_x \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -E_z-B_y \\ -B_z+E_y \\ B_z+E_y \\ B_y-E_z \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 2J_x \\ 0 \\ J_z \\ -J_y \\ J_y \\ -J_z \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

考虑矩阵中的下面四个方程，利用:

$$\begin{cases} F_x^{\pm}=B_z\pm E_y \\ J_x^{\pm}=\pm J_y \\ F'^{\pm}_x=B_y\mp E_z \\ J'^{\pm}_x=\mp J_z \end{cases} \tag{2.25}$$

则去耦化方程$(\partial_t \pm c\partial_x)F_x^{\pm} = -J_x^{\pm}$最终可写成平流方程形式(2.5):

$$\begin{cases} F_x^{\pm} = B_z \pm E_y \\ F'^{\pm}_x = B_y \mp E_z \\ \partial_t F_x^{\pm} \pm c\partial_x F_x^{\pm} = \mp J_y \\ \partial_t F'^{\pm}_x \pm c\partial_x F'^{\pm}_x = \pm J_z \end{cases}$$

基于 DS 算法在 y 和 z 方向上的平流方程形式(2.6)和(2.7)可利用同样的方法获得。

2.1.3 FDTD 算法和 DS 算法的比较

由上述可知，FDTD 和 DS 是两种截然不同的算法，孰优孰劣?本节将从数值稳定性和色散关系上对两者进行比较。以二维 P 偏振入射激光为例，则麦克斯韦偏微分方程组(2.3)可以简化为:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_x}{\partial t} = c\dfrac{\partial B_z}{\partial y} - J_x \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial t} = -c\dfrac{\partial B_z}{\partial x} - J_y \\ \dfrac{\partial B_z}{\partial t} = -c\dfrac{\partial E_y}{\partial x} + c\dfrac{\partial E_x}{\partial y} \end{cases} \tag{2.26}$$

假设激光在真空中传播，则依据 FDTD 算法偏微分方程组(2.26)可以写成差分形式:

$$\begin{cases} \dfrac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j) - E_x^{n-1}(i+\frac{1}{2},j)}{\Delta t} = c\dfrac{B_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) - B_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2})}{\Delta y} \\ \dfrac{E_y^n(i,j+\frac{1}{2}) - E_x^{n-1}(i,j+\frac{1}{2})}{\Delta t} = c\dfrac{B_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) - B_z^{n-1/2}(i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}{\Delta x} \\ \dfrac{B_z^{n+1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}) - B_z^{n-1/2}(i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2})}{\Delta t} = -c\dfrac{E_y^n(i,j+\frac{1}{2}) - E_x^n(i+1,j+\frac{1}{2})}{\Delta x} + c\dfrac{E_x^n(i+\frac{1}{2},j) - E_x^n(i+\frac{1}{2},j+1)}{\Delta y} \end{cases} \tag{2.27}$$

对于在真空中的单色平面行波，其电磁场可以表示为:

$$\begin{cases} E_x^n(I,J) = E_{x0}\exp[i(\omega n\Delta t - k_x I\Delta x - k_y J\Delta y)] \\ E_y^n(I,J) = E_{y0}\exp[i(\omega n\Delta t - k_x I\Delta x - k_y J\Delta y)] \\ B_z^n(I,J) = B_{z0}\exp[i(\omega n\Delta t - k_x I\Delta x - k_y J\Delta y)] \end{cases} \tag{2.28}$$

将电磁场表达式(2.28)代入到(2.27)中，可以得到如下关系:

$$E_{x0}=\frac{c\Delta tB_{z0}}{\Delta y}\frac{\sin(k_y\Delta y/2)}{\sin(\omega\Delta t/2)} \tag{2.29}$$

$$E_{y0}=-\frac{c\Delta tB_{z0}}{\Delta x}\frac{\sin(k_x\Delta x/2)}{\sin(\omega\Delta t/2)} \tag{2.30}$$

$$B_{z0}\sin(\omega\Delta t/2)=c\Delta t[\frac{E_{x0}}{\Delta y}\sin(k_y\Delta y/2)-\frac{E_{y0}}{\Delta x}\sin(k_x\Delta x/2)] \tag{2.31}$$

将方程(2.29)，(2.30)代入到(2.31)中，则可得到 FDTD 算法的数值色散关系为:

$$[\frac{\sin(\omega\Delta t/2)}{c\Delta t}]^2=[\frac{\sin(k_x\Delta x/2)}{\Delta x}]^2+[\frac{\sin(k_y\Delta y/2)}{\Delta y}]^2 \tag{2.32}$$

亦为:

$$\omega=2\sin^{-1}(\sqrt{(\frac{c\Delta t}{\Delta x})^2\sin^2(k_x\Delta x/2)+(\frac{c\Delta t}{\Delta y})^2\sin^2(k_y\Delta y/2)}\ )/\Delta t \tag{2.33}$$

所以在满足式(2.34)的条件下:

$$(\frac{1}{\Delta x})^2+(\frac{1}{\Delta y})^2\le(\frac{1}{c\Delta t})^2 \tag{2.34}$$

激光角频率 ω 才为实数，其传播才收敛稳定。式(2.34)也称为 Courant 稳定性条件[51]。假设 $\Delta x=\Delta y$，$\Delta t_c=\Delta x/\sqrt{2}c$，那么时间步长必须满足 $\Delta t\le\Delta t_c$ 才能保证 FDTD 算法稳定。图 2.4 为根据 FDTD 色散关系(2.33)得到的相速度 $v_p=\omega/k$ 分布：

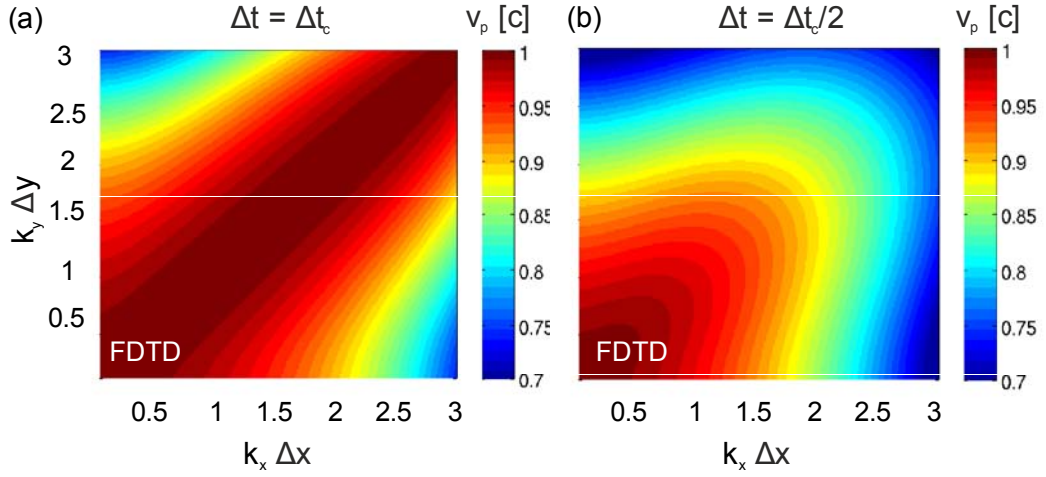

图 2.4 不同时间步长下的 FDTD 数值色散关系

由图 2.4 可知，基于 FDTD 算法的数值色散关系和激光传播方向及时间步长都有很大的关系。波长越短，相速度越远离光速。由于计算中带入的 数值色

散关系，激光不同波长成分的相速度不一样，将会导致初始激光包络展宽，这种色散关系带来的数值误差对于长时间量级的模拟尤为明显。

为作比较，接下来给出 DS 算法的数值色散关系。由上述可知，对于二维 P 偏振光，依据 DS 算法可将麦克斯韦方程写成:

$$\begin{cases} E_y^{\pm} = (B_z \pm E_y)/2 \\ \dfrac{\partial E_y^{+}}{\partial t} + c\dfrac{\partial E_y^{+}}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial E_y^{-}}{\partial t} - c\dfrac{\partial E_y^{-}}{\partial x} = 0 \\ E_x^{\pm} = (B_z \mp E_x)/2 \\ \dfrac{\partial E_x^{+}}{\partial t} + c\dfrac{\partial E_x^{+}}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial E_x^{-}}{\partial t} - c\dfrac{\partial E_x^{-}}{\partial y} = 0 \end{cases} \tag{2.35}$$

将真空中传播的电磁场表达式(2.28)代入到(2.35)中，可得:

$$\begin{aligned} E_y^{n+1} &= E_{y0}\exp[i(k_x x_i + k_y y_i - \omega(t_n + \Delta t))] \\ &= \frac{B_{z0} + E_{y0}}{2}\exp[i(k_x(x_i - \Delta x) + k_y y_i - \omega t_n)] - \frac{B_{z0} - E_{y0}}{2}\exp[i(k_x(x_i + \Delta x) + k_y y_i - \omega t_n)] \end{aligned} \tag{2.36}$$

$$\begin{aligned} B_z^{n^*} &= B_{z0}\exp[i(k_x x_i + k_y y_i - \omega t_n^*)] \\ &= \frac{B_{z0} + E_{y0}}{2}\exp[i(k_x(x_i - \Delta x) + k_y y_i - \omega t_n)] + \frac{B_{z0} - E_{y0}}{2}\exp[i(k_x(x_i + \Delta x) + k_y y_i - \omega t_n)] \end{aligned} \tag{2.37}$$

$$\begin{aligned} E_x^{n+1} &= E_{x0}\exp[i(k_x x_i + k_y y_i - \omega(t_n + \Delta t))] \\ &= -B_{z0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i - \Delta y) - \omega t_n^*)]/2 + E_{x0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i - \Delta y) - \omega t_n)]/2 \\ &\quad + B_{z0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i + \Delta y) - \omega t_n^*)]/2 + E_{x0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i + \Delta y) - \omega t_n)]/2 \end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned} B_z^{n+1} &= B_{z0}\exp[i(k_x x_i + k_y y_i - \omega(t_n + \Delta t))] \\ &= B_{z0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i - \Delta y) - \omega t_n^*)]/2 - E_{x0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i - \Delta y) - \omega t_n)]/2 \\ &\quad + B_{z0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i + \Delta y) - \omega t_n^*)]/2 + E_{x0}\exp[i(k_x x_i + k_y(y_i + \Delta y) - \omega t_n)]/2 \end{aligned} \tag{2.39}$$

求解方程式(2.36)~(2.39)，可得 DS 算法的数值色散关系为(2.40):

$$\cos(\omega\Delta t) = \frac{1}{2}(-1 + \cos(k_x\Delta x)\cos(k_y\Delta y) + \cos(k_x\Delta x) + \cos(k_y\Delta y)) \tag{2.40}$$

由式(2.40)可知，对任意波长的入射光，其角频率ω可以一直保证为实数，所以并不受 Courant 稳定性条件限制，但 DS 算法的网格大小和时间步长必须为固定的关系$\Delta t = \Delta x/c = \Delta y/c = \Delta z/c$。假设$\Delta t = \Delta x/c = \Delta y/c = \sqrt{2}\Delta t_c$，则可得到 DS 算法和 FDTD 算法的色散关系分别如图 2.5(a)和(b)所示:

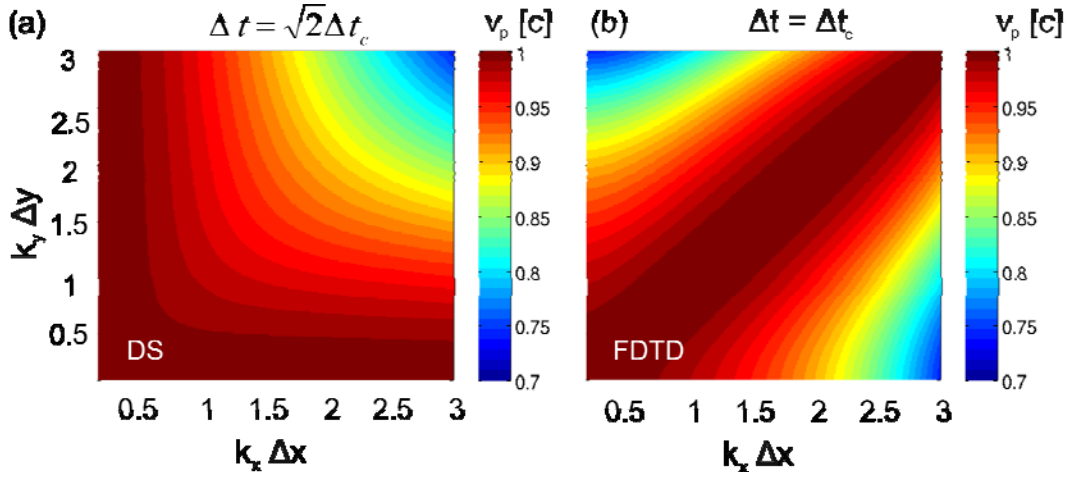

图 2.5 (a) DS 算法的色散关系; (b)FDTD 算法的色散关系

由图 2.5 可知，基于 DS 算法，激光在正入射方向几乎没数值色散，这是优于 FDTD 的方面。在 PIC 模拟中，大多数情况都是采用正入射，所以 DS 算法更有优势。另外，基于 YEE 式网格的 FDTD 算法中，场值都分布在半整数格点位置，在计算网格中的粒子受力情况时，继续将场值移动到整数格点上，这也增加了计算时间和编程难度。所以总的来说，DS 算法优于 FDTD 算法，特别是长时间尺度和大型 PIC 模拟中 DS 算法更为适用，可以避免数值色散带来的误差。图 2.6 给出利用 FDTD 和 DS 数值算法，输入激光的包络在真空中传播数个时间步长后的形状。由图可知，利用 FDTD 算法，入射波的高频部分延迟，从而使脉宽却来越大，而 DS 算法则保持入射波包络几乎不变。

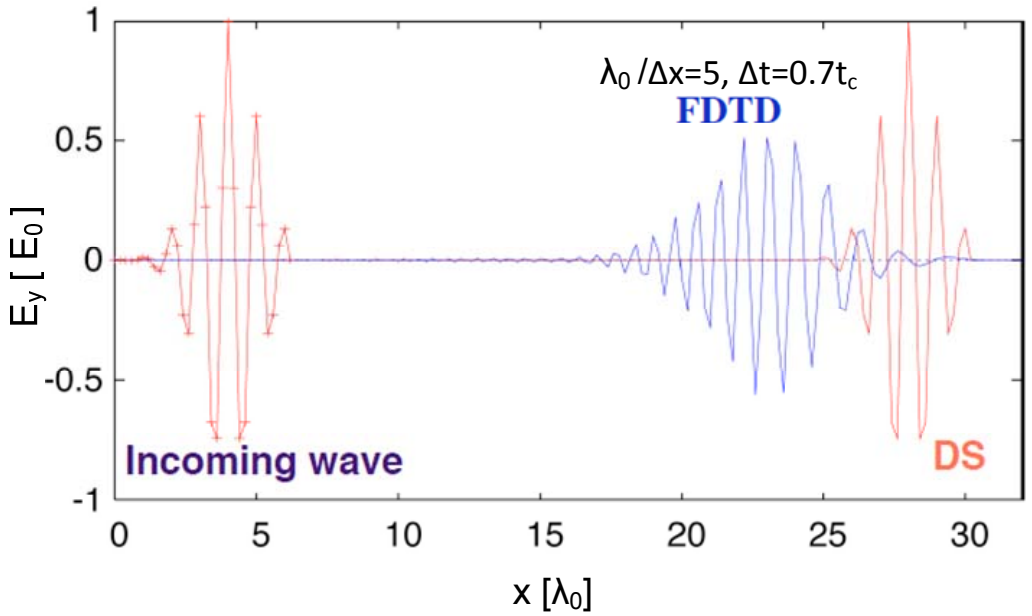

图 2.6 利用 FDTD 和 DS 算法，输入激光的包络在真空中传播数个时间步长后的变化[52]

2.2 运动方程的数值算法

在 PIC 模拟中，在得知场的分布后，接下来对每一个计算粒子进行受力分析，然后根据粒子运动方程(2.41)计算其新时刻的速度和位置等信息。

$$\begin{cases} \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \\ \dfrac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \\ \dfrac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v} \end{cases} \tag{2.41}$$

微分方程组(2.41)可以写成差分形式(2.42), (2.43), (2.44) :

$$\begin{cases} \vec{u} = \gamma \vec{v} & (2.42) \\ \dfrac{\vec{u}^{t+\Delta t/2} - \vec{u}^{t-\Delta t/2}}{\Delta t} = \dfrac{q}{m}[\vec{E}^{t} + \dfrac{\vec{u}^{t+\Delta t/2} + \vec{u}^{t-\Delta t/2}}{2\gamma^{t}} \times \vec{B}^{t}] & (2.43) \\ \dfrac{\vec{x}^{t+\Delta t} - \vec{x}^{t}}{\Delta t} = \dfrac{\vec{u}^{t+\Delta t/2}}{\gamma^{t+\Delta t/2}} & (2.44) \end{cases}$$

在 PIC 模拟中，计算粒子的个数可高达 10^9 以上，这是 PIC 中最耗 CPU 时间的部分，同时也是最容易产生数值加热的地方，所以如何求解式(2.42)是一个很值得讲究的问题。当前，Boris-Push 算法[53]因为其稳定性高，能量守恒性好，避免求解叉乘部分，将隐式函数化成显式函数从而加快计算速度，时间可逆等优良特性在 PIC 模拟中最为通用。Boris-Push 算法的基本思想是将粒子运动方程的电场加速相和磁场旋转相分离出来，如图 2.7 所示:首先对前一时刻的粒子速度在半个时间步长内进行电场加速，然后根据粒子所受的磁场力 对加速后的速度矢量其进行旋转，最后再在第二个半时间步长内进行电场加速则得到当前时刻的粒子速度，其算法可描述为:

$$\vec{u}^{\,t-\Delta t/2} \rightarrow \vec{u}^{\,-} \rightarrow \vec{u}^{\,+} \rightarrow \vec{u}^{\,t+\Delta t/2}$$

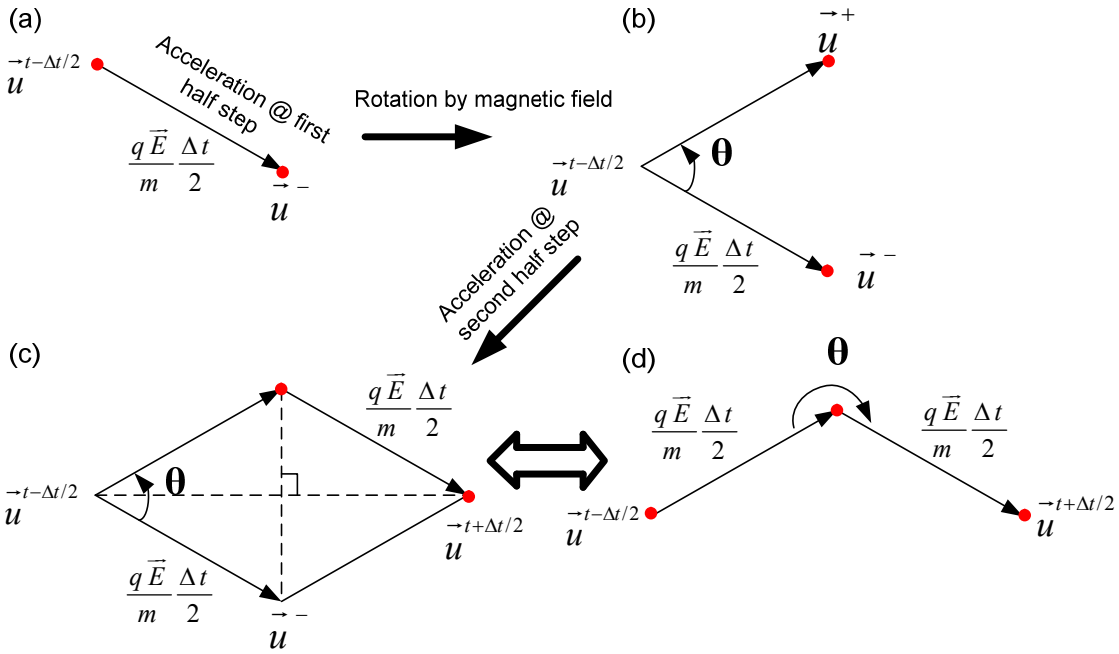

图 2.7 Boris-Push 算法求解粒子运动方程的基本思想

Boris-Push 算法的具体方法为:首先依据算法思想图 2.7(a)和(c)将隐式方程(2.43)写成显式方程形式(2.45)，(2.46) :

$$\begin{cases} \vec{u}^{\,t-\Delta t/2} = \vec{u}^{\,-} - \dfrac{q\vec{E}^{\,t}}{m}\dfrac{\Delta t}{2} & (2.45) \\ \vec{u}^{\,t+\Delta t/2} = \vec{u}^{\,+} + \dfrac{q\vec{E}^{\,t}}{m}\dfrac{\Delta t}{2} & (2.46) \end{cases}$$

再将式(2.45)，(2.46)代入到(2.43)中，则可消去电场分量得:

$$\frac{\vec{u}^{+}-\vec{u}^{-}}{\Delta t}=\frac{q}{2\gamma^{t}m}(\vec{u}^{+}+\vec{u}^{-})\times\vec{B}^{t} \tag{2.47}$$

由式(2.47)可知，速度矢量$\vec{u}^{+}$可由速度矢量$\vec{u}^{-}$通过磁场旋转而得，所以两者的大小不变，只是方向改变:

$$\left|\vec{u}^{-}\right|=\left|\vec{u}^{+}\right| \tag{2.48}$$

Boris-Push 算法重写粒子运动方程后的具体形式为:

$$\begin{cases}\vec{u}^{t+\Delta t/2}=\vec{u}^{+}+\dfrac{q\vec{E}^{t}}{m}\dfrac{\Delta t}{2}\\ \vec{u}^{+}=\vec{u}^{-}+\vec{u}'\times\vec{s}\\ \vec{u}^{-}=\vec{u}^{t-\Delta t/2}+\dfrac{q\Delta t}{2m}\vec{E}^{t}\\ \vec{u}'=\vec{u}^{-}+\vec{u}^{-}\times\vec{t}'\\ \vec{t}'=\dfrac{q\Delta t}{2\gamma^{t}m}\vec{B}^{t}\\ \vec{s}=2\vec{t}'/[1+\vec{t}'\cdot\vec{t}']\\ \gamma^{t}=(1+\left|\vec{u}^{-}\right|^{2}/c^{2})^{1/2}\end{cases} \tag{2.49}$$

方程组(2.49)看上去很复杂，为便于编程，我们可以将之简化为(2.50) :

$$\begin{cases}\vec{u}^{-}=\vec{u}^{t-\Delta t/2}+\dfrac{q\Delta t}{2m}\vec{E}^{t}\\ \vec{u}^{t+\Delta t/2}=R\vec{u}^{-}+\dfrac{q\vec{E}^{t}}{m}\dfrac{\Delta t}{2}\end{cases} \tag{2.50}$$

其中 R 为 3×3 的方阶矩阵，对应于通过磁场旋转将速度矢量$\vec{u}^{-}$变换成$\vec{u}^{+}$。以下给出求解旋转矩阵的步骤 R，由式(2.49)可知，

$$\vec{u}^{t+\Delta t/2}=\vec{u}^{+}+\frac{q\vec{E}^{t}}{m}\frac{\Delta t}{2}=(\vec{u}^{-}+\vec{u}'\times\vec{s})+\frac{q\vec{E}^{t}}{m}\frac{\Delta t}{2} \tag{2.51}$$

其中:

$$\vec{u}'=\vec{u}^{-}+\vec{u}^{-}\times\vec{t}'=\vec{u}^{-}+[\vec{t}']_{X}^{T}\vec{u}^{-} \tag{2.52}$$

$$\vec{u}'\times\vec{s}=(\vec{u}^{-}+[\vec{t}']_{X}^{T}\vec{u}^{-})\times\vec{s}=r_{index}(\vec{u}^{-}+[\vec{t}']_{X}^{T}\vec{u}^{-})\times\vec{t}'=r_{index}([\vec{t}']_{X}^{T}\vec{u}^{-}+[\vec{t}']_{X}^{T}[\vec{t}']_{X}^{T}\vec{u}^{-}) \tag{2.53}$$

因此式(2.51)可以重写为:

$$\begin{aligned}\vec{u}^{t+\Delta t/2} &= (\vec{u}^{-} + \vec{u}' \times \vec{s}) + \frac{q\vec{E}^{t}}{m}\frac{\Delta t}{2} \\ &= \vec{u}^{-} + r_{index}([\vec{t}']_X^T \vec{u}^{-} + [\vec{t}']_X^T [\vec{t}']_X^T \vec{u}^{-}) + \frac{q\vec{E}^{t}}{m}\frac{\Delta t}{2} \\ &= [1 + r_{index}([\vec{t}']_X^T + [\vec{t}']_X^T [\vec{t}']_X^T)]\vec{u}^{-} + \frac{q\vec{E}^{t}}{m}\frac{\Delta t}{2} \\ &= R\vec{u}^{-} + \frac{q\vec{E}^{t}}{m}\frac{\Delta t}{2}\end{aligned}$$

旋转矩阵 R 即为:

$$R = 1 + r_{index}([\vec{t}']_X^T + [\vec{t}']_X^T [\vec{t}']_X^T) \tag{2.54}$$

其中:

$$\vec{t}' = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$$

$$[\vec{t}']_X^T = \begin{pmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \omega_x = \dfrac{q\Delta t B_x}{2m\gamma^t} \\ \omega_y = \dfrac{q\Delta t B_y}{2m\gamma^t} \\ \omega_z = \dfrac{q\Delta t B_z}{2m\gamma^t} \\ r_{index} = \dfrac{2}{1 + \left|\vec{t}'\right|^2} \end{cases}$$

所以矩阵 R 最终可写为:

$$\begin{aligned} R &= 1 + r_{index}([\vec{t}']_X^T + [\vec{t}']_X^T [\vec{t}']_X^T) \\ &= r_{index}\begin{pmatrix} (1+\omega_x^2-\omega_y^2-\omega_z^2)/2 & \omega_x\omega_y + \omega_z & \omega_x\omega_z - \omega_y \\ \omega_x\omega_y - \omega_z & (1-\omega_x^2+\omega_y^2-\omega_z^2)/2 & \omega_y\omega_z + \omega_x \\ \omega_x\omega_z + \omega_y & \omega_y\omega_z - \omega_x & (1-\omega_x^2-\omega_y^2+\omega_z^2)/2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{2.55}$$

最后，对 Boris-Push 算法作一个小结: 粒子运动方程(2.43)可以近似重写为差分形式(2.56):

$$\begin{cases} \vec{u}^{-} = \vec{u}^{t-\Delta t/2} + \dfrac{q\Delta t}{2m}\vec{E}^{t} \\ \vec{u}^{t+\Delta t/2} = R\vec{u}^{-} + \dfrac{q\vec{E}^{t}}{m}\dfrac{\Delta t}{2} \end{cases} \tag{2.56}$$

其中:

$$R = r_{index}\begin{pmatrix} (1+\omega_x^2-\omega_y^2-\omega_z^2)/2 & \omega_x\omega_y+\omega_z & \omega_x\omega_z-\omega_y \\ \omega_x\omega_y-\omega_z & (1-\omega_x^2+\omega_y^2-\omega_z^2)/2 & \omega_y\omega_z+\omega_x \\ \omega_x\omega_z+\omega_y & \omega_y\omega_z-\omega_x & (1-\omega_x^2-\omega_y^2+\omega_z^2)/2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \omega_x = \dfrac{q\Delta t B_x}{2m\gamma^t} \\ \omega_y = \dfrac{q\Delta t B_y}{2m\gamma^t} \\ \omega_z = \dfrac{q\Delta t B_z}{2m\gamma^t} \\ r_{index} = \dfrac{2}{1+\left|\vec{t}'\right|^2} \\ \vec{t}' = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) \\ \gamma^t = (1+\left|\vec{u}^{-}\right|^2/c^2)^{1/2} \end{cases}$$

2.3 粒子受力插值

要求解粒子运动方程(2.56)，首先得知道作用在粒子位置的电场和磁场大小，即粒子的受力情形。在 PIC 模拟中，场值分布在网格格点上，而粒子可能分布在模拟空间的任意位置，所以必须将格点上的场值内插到粒子位置，获得正确的粒子受力，否则在计算中将带来很大的数值噪声和误差。为解决这一问题，PIC 将计算粒子假设为具有一定形状的分布，而非一个质点。这样，按照给定的分布函数可以将粒子的宏观属性如电荷，密度，产生的电流等分布在网格格点上，与场值的位置一样，因此便可更接近得知粒子的受力情形。在 PIC 模拟中，因为计算粒子并非一个质点，而是具有一定形状的分布，所以也称之为虚拟粒子。图 2.8 为 2D 一阶情况下计算粒子的电荷分布和受力插值示意图:

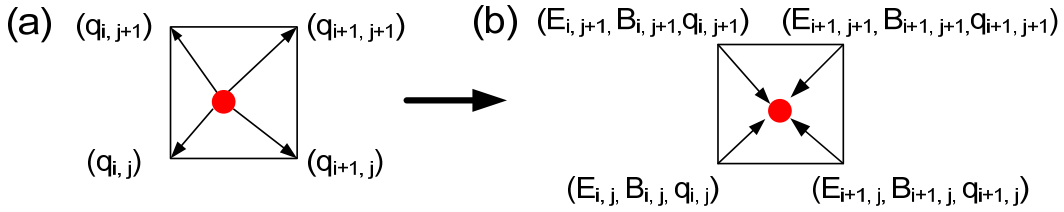

图 2.8 2D 一阶情况下计算粒子的(a)电荷分布和(b)受力插值示意图，其中红点为粒子所在位置

其数学形式可以写为:

$$\begin{cases} q\vec{E}^{t} = q\sum_{p} W_{p}(x)\vec{E}_{p}^{t} \\ q\vec{B}^{t} = q\sum_{p} W_{p}(x)\vec{B}_{p}^{t} \end{cases} \tag{2.57}$$

其中 $W_p(x)$ 为处于 x 位置的粒子在网格点 x_p 的电荷分量，即电荷分布函数，$W_p(x)$ 必须满足电荷守恒，匀滑性好等特点。表 2.1 给出了不同电荷分布函数的特性[54]:

表 2.1 不同电荷分布函数的特性，其中 d 为维度

名称	阶数	所需网格点	插值力
NGP	0	1^d	阶梯式
CIC	1	2^d	连续线性分段
TSC	2	3^d	连续且一阶可导
PQS	3	4^d	连续且一阶，二阶可导
…	…	…	…

阶数越高，插值力越匀滑，数值噪声越小。接下来给出一个示例如何求解 1D 二阶电荷分布函数(TSC)$W_p(x)$。图 2.9 为位置为 x 的粒子在 1D 情况下的二阶电荷分布和受力插值:

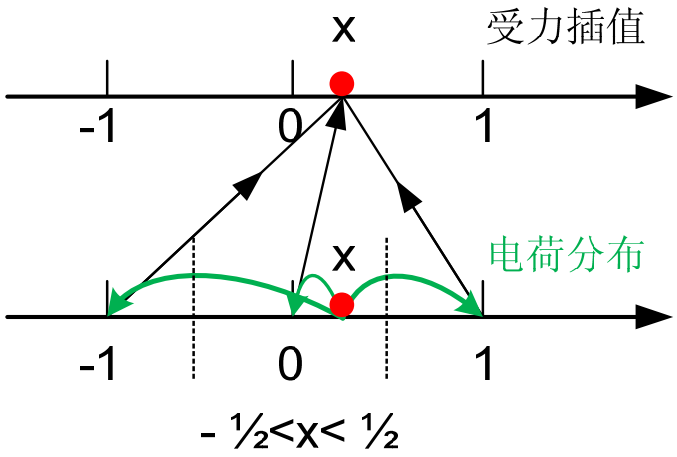

图 2.9 位置为 x 的粒子在 1D 情况下的二阶电荷分布和受力插值

粒子电荷分布函数 $W_p(x)$ 在其最邻近的三个网格点 $(-1,0,1)$ 可以写成一元二次方程形式:

$$\begin{cases} W_0(x) = ax^2 + b \\ W_1(x) = W_{-1}(-x) = cx^2 + dx + e \end{cases} \tag{2.58}$$

其中粒子的位置 x 计算为拉格朗日步长，其定义域为 $-1/2 < x < 1/2$。为计算方程组(2.58)的待定系数，考虑粒子处于特殊位置 $x = 1/2$，则有:

$$\begin{cases} W_0(1/2) = 1/2 \\ W_1(1/2) = 1/2 \\ W_{-1}(1/2) = 0 \\ \dfrac{d}{dx} W_{-1}(1/2) = 0 \\ \dfrac{d}{dx} W_1(1/2) = -\dfrac{d}{dx} W_0(1/2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a/4 + b = 1/2 \\ c/4 + d/2 + e = 1/2 \\ c/4 - d/2 + e = 0 \\ -c + d = 0 \\ -a = c + d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3/4 \\ c = 1/2 \\ d = 1/2 \\ e = 1/8 \end{cases}$$

所以粒子电荷分布函数 $W_p(x)$ 可以写成:

$$\begin{cases} W_0(x) = -x^2 + 3/4 \\ W_1(x) = W_{-1}(-x) = (x + 1/2)^2 / 2 \end{cases} \tag{2.59}$$

根据位移不变性原理，$W_p(x)$ 也可以重写为:

$$W(x)=\begin{cases}3/4-x^2 & (|x|\le 1/2)\\ (3/2-|x|)^2/2 & (1/2\le|x|\le 3/2)\\ 0, \text{其他} & \end{cases} \tag{2.60}$$

图 2.10 为在位置 x 的粒子 1D TSC 的电荷分布函数 $W_p(x)$ 图像:

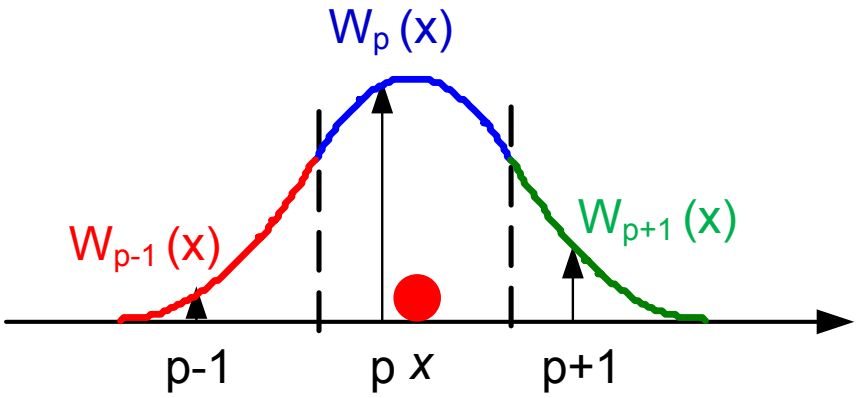

图 2.10 在位置 x 的粒子 1D TSC 的电荷分布函数图像

其他任意阶的电荷分布函数 $W_p(x)$ 可以通过同样的方法计算。

将 1D 的 $W_p(x)$ 扩展为 2D 或 3D 的形式也很简单，只需先分别计算各维度粒子在其附近网格点的电荷分布情况，然后对各维度的电荷分量对应相乘即得到最终的电荷分布。以 2D TSC 分布函数为例，每个计算粒子的电荷将分布在其最邻近的 3^2=9 个网格点上，假设 W_i 和 W_j 分别为粒子在 x 和 y 方向上最邻近三个网格点的电荷分布，则 2D 电荷分布函数可以写成:

$$W_{ij}=W_i W_j \tag{2.61}$$

2D TSC 的粒子电荷分布函数及 0~4 阶粒子分布所占用网格数可以形象地在图 2.11 展现出来:

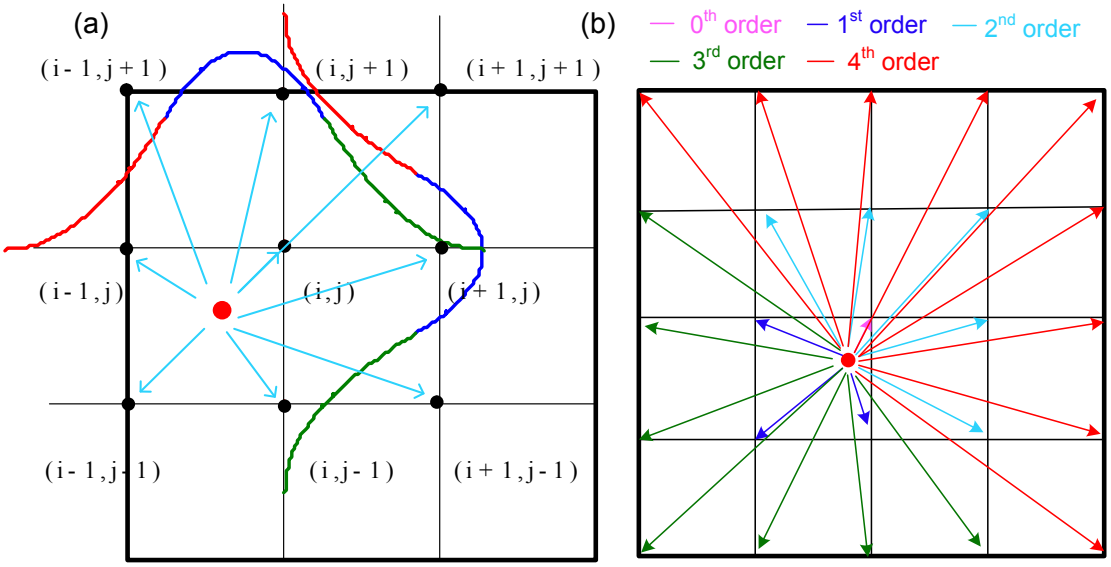

图 2.11 (a) 2D TSC 的粒子电荷分布函数图像; (b) 0~4 阶粒子分布所占用网格数示意图，其中红点为粒子所在位置

2.4 电流密度计算

由连续方程(2.62)可知，带电计算粒子的运动将会产生局部电流，而这局部电流可以近似为麦克斯韦方程求解的电流项。

$$\partial_t \rho = -\nabla \cdot \vec{J} \tag{2.62}$$

因为在数值计算粒子运动方程中，所得的粒子速度有一定的误差，所以由简单的面积平均法求解电流密度分布 $\vec{J} = en\vec{v}$ 并不能严格满足连续方程(2.62)，而需求解泊松方程对电场进行修正[55]，这需要长程计算，并不易于并行优化。但若计算该局部电流的过程中满足电荷守恒的条件，则可以避免求解泊松方程。由连续方程(2.62)可知，电流密度可由粒子的电荷密度分布变化表征。在 PIC 模拟中，计算粒子并非一个质点，而可以定义为其宏观属性如电荷，密度，产生的电流等在网格格点上的分布，该分布取决于给定的插值函数和粒子的位置，而与粒子速度无关。所以局部电流密度的计算将变得非常简单: 只需求解计算粒子在其附近网格格点上前后时刻的电荷密度分量，再由各格点的电荷密度变化率即可得该格点的电流密度。假设某粒子 t_0 和 t_1 时刻在其附近网格点的电荷密度分布分别为矩阵 W_0 和 W_1，则各网格点的电荷密度变化为:

$$T = W_1 - W_0 \tag{2.63}$$

则对应产生的电流密度变化 ΔJ 为:

$$\Delta J = \frac{q}{V}\frac{\Delta x}{\Delta t}T = \frac{q}{V}\frac{\Delta x}{\Delta t}(W_1 - W_0) \tag{2.64}$$

图 2.12 给出了 2D TSC 粒子电荷分布函数在单个时间步长内变化产生电流密度的示意图。值得注意的是，为抑制数值加热，电荷密度分布的变化必须很匀滑，因此可以采用高阶分布函数。另外，计算粒子在单个时间步长内运动的距离 $v\Delta t$ 必须小于网格大小 Δx，这由 DS 算法求解麦克斯韦方程的限制条件 $\Delta t = \Delta x / c = \Delta y / c = \Delta z / c$ 可以保证，否则粒子的运动速度将大于光速。在电荷守恒的条件下，J. Villasenor 和 O. Buneman 给出了基于一阶电荷分布 CIC 的电流密度计算方法[56]，但因考虑到各种边界情形，其计算形式非常复杂。而后 T. Z. Esirkepov 给出了任意阶电荷分布函数下电流密度计算的统一形式[57]，该形式可以直接用于 PIC 编程中。

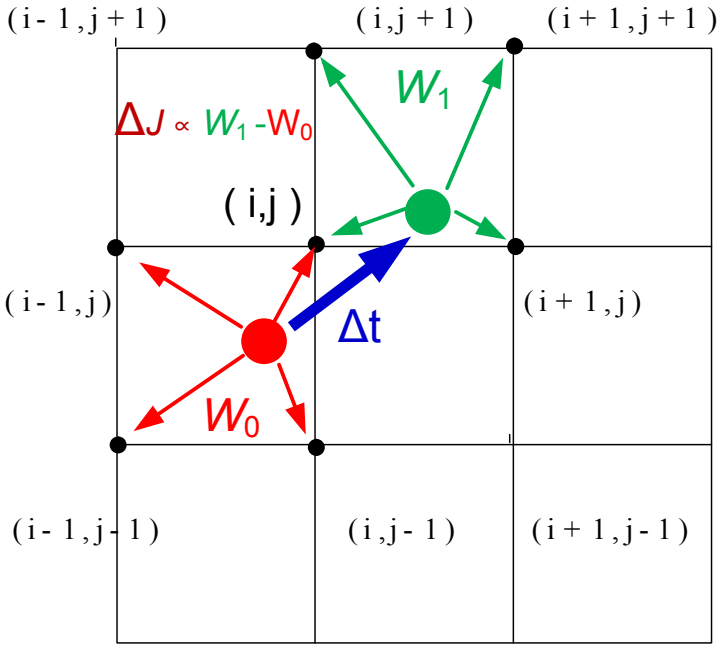

图 2.12 2D TSC 粒子电荷分布函数在单个时间步长内变化产生电流密度的示意图

2.5 粒子碰撞模型

在等离子体中，粒子的碰撞频率 ν 和其温度 T 及密度 n 相关: $\nu \propto nT^{-3/2}$。因此，在低温高密度等离子体中，粒子的碰撞频率可能达到甚至大于等离子频率 ω_{pe}，$\nu \geq \omega_{pe}$，此时碰撞将会很大地影响等离子体动力学，如抑制不稳定性[58]，碰撞加热等，所以在这些情形下 PIC 模拟中必须加入碰撞项。T. Takizuka 等于 1977 年最早提出在 PIC 模拟中利用两体碰撞模型[59]，1998 年 Y.Sentoku 等对两体碰撞模型进行了相对论修正[60]。最近 F. Perez 等人给出仅基于实验室坐标系和质心坐标系下的相对论两体碰撞模型[61]，计算更为简便。接下来简

单介绍下 Y.Sentoku 的两体碰撞模型。在两体弹性碰撞中，各粒子的动量发生变化，但总能量保持不变。另外假设碰撞并不改变粒子的位置。设两粒子α，β在实验室坐标系下(LAB)的动量为$(p_\alpha,\vec{p}_\alpha)$，$(p_\beta,\vec{p}_\beta)$，经洛伦兹变换后在质心坐标系下(CM)的动量为$(P_\alpha,\vec{P}_\alpha)$，$(P_\beta,\vec{P}_\beta)$，其中$p_\alpha=|\vec{p}_\alpha|,p_\beta=|\vec{p}_\beta|,P_\alpha=|\vec{P}_\alpha|,P_\beta=|\vec{P}_\beta|$。由洛伦兹变换可知粒子$\alpha$，$\beta$在 CM 坐标系下的速度为:

$$\vec{V}_\alpha=\frac{\vec{P}_\alpha}{\gamma_{\alpha,CM}} \tag{2.65}$$

$$\vec{V}_\beta=\frac{\vec{P}_\beta}{\gamma_{\beta,CM}} \tag{2.66}$$

其中$\vec{P}_\alpha=\vec{p}_\alpha+\frac{\gamma_{CM}-1}{v_{CM}^{\ 2}}(\vec{v}_{CM}\cdot\vec{p}_\alpha)\vec{v}_{CM}-\gamma_{CM}p_\alpha\vec{v}_{CM}$，$\vec{P}_\beta=-\vec{P}_\alpha$，$\gamma_{\alpha,CM}=\frac{P_\alpha}{m_\alpha}$，$\gamma_{\beta,CM}=\frac{P_\beta}{m_\beta}$，$\vec{v}_{CM}=\frac{\vec{p}_\alpha+\vec{p}_\beta}{p_\alpha+p_\beta}$，$\gamma_{CM}=\frac{1}{1-\sqrt{v_{CM}^{\ 2}/c^2}}$。由式(2.65)和(2.66)可得到 CM 坐标系下两粒子的相对速度为:

$$\vec{v}_{rel}=\frac{\vec{V}_\alpha-\vec{V}_\beta}{1-\vec{V}_\alpha\cdot\vec{V}_\beta/c^2} \tag{2.67}$$

在这里再引入第三个坐标系:单粒子静止坐标系(OPR)。在该坐标系下，两粒子的小角度碰撞频率为:

$$\nu_{\alpha\beta}=\frac{4\pi(e_\alpha e_\beta)^2 n_1\ln\Lambda}{p_{rel}^2 v_{rel}} \tag{2.68}$$

其中$\ln\Lambda=\ln(\lambda_D p_{rel}/\hbar)$为库伦对数。模拟中可假设散射角度$\theta$的分布为平均值$\langle\theta\rangle=0$，均方差$\langle\theta^2\rangle=\nu_{\alpha\beta}\Delta t$的高斯分布$\theta\sim N(0,\nu_{\alpha\beta}\Delta t)$。因为粒子动量的变化在 CM 坐标系下计算较为简便，所以需将 OPR 坐标系下的散射角度转换成 CM 坐标系的对应值θ_{CM}，其关系为:

$$\tan\theta_{CM}=\frac{\sin\theta}{\gamma_{CM}(\cos\theta-\beta_{CM}/\beta)} \tag{2.69}$$

其中β可近似为碰撞前 OPR 坐标系下的相对速度。

为更简便地计算粒子动量变化，可在 CM 坐标系中旋转动量空间的坐标轴使第一个粒子α在碰撞前的动量$\vec{P}_\alpha=(P_x,P_y,P_z)$处于 z 轴上变成$\vec{P}_\alpha=(0,0,P)$，其变换形式如下:

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_R)\cos(\psi_R) & \cos(\theta_R)\sin(\psi_R) & -\sin(\theta_R) \\ -\sin(\psi_R) & \cos(\psi_R) & 0 \\ \sin(\theta_R)\cos(\psi_R) & \sin(\theta_R)\sin(\psi_R) & \cos(\theta_R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P \end{bmatrix} \tag{2.70}$$

其中 θ_R 为矢量 $\vec{P}_\alpha$ 和 P_z 轴的夹角，ψ_R 为 $P_x - P_z$ 平面内的方位角，如图 2.13 所示:

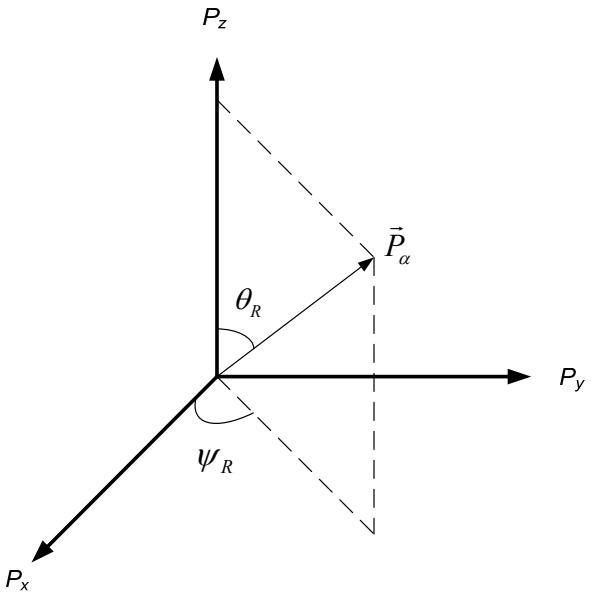

图 2.13 CM 坐标系下的动量空间

则碰撞后粒子 α 在旋转 CM 坐标系下的动量为:

$$(P\sin\theta_{CM}\cos\Phi_{CM}, P\sin\theta_{CM}\sin\Phi_{CM}, P\cos\theta_{CM}) \tag{2.71}$$

其中 $P=P_X\sin(\theta_R)\cos(\psi_R)+P_Y\sin(\theta_R)\sin(\psi_R)+P_Z\cos(\theta_R)$，$\Phi_{CM}$ 为碰撞方位角，可假设为处于 $[0,2\pi]$ 内的均匀分布 $\Phi_{CM} \sim U(0,2\pi)$。

对 $(P\sin\theta_{CM}\cos\Phi_{CM}, P\sin\theta_{CM}\sin\Phi_{CM}, P\cos\theta_{CM})$ 进行坐标轴反旋转，则可得到 CM 坐标系下碰撞后的粒子动量变化:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_x \\ \Delta P_y \\ \Delta P_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_R)\cos(\psi_R) & -\cos(\theta_R)\sin(\psi_R) & \sin(\theta_R) \\ \sin(\psi_R) & \cos(\psi_R) & 0 \\ -\sin(\theta_R)\cos(\psi_R) & -\sin(\theta_R)\sin(\psi_R) & \cos(\theta_R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P\sin\theta_{CM}\cos\Phi_{CM} \\ P\sin\theta_{CM}\sin\Phi_{CM} \\ P\cos\theta_{CM} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix} \tag{2.72}$$

根据动量变化(2.72)可得:

$$\vec{P}_\alpha' = \vec{P}_\alpha + \Delta\vec{P} \tag{2.73}$$

$$\vec{P}_\beta' = \vec{P}_\beta - \Delta\vec{P} \tag{2.74}$$

最后，碰撞后 LAB 坐标系下的两粒子动量为:

$$\vec{p}_\alpha' = \vec{P}_\alpha' + \frac{\gamma_{CM}-1}{v_{CM}^2}(\vec{v}_{CM}\cdot\vec{P}_\alpha')\vec{v}_{CM} - \gamma_{CM}P_\alpha\vec{v}_{CM} \tag{2.75}$$

$$\vec{p}_\beta' = \vec{P}_\beta' + \frac{\gamma_{CM}-1}{v_{CM}^2}(\vec{v}_{CM}\cdot\vec{P}_\beta')\vec{v}_{CM} - \gamma_{CM}P_\beta\vec{v}_{CM} \tag{2.76}$$

另外，在 PIC 程序中植入原子电离模型也是非常重要的，特别是对相对论激光与固体靶相互作用的严加，因为电离过程决定了最重要的等离子体参数之一：电子密度。而离子的电荷变化，空间分布及电子密度演化将会一定程度上影响激光物质过程中的粒子行为，如电子产生和传输，离子加速，能量吸收，物质方程等等。对于电离的动力学过程我们将在第四章给出详细的讨论和研究。

值得一提的是，因为 PIC 模拟中含有 10^9 量级个数的计算粒子，每个粒子含有三维空间，三维动量，电荷，密度等多维度的信息，所以存储粒子的信息需要巨大的内存。因此，在计算中很有必要对内存缓存进行优化。图 2.14(a)，(b)分别为完全相同的 PIC 参数下使用优化的内存和未优化的内存方案所耗费的内存时间演化图。由图可以看出，未优化的情况下所需要的内存为优化情况的 10 倍以上，极大地阻碍了大规模的模拟计算。

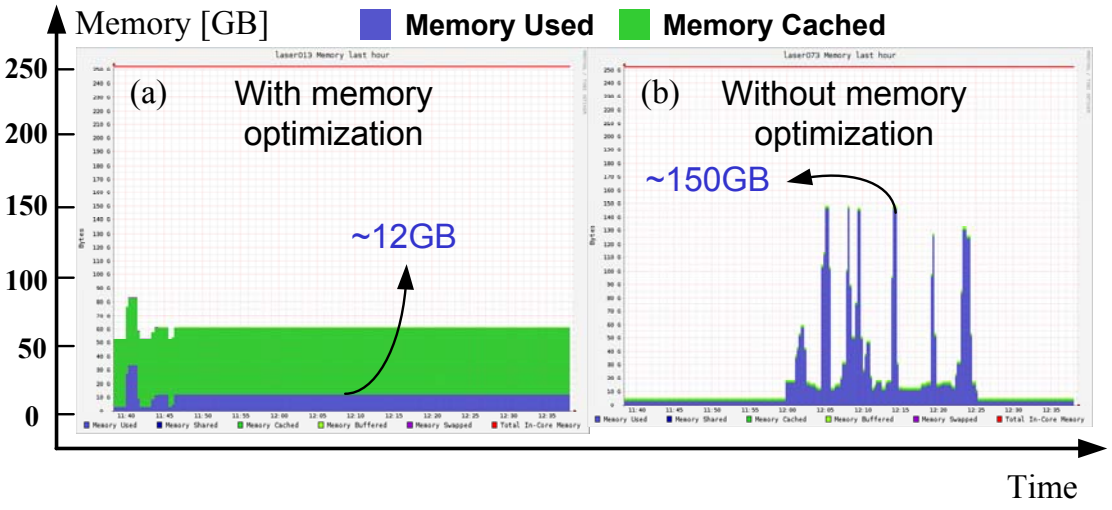

图 2.14 相同 PIC 参数下(a)内存优化的和(b)内存未优化情况下数值模拟在一个小时内耗费的内存时间演化图

3 强场激光与多层靶 CD_2-Al-CD_2 相互作用过程中的离子加热

3.1 引言

在超强超短激光(I_0 >10^{18} W/cm^2, τ <1 ps)与固体靶相互作用的领域，大量的实验和理论工作都集中于研究固体靶表面热电子的产生和表面离子加速，而鲜有工作研究固体靶内部的等离子体动力学行为，如热电子传输，冷电子回流，自生电磁场，不稳定性，靶内等离子体波的产生，离子加热等等。这主要受限于实验诊断设备，常规的光学探测不能进入固体靶内部，而需借助波长更短能量更高的 X 射线[62, 63]，或者高能粒子束，如中子和离子[64-68]。但这在实验上并不容易，只有少数硬件实力雄厚的国家实验室和大学利用长脉冲大能量激光装置(~ns，~kJ)在做相关的研究，如拥有国家点火装置（NIF）的美国劳伦斯利弗摩尔国家实验室（LLNL），拥有快点火激光装置 LFEX 的日本大阪大学等。但若要实现可控激光核聚变，就必须对靶体内部的基本物理过程有着非常深刻的理解。2012 年德国亥姆霍兹德累斯顿-罗森道夫研究中心（HZDR）T.E.Cowan 等科学家提出“ Helmholtz International Beamline for Extreme Fields at European XFEL（HIBEF）”项目并获得~2 千万欧元经费支持开始实行，预计 2016 年进行第一次实验[4]。其基本想法是基于德国汉堡的同步辐射光源 DESY 产生硬 X 射线自由电子激光（XFEL，也称第四代光源），并利用 XFEL 诊断或者泵浦强场激光产生的高密度等离子体动力学。受益于 XFEL 相干性，短波长（~nm 量级）和超短脉冲（~fs 量级）等优良特性，XFEL 可探测高密度等离子内部 nm 尺寸和 fs 时间分辨率的物理过程，如密度分布，电荷态分布，靶体温度，磁场分布，物质状态方程，成丝，不稳定性等等。这将开启超强超短激光与固体靶相互作用及高能密度物理领域的新篇章。图 3.1 为利用欧洲 XFEL 探测超强激光等与离子体相互作用的实验中物理过程的示意图[69]。

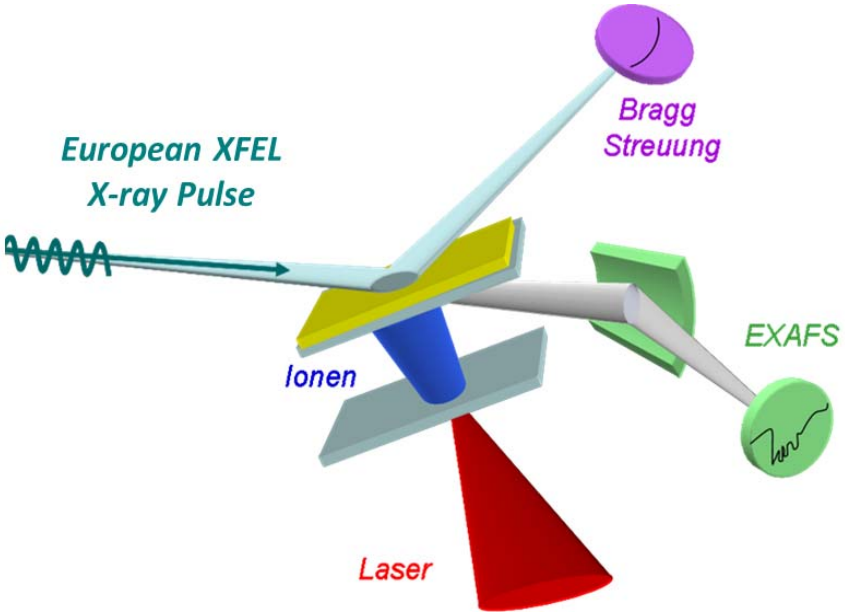

图 3.1 利用 XFEL 探测高功率激光与固体靶相互作用实验中物理过程的简单示意图[69]。

在本章中，我们利用 2D3V PIC(二维空间，三维速度 PIC)作了一系列数值模拟研究了超强超短激光与多层靶 CD_2-Al-CD_2 相互作用中靶体内部的离子加热过程，详细讨论了靶体内部的等离子体动力学，包括热电子产生和传输，电离，碰撞，辐射及离子加热等等。结合 XFEL 诊断装置，该工作有助于理解高密度等离子体内部的超快基础物理过程，而无需唯一依赖于数量极少，价格昂贵的长脉冲大能量激光装置。之前也有文章研究等离子体中的离子加热过程，为解释实验数据，提出了各种离子加热机制，如碰撞加热[70, 71]，冲击波加热[18, 70, 72-74]，束流不稳定加热[75-80]等等。而本文通过一系列的数值计算，在激光光强为 $2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$ ~ $5\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$ 范围内，脉宽为100fs ~500fs 范围内系统研究了离子加热与激光参数的定标关系，并给出了一个简洁的模型解释离子的加热机制。

3.2 PIC 模型

我们采用 2D3V PIC 程序 IPICLS2D 研究了超强超短激光与多层靶 CD_2-Al-CD_2 相互作用中靶体内部的离子加热。程序中除了求解麦克斯韦方程组，粒子运动方程和产生电流的基本循环外，也加入了原子电离和粒子碰撞的物理过程[42]，这将为实验提供更为精确的指导和理解，电离模型将在第四章给出。在数值模拟中，CD_2-Al-CD_2 靶高度为 26 μm，CD_2 和 Al 层的厚度分别为 2 μm 和 1 μm，靶总厚度为 5 μm，靶前表面位于模拟空间的 27.5 μm 处，如图 3.2(a)所

示。固体 CD_2 和 Al 的质量密度分别为 $\rho_{CD_2}=1.1\mathrm{g/cm^3}$，$\rho_{Al}=2.7\mathrm{g/cm^3}$，对应于分子/原子数量密度为:

$$n_{CD_2}=\rho_{CD_2}N_A/M_{CD_2}=41.4\times10^{21}cm^{-3} \quad (3.1)$$

$$n_{Al}=\rho_{Al}N_A/M_{Al}=60.2\times10^{21}cm^{-3} \quad (3.2)$$

其中 $N_A=6.02\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$，$M_{CD_2}=16\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$，$M_{Al}=27\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$ 为阿伏伽德罗常数、CD_2 分子和 Al 原子摩尔质量。由入射激光波长 $\lambda_0=1.054\mu m$ (对应于激光周期 $T_0\approx3.5fs$) 可计算出等离子体临界密度为 $n_c=1.1\times10^{21}\lambda_0[\mu m]^{-2}\ \mathrm{cm^{-3}}\approx1.0\times10^{21}\ \mathrm{cm^{-3}}$，因此初始 D^+，C^+，Al^+离子的数量密度分别设置为 $80n_c$，$40n_c$ 和 $60n_c$。当固体靶完全电离时，CD_2 和 Al 层中自由电子的密度约为 $320n_c$ 和 $780n_c$，由此可推断最小等离子体波长和最段等离子体波频率为 $\lambda_{pe}\approx\lambda_0/\sqrt{780}$，$T_{pe}\approx T_0/\sqrt{780}$。为能解析 λ_{pe} 和 T_{pe}，模拟中网格尺寸设置为 $\Delta x=\Delta y=\lambda_0/150<\lambda_{pe}/4$，时间步长设置为 $\Delta t=T_0/150<T_{pe}/4$。每个网格中初始温度都为 0eV 的 D^+，C^+，Al^+计算粒子数量分别为 24，12，18，对应于完全电离后 CD_2 和 Al 层中每个自由电子的个数分别约为 96，234，每个计算粒子约表征 1000 个真实粒子。模拟空间的网格尺寸为 $N_x\times N_y=9000\times4500$，完全电离后总的计算粒子个数约为 5×10^8。为抑制数值加热，我们采用了 4 阶粒子电荷分布函数和电流密度匀滑算法。本章 3.5 节对数值加热做了详细的讨论。

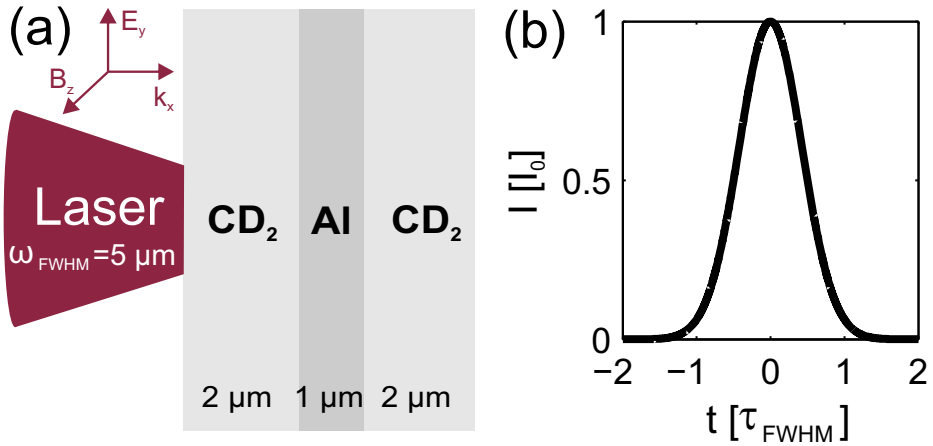

图 3.2 (a) CD_2-Al-CD_2 靶结构；(b) 激光光强在时间上的分布，t=0 对应于峰值光强作用在靶前表面

波长为 $\lambda_0=1.054\mu m$，y 方向上线偏振的入射激光从左边正入射到靶体前表面。激光光强在空间和时间上都为高斯分布，如图 3.2(b)所示，t=0 对应于峰值

光强作用在靶前表面。入射激光半高全宽焦斑大小固定为 $w_{FWHM}=5\mu m$，脉宽 τ_{FWHM} 分别为 100fs， 200fs， 300fs， 400fs 和 500fs，峰值光强 I_0 分别为 $2\times10^{19}\,W/cm^2$， $5\times10^{19}\,W/cm^2$， $1\times10^{20}\,W/cm^2$， $2.8\times10^{20}\,W/cm^2$ 和 $5\times10^{20}\,W/cm^2$，对应于激光能量变化范围为 $1.2J\sim75J$。在这里，假设激光光强在横向空间上对称分布，焦斑为圆形，则激光能量 E_{laser} 可以由式(3.3)近似计算：

$$E_{laser}=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{0}^{+\infty}I_0 e^{-4\ln 2(y/w_{FWHN})^2}e^{-4\ln 2(t/\tau_{FWHN})^2}2\pi y\,dydt\approx 1.2I_0 {w_{FWHN}}^2\tau_{FWHN} \quad (3.3)$$

表格 3.1 给出了本文中一系列模拟的激光参数：

表格 3.1 一系列 PIC 模拟中的激光参数

τ_{FWHM} [fs]	I_0 [W/cm^2]				
	2×10^{19}	5×10^{19}	1×10^{20}	2.8×10^{20}	5×10^{20}
500	3 J	7.5 J	15 J	42 J	75 J
400	2.4 J	6 J	12 J	-	60 J
300	1.8 J	4.5 J	9 J	-	45 J
200	1.2 J	3 J	6 J	-	30 J
100	0.6 J	1.5J	3 J	-	15 J

3.3 离子加热过程

首先，我们给出一个原理性的 PIC 数值模拟分析相对论激光与 CD_2-Al-CD_2 固体靶相互作用过程中靶体内部的电子动力学及离子加热，之后给出靶内体电子和离子温度与初始激光参数的定标关系，并以简单的理论模型解释电子和离子加热机制，从而理解高密度等离子体内部复杂的物理过程。除特殊说明外，本小结中的初始激光参数为 $I_0=1\times10^{20}\,W/cm^2$， $\tau_{FWHM}=500fs$。另外，本章中的所有温度都为热力学温度，由带电粒子的速度分布计算得出，同时表征所有粒子在速度空间的概率分布和平均热动能。这与相对论激光等离子领域绝大多数文献中对热电子温度的定义有所区别，在那些定义中热电子的温度由电子能谱分布计算得出，为热电子的平均动能，而缺失速度分布的信息。

相对论激光作用在固体靶上，靶表面的电子感受到远大于原子束缚场 $I_a\approx3.5\times10^{16}\,W/cm^2$ 的激光场，从而在高斯脉冲上升沿的数个 fs 时间内即被完全电离，完全电离后 CD_2 表面自由电子的密度为~$320n_c$。因为等离子体振荡角

频率远高于激光频率（$\omega_p \approx \sqrt{320}\omega_0 >> \omega_0$），激光场将在距离靶表面为$l_p \approx \gamma c/\omega_p \approx 0.08\mu m$的趋附深度内指数衰减，从而使距表面大于0.08 μm的靶内电子不能感受到激光场。尽管如此，在趋附深度0.08 μm内的电子将与强场激光相互作用，并主要通过$\vec{J}\times\vec{B}$非线性加热机制吸收激光能量进入靶体内部[16]，如图 3.3(a)示意图所示，图 3.3(f)为时刻t = –606fs，$I(t) \approx 1.8\times10^{18} W/cm^2$电子相空间密度分布。由图 3.3(f)可以看出，在强激光与固体靶表面x ~ 27.5μm相互作用处，部分电子获得相对论速度，并以$2\omega_0$频率进入靶内，对应于$\vec{J}\times\vec{B}$加热机制。只要脉冲激光持续作用在靶上，靶表面趋附深度内的电子将持续吸收激光能量并以碰撞，冷电子回流，自生场等形式沉积能量到靶体中。靶内束缚电子将吸收热电子能量并以一定的电离速率跃迁到自由态，如图 3.3(b)示意图所示。图 3.3(g)为–606fs，–465fs，–254fs时刻 CD_2-Al-CD_2 靶体内部沿着激光轴的自由电子密度分布。由图 3.3(g)可以看出，在–606fs时刻 CD_2 层几乎完全电离，~350fs后 Al 层也几乎完全电离，即在峰值光强到达前254fs CD_2-Al-CD_2 固体靶已经变成等离子体。在靶体电离的同时，表面热电子携带电流密度j_f进入靶体内部，并即时产生电阻静电场E_r引导可以补偿j_f的冷电子回流j_r[81]，即$j_r \sim j_f$，如示意图 3.3(c)所示。因为体电子密度远大于热电子密度，体电子的速度将远小于热电子速度。图 3.3(h)给出了–23fs时靶体内所有电子在x和z方向上的速度分布（$\tau_{FWHM} = 100 fs$）。我们可以看出，在z方向上电子速度分布完全对称，这是因为体电子在这个方向上只能通过随机碰撞获得动量。而在x方向上，电子在速度区域$-0.2c < v_x < 0.2c$内回流电子多于前向电子，通过这种不对称性我们可以明确知道靶体内部有净电流产生。因为回流电子的速度远小于热电子速度，其碰撞频率将远高于热电子碰撞频率。对于速度为$v_x < 0.2c$的体电子，其碰撞频率ν_e和平均自由程l_e为[82]：

$$\nu_e \approx \frac{4\sqrt{2\pi}n_e e^4 \ln\Lambda}{3m_e^{1/2}(k_B T_e)^{3/2}} > 10 ps^{-1} \tag{3.4}$$

$$l_e \approx \frac{3(k_B T_e)^2}{4\sqrt{2\pi}n_e e^4 \ln\Lambda} < 5\mu m \tag{3.5}$$

其中$\ln\Lambda \approx 10$为库伦对数，$k_B T_e \sim m_e v_x^2/2 \sim 10 keV$，$n_e \sim 320 n_c$。回流冷电子通过高频率相互碰撞，其速度分布很快变成麦克斯韦分布达到热平衡状态，即体电子加热过程，如示意图 3.3(d)所示。图 3.3(i)为靶体内电子的时间演化温度，黑色实线为作用在靶前表面的激光光强，绿色圆点为 PIC 数值模拟给出的体电子温度，粉色实线为理论模型(3.6)给出的体电子温度T_{bulk}：

$$\frac{dT_{bulk}^{5/2}[eV](t)}{dt[fs]} \approx 1.8\times10^{6}\ln\Lambda\frac{Z}{n_e[n_c]}a^4(t)\sin^4(\omega_0 t) \tag{3.6}$$

其中 $a(t)=a_0e^{-2\ln 2(t/\tau_{FWHN})^2}$ 为作用在靶上的无量纲化电场强度。对式(3.6)在整个脉冲时间内积分则可计算得到靶体内电子能够获得的最大温度 $T_{bulk,\max}$：

$$T_{bulk,\max}[eV]\approx T_0+\left(5.12\times10^{5}\frac{a_0{}^4Z\ln\Lambda}{n_e[n_c]}\tau_{FWHM}[fs]\right)^{2/5} \tag{3.7}$$

其中 $T_0=0$ 为初始温度，$a_0=8.959$，$n_e=320n_c$，$Z=1$，$\ln\Lambda\approx10$，$\tau_{\mathrm{FWHM}}=500\mathrm{fs}$，从而可计算出 $T_{bulk,\max}\approx40keV$，与 PIC 模拟结果 $39keV$ 非常接近。式(3.6)给出的 T_{bulk} 时间演化和 PIC 模拟也非常吻合，如图 3.3(i)所示，只是时间轴上有~100fs 的平移，这是因为体电子温度需要一定时间达到均匀分布。模型(3.6)的推导将在下节给出。当 CD_2-Al-CD_2 固体靶完全电离变成等离子体状态，且靶体电子通过碰撞加热获得分布均匀的温度后，由于电子密度差异会在 CD_2-Al 界面处形成压强（$P_e=n_ek_BT_e$）梯度，如示意图 3.3(e)所示。图 3.3(j)为 $t=-184fs$ 靶体内部沿着激光轴的电子压强分布。由图 3.3(j)可知，Al 层的电子压强为~35Gbar，CD_2 层的电子压强为~20Gbar。该压强梯度将导致 Al 层中的等离子体向 CD_2 层中膨胀，并对 CD_2 层进行压缩。为避免靶前表面激光直接产生的膨胀波影响，接下来我们只讨论第二个 CD_2 层的物理过程。

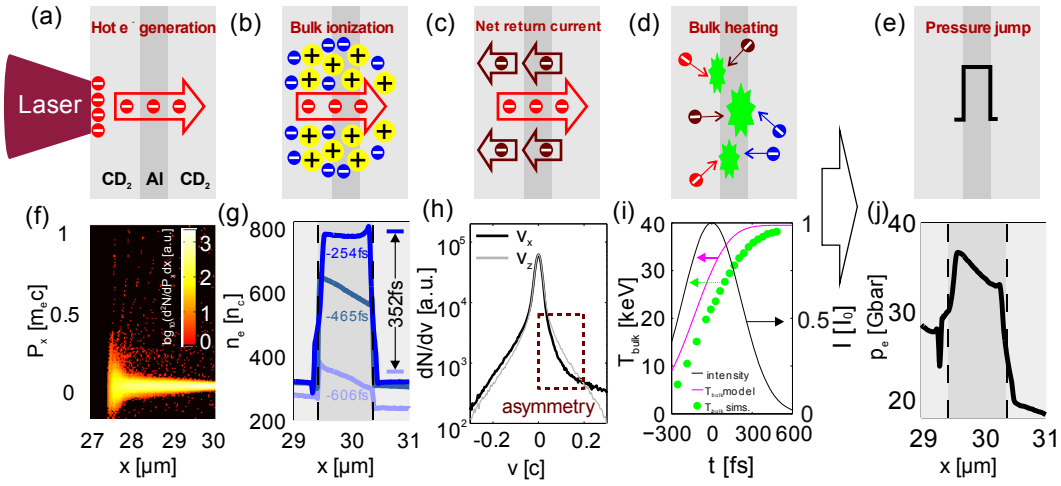

图 3.3 (a~e)分别为热电子产生，靶体电离，冷电子回流，靶体电子加热和 CD_2-Al 界面处电子压强产生过程的示意图；(f~j)为对应物理过程的数值模拟和理论模型。图(j)的初始激光参数为 $I_0=1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}}=100\mathrm{fs}$，其他图的激光参数都为 $I_0=1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}}=500\mathrm{fs}$

CD_2-Al 界面处形成的压强梯度使等离子体处于非平衡状态，其压强差将产生一个等离子体膨胀波在 CD_2 层中传播。图 3.4(a)为 $t \approx 340fs$，靶体内等离子体膨胀一定时间后 D 离子、Al 离子和电子沿着激光轴方向的密度分布。其中虚线为 Al 和 CD_2 层在该时刻的界面，黑色箭头为膨胀波的波前位置。由图 3.4(a)可知，Al 和 CD_2 层有一个很明显的界面，Al 离子不能进入到 CD_2 层中，D 离子不能进入到 Al 层中。这个特征也可由相应的离子二维空间密度分布图 3.4(c)看出。该界面类似于一个活塞，推动等离子体向 CD_2 层传播。该界面的移动速度也称为材料速度，在传播过程中几乎保持不变，由模拟数据可知 $V_m \approx 1.68\times10^{-3}c$。同时，靶体内膨胀等离子体的波前位置存在明显的粒子密度梯度，该密度梯度产生电荷差，从而在波前位置形成一个电势 $\Delta\Phi$ [18]：

$$\Delta\Phi \approx \frac{\Delta n_e}{n_e}\frac{k_B T_{bulk}}{e} \tag{3.8}$$

模拟结果表明，CD_2-Al 界面处和波前之间的等离子体被压缩至 $\alpha \sim 1.5$ 倍，$\Delta n_e / n_e \sim 1/3$。该压缩系数在其他初始激光参数下几乎不变，只与材料性质相关。该时刻 $T_{bulk} \approx 33keV$，因而可计算出电势为 $\Delta\Phi \approx 11kV$。由模拟数据可知，该静电场的宽度（半高全宽）为 $l_{field} \approx 0.05\mu m$，如图 3.4(b)所示。从而可计算峰值场强为 $E_x \approx \Delta\Phi / l_{field} = 0.22TV/m$，与模拟结果完美符合。该静电场会对靶体内的离子加速使之获得一个纵向上的动能。值得注意的是，TNSA 加速机制靶后鞘层电场的厚度约为热电子德拜长度 $\lambda_{D,hot}$，而在我们的情形中靶体内静电场的宽度 l_{field} 远大于体电子德拜长度 $\lambda_{D,bulk}$ [1]：

$$\lambda_{D,bulk} = 7\times10^{-3}(T_e[keV]/n_e[n_c])^{1/2}\lambda_0 \approx 0.002\mu m \tag{3.9}$$

而与离子的平均自由程 l_i 非常接近：

$$l_i \approx \frac{3(k_B T_i)^2}{4\sqrt{2\pi}n_i e^4 \ln\Lambda} \approx 0.066\mu m \tag{3.10}$$

此时 D 离子温度为 $T_i \approx 440eV$，密度为 $n_i \approx 120n_c$。这是因为此时被加热的离子具有一定的热速度，在平均自由程 l_i 内具有很高的碰撞频率。因为其碰撞效应远强于电场效应（$l_i / \lambda_{D,bulk} >> 1$），从而不局限于小于 l_i 的德拜鞘层[83]。图 3.4(d)给出了峰值静电场位置随着时间的变化。由图 3.4(d)可以看出，峰值静电场位置几乎随着时间线性增长，表明其速度几乎为常数，该速度也为波前传播速度 $V_{\exp} = dx/dt \approx 4.7\times10^{-3}c$。波前传播速度 $V_{\exp}$，材料速度 V_m 和压缩系数 α 近似满足质量守恒关系[84]：

$$(\alpha - 1)V_{\exp} = \alpha V_m \tag{3.11}$$

在我们的模拟中，波前传播速度 $V_{\exp}$ 与离子声速 C_s 非常接近，

$$C_s = (k_B T_{bulk} Z / M)^{1/2} \approx 4.6\times10^{-3}c \tag{3.12}$$

马赫数 $\Xi = V_{\exp} / C_s \approx 1$。所以，该等离子体膨胀波并不是冲击波，在离子相空间分布中，我们也没有观察到离子在膨胀波波前的反射。在其他初始激光参数下马赫数 Ξ 也非常接近 1，该等离子体膨胀波更接近等离子体离子声波。

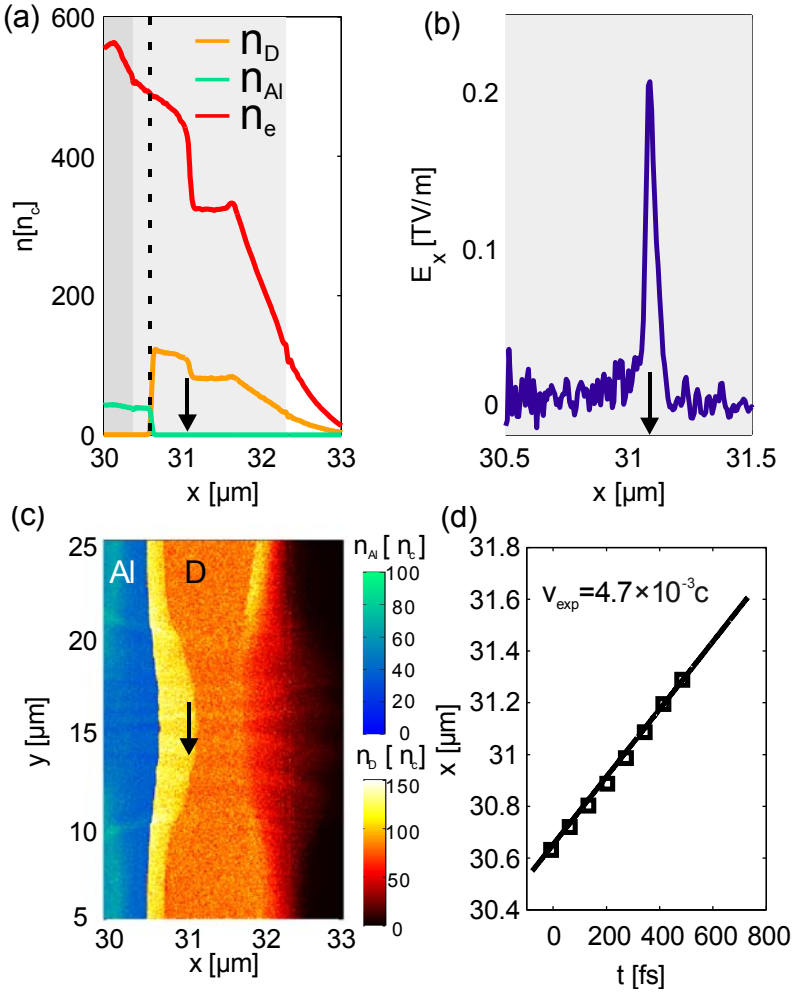

图 3.4 在 $t \approx 340\,fs$ 时刻(a) D 离子、Al 离子和电子沿着激光轴方向的密度分布；(b) 静电场沿着激光轴方向的密度分布；(c) D 离子、Al 离子的二维空间密度分布；(d) 静电场峰值位置随着时间的边和关系

由上述讨论可知，在膨胀等离子体波的波前位置有一个随时间演化的静电场 $E_x(t)$，该静电场会对靶体内的 D^+进行加速使之获得一个纵向速度，D^+的最大纵向速度 v_{front} 可由离子运动方程给出：

$$\frac{dv_{front}}{dt} = \frac{eE_x(t)}{m_D} \tag{3.13}$$

其中，m_D 为 D^+质量。但在这里，我们更感兴趣的是 D^+被加速后能获得的平均动能，该平均动能将以一定的速率 $R(t)$ 通过碰撞，扩散等形式转化为 D^+的热温度。因此，相对于未受膨胀波扰动等离子体中（背景等离子体）的 D^+，膨胀等离子体中的 D^+除通过电子-离子碰撞外，还将从被加速后的平均动能获得额外的热温度，因而可被加热至更高的温度。图 3.5(a)为 D^+在 $t \approx 340\,fs$ 时刻的相空间密度分布。由图 3.5(a)可知，相对于背景等离子体，膨胀等离子体中 D^+的相空间分布宽度更宽，且平均速度不为 0，而是在正方向上有个平移，对应于平均动能。图 3.5(b)为对应的 D^+速度分布，其中黑色箭头为 D^+在正方向上的平移速度 v_{shift}，因此其平均动能可计算为 $E_{shift} = m_D v_{shift}^{\ 2}/2$。分别对 D^+在膨胀等离子体区域和背景等离子体区域做高斯拟合（麦克斯韦速度分布）：

$$\frac{dN}{dv} = A\exp[-(v - v_{shift})^2 / v_{th}^{\ 2}] \tag{3.14}$$

其中背景等离子体中 $v_{shift} = 0$。则 D^+的热温度可以计算为 $T_D = m_D v_{th}^{\ 2}/2$。由拟合数据可知，在 $t \approx 340\,fs$ 时刻 D^+在膨胀等离子体区域和背景等离子体区域的热温度分别为 440eV，227eV，即 D^+在膨胀等离子体区域可加热至约 2 倍于背景等离子体区域的热温度。因为 D-D 热核聚变的反应速率对 D^+的温度很敏感，所以 D^+热温度的增强有益于提高 D-D 热核聚变的反应效率和中子产生。另外，由于 D^+在膨胀等离子体区域有一个纵向平移动能，这也可以额外提供 D-D 束流聚变。下节中我们将通过一系列的数值模拟给出 D^+平均动能转化为其热温度的速率 $R(t)$。

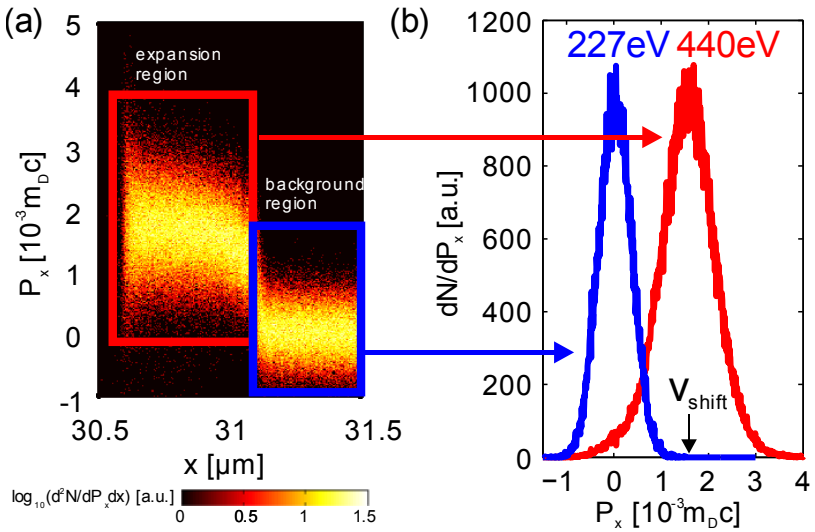

图 3.5 $t \approx 340\,fs$ 时刻(a) D^+相空间密度分布及对应的(b)速度分布，黑色箭头为 D^+在膨胀等离子体区域的平移速度

3.4 离子加热机制

在这节中我们通过一系列的 PIC 数值模拟给出 D^+平均动能转化为其热温度的速率 $R(t)$，激光峰值光强在 $2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$ ~ $5\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$ 范围内，脉宽在100fs ~500fs 范围内变化。图 3.6 为不同激光参数下膨胀等离子体区域 D^+热温度 T_D 随时间演化的关系，对于每一组数据，起始数据约为等离子体开始膨胀的时刻，最后一个数据为膨胀等离子体与始于靶后表面的稀疏波相遇的时刻。对于激光峰值光强为 $2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$，脉宽为100fs，能量为 0.6J 的情形，$CD_2$-Al 界面处没有足够的压强差，从而不能驱动等离子体膨胀，因此之后的图中没有包含该情形下的膨胀区域离子的温度，束流动能和能量转化率的数据。

由图可知，对于固定的激光脉宽，峰值光强越高，CD_2-Al 界面处等离子体越早开始膨胀，其传播速度也越快，因此 D^+平均动能转化为其温度的时间越短。尽管如此，在相同时刻，我们可以看到光强越高，D^+温度越高，这是因为 D^+温度 $T_D(t)$ 不仅与 D^+束流动能 $E_{shift}(t)$ 转化为其热温度的速率 $R(t)$ 有关，也与其束流动能 $E_{shift}(t)$ 本身相关。在这里我们可以用一个简单的模型解释膨胀等离子体区域 D^+的加热机制：

$$\frac{dT_D(t)}{dt} = R(t)E_{shift}(t) \tag{3.15}$$

式(3.15)也可以等效写成积分形式：

$$T_D(t) = \int R(t)E_{shift}(t)dt + const. \tag{3.16}$$

其中 $const.$ 为常数。图 3.7 为不同激光参数下膨胀等离子体区域束流动能 $E_{shift}(t)$ 随时间演化的关系。比较图 3.6 和 3.7，我们可以看出，对 D^+束流动能积分，其时间演化曲线和 $T_D(t)$ 非常一致，即当 $E_{shift}(t)$ 在时间上基本为常数时，$T_D(t)$ 呈线性增加；当 $E_{shift}(t)$ 在时间上线性增加时，$T_D(t)$ 呈二次增长的关系。因此，我们可以推断出，D^+束流动能转化为其热温度的速率 $R(t)$ 可以视为常数 R，式(3.16)可以重写为：

$$T_D(t) = R\int E_{shift}(t)dt + const. \tag{3.17}$$

根据模拟数据，我们可以得出 R 与激光参数的定标关系如图 3.8(a)所示，其中误差条包括数据本身的离散误差和拟合误差，最大误差小于 25%。因此我们可以断定，对于特定的激光参数，能量转化速率 R 基本保持不变。从图中也可以看出，除激光光强为 $5\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，脉宽为100fs 的情况外，对于给定的激光脉宽，光强越高，能量转化速率 R 越小，与离子碰撞频率的定标关系一致。虽然激光能量在1.2J ~ 75J 范围内变化，跨越幅度~ 60 倍，但是 R 的变化范围为 $0.2\mathrm{ps^{-1}}$ ~ $0.7\mathrm{ps^{-1}}$，跨越幅度仅为~ 4 倍，所以 R 对激光参数不敏感，定标关系较弱。另外，D^+最大热温度 T_D 也在 0.4keV ~ 0.8keV 范围内变化，变化幅度很

弱。根据式(3.17)可知，在激光参数不变的前提下，若要增大 D^+的热温度，可以增强 D^+的束流动能 $E_{shift}(t)$ 或者延长 $E_{shift}(t)$ 转化为其热温度的时间。这样，我们只需增强多层靶界面的密度梯度（如利用 CD_2-Au-CD_2 靶）或者增加 CD_2 层的厚度即可。对于脉宽为100fs的短脉冲情形，激光光强为 $5\times10^{20}\,W/cm^2$ 的能量转化速率 R 高于光强为 $1\times10^{20}\,W/cm^2$ 的情况，与其他情形相反，这可能是因为此时产生的离子束流不稳定性增强了离子加热[85]。图 3.9 给出了这两种情形下 D^+的纵向相空间密度分布。由图可知，对于激光光强为 $10^{20}\,W/cm^2$ 的情形，D^+相空间密度分布很匀滑，而对于激光光强为 $5\times10^{20}\,W/cm^2$ 的情形，在膨胀等离子体和背景等离子体界面附近，D^+ 相空间密度分布有一个周期约为 $0.03\mu m$ 的振荡，和等离子体波长 $0.045\mu m$ 很接近，该振荡表明在两束流界面处存在不稳定性，这个特征在一维 PIC 模拟中也被观察到[86]。

我们也比较了由简单模型式(3.17)给出的能量转化速率 $R(t)$ 与 D-D 库伦碰撞模型得出的 D^+束流能 $E_{shift}(t)$ 转换成其热温度 $T_D(t)$ 的速率 ν_{coll} [85]，得知 ν_{coll} 虽然强烈依赖于 $E_{shift}(t)$ 和 $T_D(t)$，而 $R(t)$ 几乎为一个常数，但两者相差不大，在同一个数量级，如图 3.8(b)所示。因此，我们可以推断膨胀等离子体中的离子增强加热机制主要来源于离子的碰撞，将其束流能转换为其热温度。

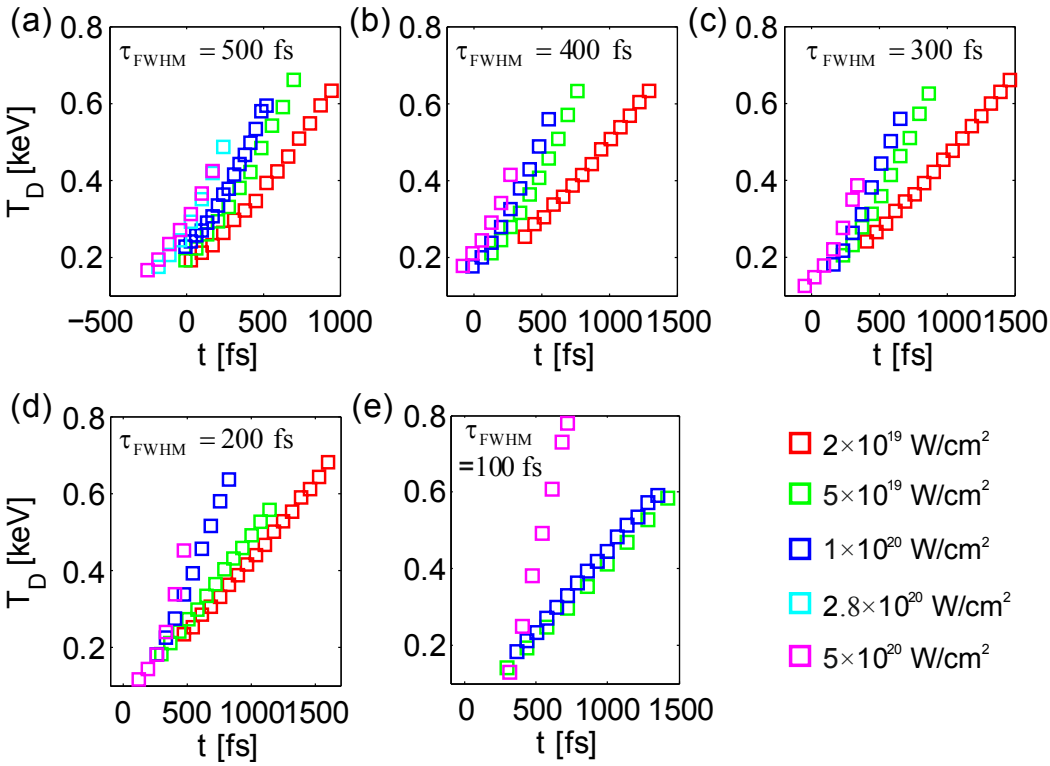

图 3.6 不同激光参数下膨胀等离子体区域 D^+热温度随时间演化的关系

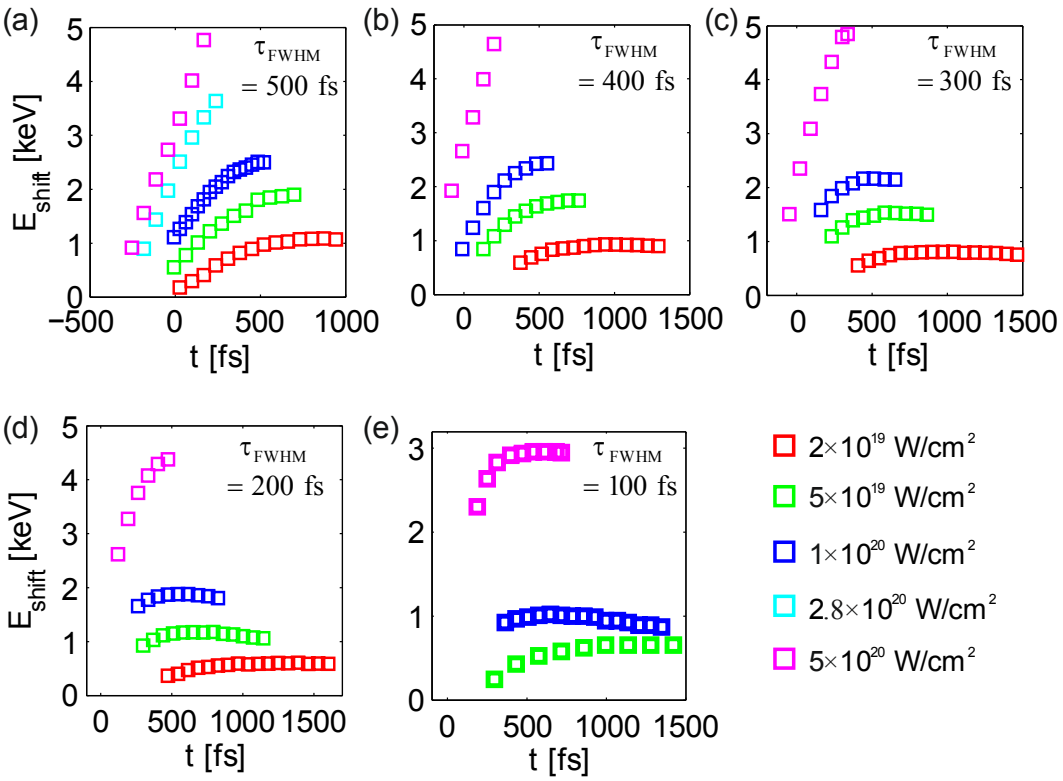

图 3.7 不同激光参数下膨胀等离子体区域 D^+平均动能随时间演化的关系

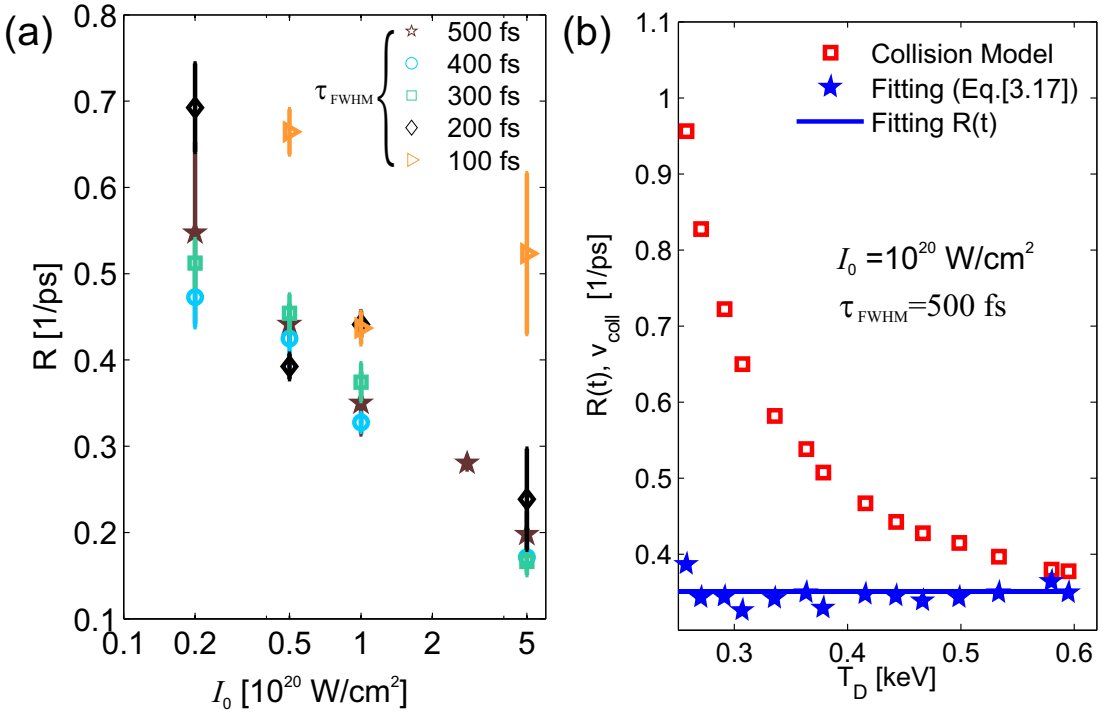

图 3.8 (a) D^+平均动能转化为其热温度的速率 R 与激光参数的定标关系；(b) 拟合速率与碰撞模型能量转化速率的比较

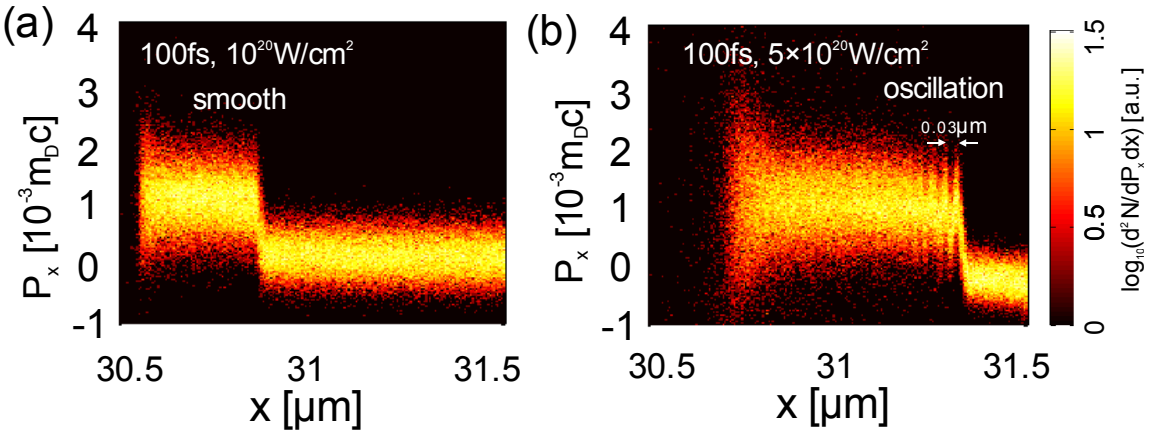

图 3.9 $t \approx 680\,fs$ 时刻 D^+ 纵向相空间分布 (a) 激光脉冲为 $100\,fs$，光强为 $1\times10^{20}W/cm^2$；(b) 激光脉冲为 $100\,fs$，光强为 $5\times10^{20}W/cm^2$

3.5 讨论

虽然，我们主要研究了超强激光与固体靶相互作用的离子加热过程与物理机制，但对于固体靶内部体电子加热机制的理解也非常重要，因为电子首先从外加激光场吸收能量，再引导一系列的物理过程如电离，回流，压强差，等离子体膨胀等等，靶体内的离子再通过碰撞，扩散，束流不稳定性等从体电子或者离子束流处获得能量而被加热。在这里，我们给出一个简单的物理图像和模型理解固体靶内部的体电子加热过程。如 3.3 小节中所述，强场激光作用在固体靶表面上，会即时电离靶表面并产生相对论速度的热电子，表面热电子携带电流密度 j_f 进入靶体内部，并产生电阻静电场 E_r，该静电场作用在体电子上，使体电子往表面热电子相反的方向运动，产生可以补偿 j_f 的冷电子回流 j_r。因为体电子密度远大于热电子密度，体电子的速度将远小于热电子速度，因此其碰撞频率远高于热电子碰撞频率。回流冷电子通过高频率相互碰撞，其速度分布很快变成麦克斯韦分布达到热平衡状态，即体电子被加热，该过程也称为欧姆加热[81]。

接下来我们基于欧姆加热机制给出一个简单的一维模型估算体电子的温度。由焦耳定律可知：

$$\frac{\partial W}{\partial t} = E_r j_r = \eta j_r^{\,2}(t) \tag{3.18}$$

其中 $W = n_e k_B T_{bulk}(t)/2$ 为体电子能量密度，η 为等离子体电阻率，在这里我们采用 Spitzer 电阻率[87]：

$$\eta \approx \frac{\pi Z e^2 m_e^{\,1/2}}{(k_B T_{bulk})^{3/2}} \ln\Lambda \approx 10^{-4} \ln\Lambda \frac{Z}{T_{bulk}^{3/2}[eV]}\ \Omega\, m \tag{3.19}$$

在这里假设冷电子回流 j_r 可以完全补偿热电子电流密度 j_f，即 $j_r = -j_f$。热电子电流密度可以近似用计算 $j_f(t) = e n_{hot}(t) v_{hot}(t)$，其中热电子电流密度 $n_{hot}(t) \approx \gamma(t) n_c$，热电子速度 $v_{hot}(t) = \dfrac{P_x(t)}{\gamma(t) m_e} = \dfrac{a^2(t)\sin^2(\omega_0 t)}{2\gamma(t)} c$，因此 j_f 可以写为：

$$j_f(t) = e n_{hot} v_{hot} = e n_c c \frac{a^2(t)\sin^2(\omega_0 t)}{2} \tag{3.20}$$

其中 $a(t) = a_0 e^{-2\ln 2\, t^2/\tau_{FWHM}^{\,2}}$ 为激光无量纲化电场振幅。将式(3.19)，(3.20)代入到(3.18)中，则可得：

$$\frac{1}{2} n_e k_B \frac{dT_{bulk}(t)}{dt} = \frac{\pi Z e^2 m_e^{\,1/2}}{(k_B T_{bulk})^{3/2}} \ln\Lambda (e n_c c \frac{a^2(t)\sin^2(\omega_0 t)}{2})^2 \tag{3.21}$$

对(3.21)式进行单位处理，则可得到：

$$\frac{dT_{bulk}^{5/2}[eV](t)}{dt[fs]} \approx 1.8\times10^{6}\ln\Lambda\frac{Z}{n_e[n_c]}a^4(t)\sin^4(\omega_0 t) \tag{3.22}$$

对式(3.22)在整个脉冲时间内积分则可计算得到靶体内电子能够获得的最大温度 $T_{bulk,\max}$：

$$\begin{aligned} T_{bulk,\max} &\approx T_0+\left(\frac{15\pi^{3/2}}{64\sqrt{2\ln 2}}\frac{e^2 m_e^{1/2}(en_c c)^2}{k_B^{5/2}}\frac{a_0^4 Z\ln\Lambda}{n_e}\tau_{FWHM}\right)^{2/5} \\ &\approx T_0+\left(5.12\times10^{5}\frac{a_0^4 Z\ln\Lambda}{n_e[n_c]}\tau_{FWHM}[fs]\right)^{2/5} eV \end{aligned} \tag{3.23}$$

其中 T_0 为初始温度。

图 3.10 给出了 PIC 模拟与理论解析式(3.23)给出的体电子最大温度 $T_{bulk,\max}$ 与激光参数的定标关系。由图 3.10 可知，对于激光脉宽大于 300fs 的情形，理论解析与 PIC 模拟的差异小于 20%，吻合得非常好。而对于更短脉宽(100fs，200fs)的情形，两者之间的差异则将增大。对体电子温度的加热机制和建模需要得到更深入的理解和研究。

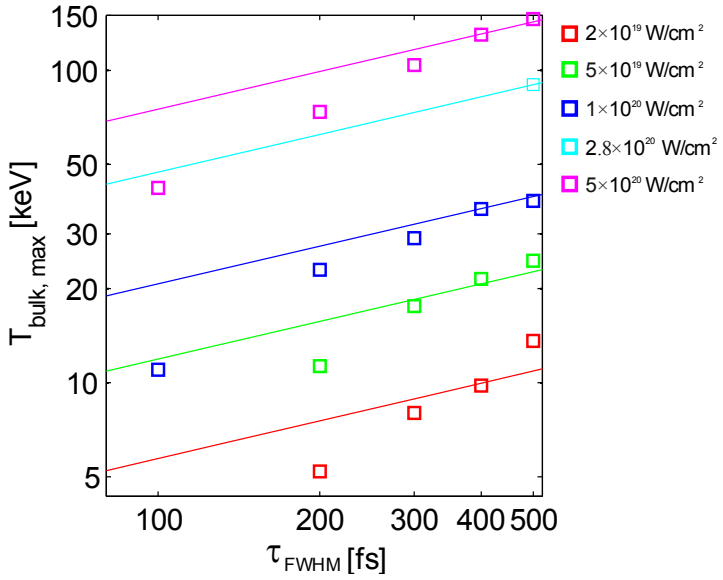

图 3.10　体电子最大温度 $T_{bulk,\max}$ 与激光参数的定标关系，其中实线为理论解析，方块点为 PIC 模拟

由图 3.10 可知，对于入射激光脉宽 τ_{FWHM} 在 100fs 到 500fs 范围内，峰值光强 I_0 在 $2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$ 到 $5\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$ 范围内，固体靶内的体电子可被加热到 5 keV 至 150 keV 范围。该体电子温度极高，对于大多数强场激光与固体靶相互

作用的实验，测量得到的体电子温度在 1keV 范围左右[88]。因为我们的 PIC 模拟中没有加入辐射模块，所以很有必要计算辐射损失对电子温度及能量损失的影响。由电动力学可知[89]，电子的动量变化会产生光子辐射。在这里，我们利用基于原子量级的程序 FLYCHK 估算了电子运动产生的辐射损失[40]。图 3.11(a)为束缚电子间的辐射 Pr_{bb} (跃迁辐射)，自由电子-束缚电子间的辐射 Pr_{fb} (复合辐射)，自由电子间的辐射 Pr_{ff} (韧致辐射)及总的辐射损失 $\mathrm{Pr}_{tot}=\mathrm{Pr}_{bb}+\mathrm{Pr}_{fb}+\mathrm{Pr}_{ff}$ 与 Al 层中体电子温度的关系。由图可知，当体电子温度 $T_{bulk}<1keV$ 时，跃迁辐射 Pr_{bb} 和复合辐射 Pr_{fb} 占主要地位。当体电子温度在 $1keV<T_{bulk}<4keV$ 范围内，总的辐射损失 Pr_{tot} 稍微有所下降，从 $\sim 5\times10^{-4}\,\mathrm{J/s/atom}$ 下降至 $\sim 4\times10^{-4}\,\mathrm{J/s/atom}$。其原因为此时几乎所有的束缚电子都被电离到自由态，因此跃迁辐射和复合辐射下降。而当体电子温度 $\mathrm{T_{bulk}}>4\mathrm{keV}$ 时，韧致辐射 Pr_{ff} 占主要地位，总的辐射损失 $\mathrm{Pr}_{tot}\propto T_{bulk}{}^{1/2}$，该定标关系远弱于黑体辐射($\propto T_{bulk}{}^{4}$)。这是因为在我们的情形中，靶体太薄而不能达到电子-辐射平衡状态，这点我们在图 3.11(b)给出详细的解释。图 3.11(b)给出了靶体电子温度为 $\mathrm{T_{bulk}}=5\,\mathrm{keV}$ 时 Al 层和 CD_2 层中光深度与光子能量的关系。对于 $1\mu\mathrm{m}$ Al 层，如果光子能量 $\mathrm{E_{photon}}>100\,\mathrm{eV}$，则光深度 $\sigma<0.1$，因此光子辐射的透射率 Γ 为：

$$\Gamma=e^{-\sigma}>90\% \tag{3.24}$$

这意味着 90%以上的光子辐射会逃离靶体，因此电子-光子辐射无法达到平衡状态，也就是说此时靶体是光薄情形，不满足黑体辐射的条件。而对于 $2\mu\mathrm{m}$ 的 CD_2 层，相同体电子温度条件下其透射率比 Al 层更高。

在这里我们给出一个示例说明辐射损失能相对于激光能量的比例及其对体电子温度的影响程度。由图 3.10 可知，若激光的初始参数为 $\mathrm{I_0}=10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}}=500\mathrm{fs}$，$\mathrm{E_{laser}}=15\mathrm{J}$，体电子的最大温度约为 $40keV$。此时由 FLYCHK 计算出的总辐射功率为 $Pr_{\mathrm{tot}}\approx 6\times10^{-4}\,\mathrm{J/s/atom}$，这和韧致辐射功率非常接近[82]：

$$\mathrm{Pr}_{ff}=1.69\times10^{-32}n_eZ^2T_e{}^{1/2}\approx 4.5\times10^{-4}\,J/s/atom \tag{3.25}$$

若将总辐射功率 $\mathrm{Pr}_{tot}\approx 6\times10^{-4}\,J/s/atom$ 转化为在激光焦斑内的总辐射能量 Er_{tot}，则可得到：

$$Er_{ff}=\mathrm{Pr}_{ff}\cdot V_{focal}\cdot n_i\cdot\tau\approx 2mJ \tag{3.26}$$

其中 $V_{focal}\approx w_{FWHM}{}^2 l\approx 2.5\times10^{-17}m^3$，$l$ 为 Al 层厚度，$\mathrm{n_i}=6\times10^{28}\,\mathrm{m^{-3}}$，$\tau=2\times10^{-12}\,\mathrm{s}$ 为模拟的时间长度。因此辐射损失能仅为激光能量的

$Er_{ff}/E_{laser}\approx 0.01\%$。另外，将总辐射功率 $\mathrm{Pr}_{tot}\approx 6\times10^{-4}J/s/atom$ 转化为单个电子的辐射能 Pr_{ele}：

$$Pr_{\mathrm{ele}}=Pr_{\mathrm{ff}}/\mathrm{Z}\approx 300\mathrm{eV/ps/ele} \tag{3.27}$$

所以在 2 ps 内电子辐射对其温度的影响小于 2%。据此，我们可以推断电子产生的辐射损失能量对于整个物理图像的影响可以忽略不计。

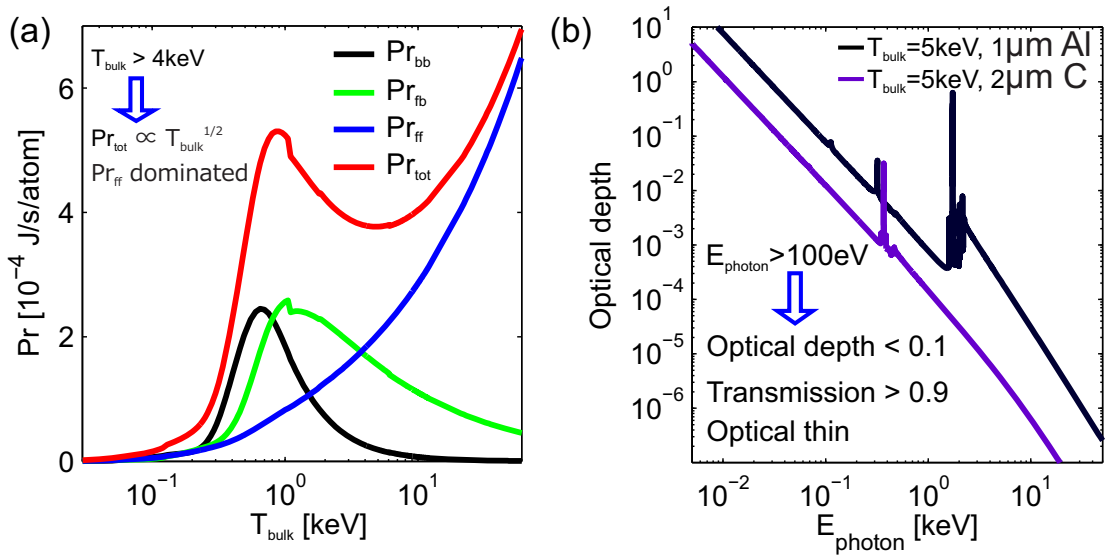

图 3.11 (a) 跃迁辐射，复合辐射，韧致辐射及总的辐射损失与 Al 层中体电子温度的关系；(b) 体电子温度为 $T_{bulk}=5keV$ 时 Al 层和 CD_2 中光厚与光子能量的关系

在本节最后，我们讨论模拟中的数值加热问题。一般来说，在强激光与固体靶相互作用的 PIC 模拟中，网格尺寸 Δx 应该小于电子德拜波长 $\lambda_D\propto(T_e/n_e)^{1/2}$，且每个网格的计算粒子数必须足够多从而得到较好的统计结果。对于电子密度很高和温度很低的极端等离子体条件(如 $n_e=1000n_c$，$T_e=1keV$)，需要极小的网格尺寸(如 $\Delta x<\lambda_D\approx\lambda_0/4500$)和大量的计算粒子数(如 $>10^{11}$)抑制数值加热，这即使对于当前最顶级的超级计算机也是极具挑战和费时的。在我们的 2D PIC 模拟中，当固体靶完全电离时，Al 层中自由电子的密度高达约 $780n_c$，而且我们研究的是离子温度 $\mathrm{T_i}<1$ keV 的离子加热过程，所以在模拟中必须非常谨慎对待数值加热效应，从而得到正确的物理信息。另外，我们的模拟中初始等离子温度为 0，即 $\mathrm{T_e=T_i=0}$ keV。因此初始德拜波长 $\lambda_D=0$，不可能被网格尺寸解析。但是，在程序中，我们采用 4 阶电荷分布插值和 4 阶电流密度沉积算法，从而使网格尺寸可以扩展到解析等离子体波长[42]。在我们的模拟中，网格尺寸为 $\Delta x\times\Delta y=(\lambda_0/150)\times(\lambda_0/150)$，时间步长为

$\Delta t = \Delta x / c = T_0 / 150$，因此最大等离子体波长和频率可以被解析，即 $\Delta x = \Delta y = \lambda_0 / 150 < \lambda_{pe} / 4$，$\Delta t = T_0 / 150 < T_{pe} / 4$。在计算中，每个网格中的 D^+，C^+，Al^+计算粒子数量分别为 24，12，18，对应于完全电离后 CD_2 和 Al 层中每个自由电子的个数分别约为 96，234，每个计算粒子约表征 1000 个真实粒子，完全电离后总的计算粒子个数约为 5×10^8。在这样的数值参数下，本文中所有的模拟都具有很好的能量守恒特性，数值加热可以忽略。图 3.12(a)~ (e)给出了激光脉宽为 $\tau_{FWHM} = 500$ fs 时各种激光强度下模拟空间中的能量密度演化特性。由图可知，在1*ps* 之后，当输入激光场几乎为 0 时，因为边界吸收条件，电子，D^+和总的能量密度也开始下降，表明模拟中的能量守恒特性很好。值得一提的是，数值加热效应不仅与数值参数有关，也可能会受物理参数影响，如激光强度，脉宽，靶体尺寸等等。其原因为：对于很小的输入激光能量(< 1 J)，靶体并不能被加热到很高的温度，电子德拜波长一直很小，这有可能引发较强的数值加热。另外，对于大尺寸的靶体，每个网格中积累的总数值效应可能会很大，从而掩盖真实的物理信息。图 3.12(f)给出了一个测试模拟的能量时间演化特性。初始物理参数与文献[18]一致(如 $I_0 = 10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$, τ= 1ps)。数值参数为：3 阶电荷分布插值，每个网格中每种粒子的个数为 30，网格尺寸为 $\Delta x \times \Delta y = (\lambda_0 / 100) \times (\lambda_0 / 100)$。由图看出，在 1.1ps 之后，即使没有能量输入到模拟空间，电子，D^+和总的能量依然以很快的速率上升，这来源严重的数值加热效应。在这种情形下，即使采用 4 阶电荷分布插值及增加网格中粒子的个数至 90，虽然数值加热被大大抑制，但依旧会影响离子加热过程。

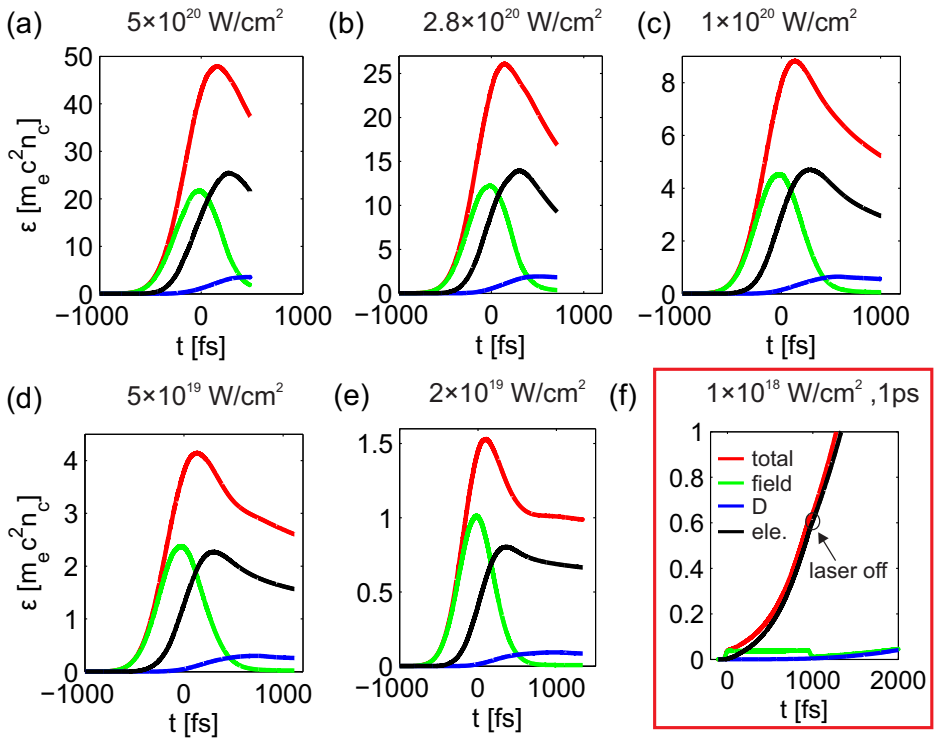

图 3.12 (a)~ (e)激光脉宽为 $\tau_{FWHM} = 500\,fs$ 时各种激光强度下模拟空间中的能量密度演化特性；(f) 初始物理参数与文献[18]一致的能量时间演化特性

3.6 XFEL 应用

本章利用 PIC 模拟研究了强场激光与固体靶相互作用过程中靶体内部的等离子体动力学，包括热电子产生和传输，电离，碰撞，等离子体膨胀波产生和传输，及离子加热过程等等。但实验上常规的光学探测不能进入固体靶内部，而需借助波长更短能量更高的 X 射线或者高能粒子束。利用 2016 年将完成的欧洲 X 射线自由电子激光器装置(European XFEL)作为诊断设备，该理论工作可能会在实验上得到验证。本节中基于 XFEL 的 SAXS 技术和法拉第旋转技术简要给出理论上可探测的靶体中等离子膨胀波，成丝现象和磁场产生的物理过程。

在 3.3 小节中我们详细讨论了在 CD_2-Al 层界面处等离子体膨胀波的产生和传播过程，该靶体内的膨胀波特性可由时间演化的电子密度表征，如图 3.12(a)~(c)所示。除此之外，在强场超短激光与固体靶相互作用的过程中，由于参量不稳定性[90]，瑞利-泰勒不稳定性[91]，韦伯不稳定性[92]等等而会在靶体表面或者体内产生成丝现象，理解成丝现象对于快点火实验起着至关重要的作用[93]。在我们的 PIC 模拟中，也观察到在激光与固体靶作用的界面处及靶体内部存在成丝，其强弱与激光的光强和脉宽相关。图 3.12(a)~(c)给出了光强为 $I_0 = 1\times10^{20}\,W/cm^2$，脉宽为 $\tau_{FWHM} = 500fs$ 的电子密度分布。由图可知，在较早

时刻 t = –254fs，靶体前表面存在较弱的成丝，随着时间增长，该成丝越来越强，且在固体靶内部也出现了成丝，该成丝尺寸约为亚激光波长量级。借助于 XFEL 极高的时间(~fs)和空间(~nm)分辨率及其相干特性，利用 SAXS 技术可以探测到靶体内膨胀波的产生和成丝时间演化的物理过程。图 3.12(d)~ (f)给出了不同时刻理论计算的 SAXS 信号。在数学上，小角度散射信号 $\Gamma(Q_x,Q_y)$ 与电子密度分布 $n_e(x,y)$ 的傅里叶变换相关[6]：

$$\Gamma(Q_x,Q_y)=A\cdot FT[n_e(x,y)] \tag{3.28}$$

其中 A 为系数，依赖于 XFEL 的参数如光子能量，个数，焦斑和强度等等，FT 为傅里叶变换操作算符。

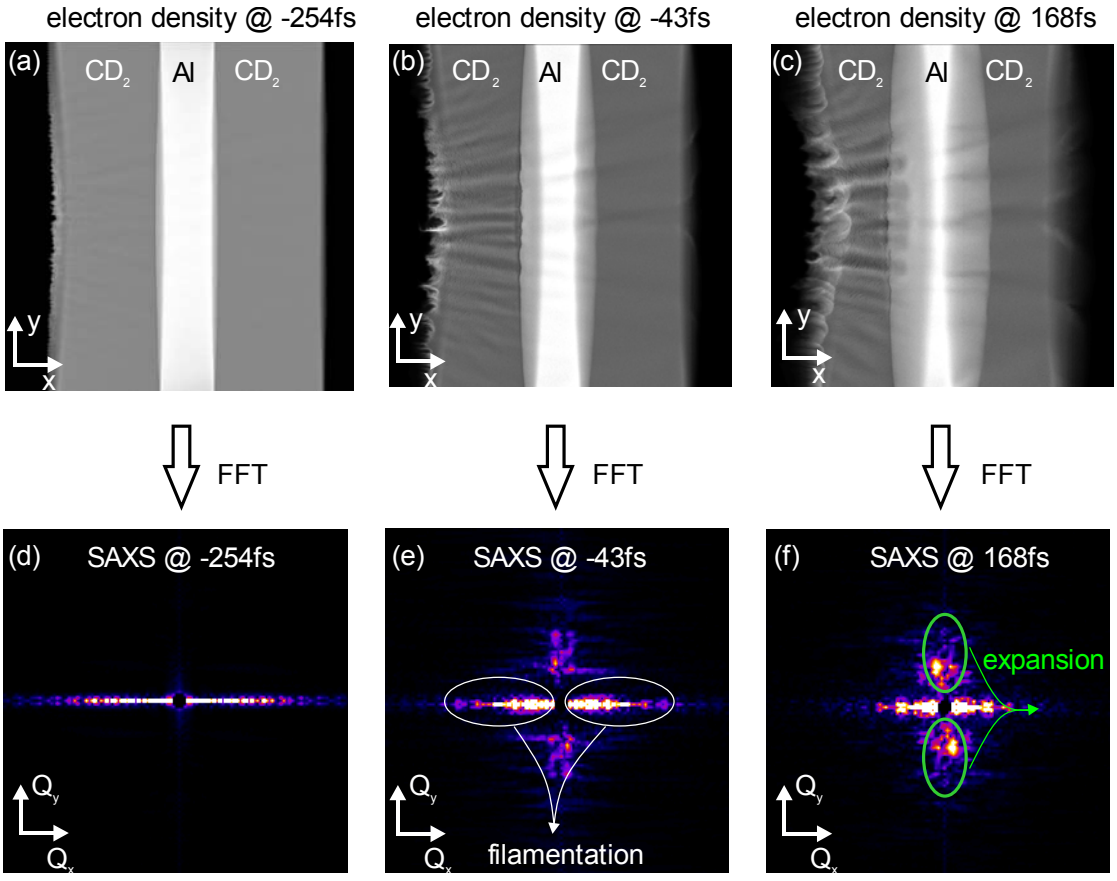

图 3.13 (a)~(c)光强为 $I_0=1\times10^{20}$ W/cm^2，脉宽为 $\tau_{FWHM}=500$ fs 的时间演化的电子密度分布；(d)~ (f)理论计算的对应 SAXS 信号

同时，在 PIC 模拟中，我们也观察到在 CD_2-Al 层界面处有 $\sim10^8$ 高斯的自生强磁场，该磁场可能来源于界面处的密度梯度[94]。因为该界面处的电子密

度很高，所以可利用 XFEL 基于法拉第磁光旋转效应探测该磁场的强度和空间分布[95, 96]。该技术的基本原理为：在已知自由电子密度的前提下(可通过 SAXS 技术测量或者模拟近似)，将线偏振 XFEL 作用到固体靶上，由于磁光作用出射后的 XFEL 偏振方向会出现偏转，该偏振角度ϕ在实验上可利用 X 射线偏振片等晶体测量，根据式(3.29)即可推测靶体内部的磁场强度分布：

$$\phi = \frac{e^3 \lambda_{XFEL}^{\ 2}}{2\pi m_e^{\ 2} c^4} \int_l n_e B_{\parallel} ds \tag{3.29}$$

其中λ_{XFEL}为 XFEL 波长，积分元为靶体厚度。图 3.14 给出一个示例通过法拉第旋转效应测量靶体内部的磁场强度分布。初始入射激光光强为$I_0 = 1\times10^{20}\ \mathrm{W/cm^2}$，脉宽为$\tau_{FWHM} = 500\mathrm{fs}$，模拟时刻为$t \approx 27\mathrm{fs}$，XFEL 波长假设为$\lambda_{XFEL} = 1\mathrm{nm}$。

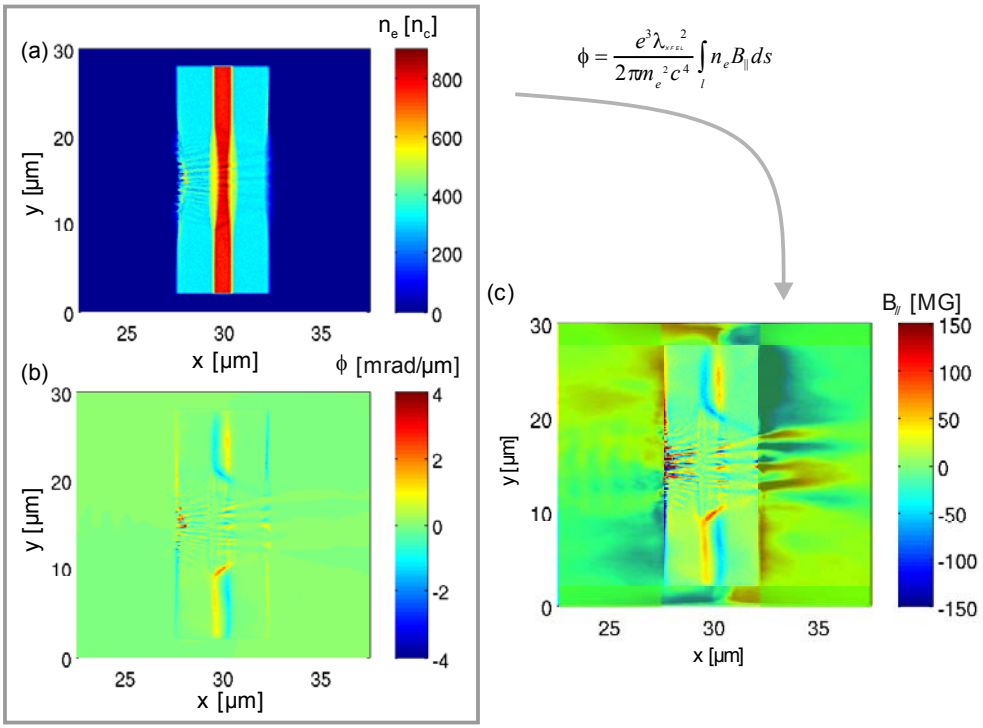

图 3.14 初始入射激光光强为$I_0 = 1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，脉宽为$\tau_{FWHM} = 500\mathrm{fs}$，模拟时刻为$t \approx 27\mathrm{fs}$的(a)电子密度分布，(b)XFEL 偏振旋转角度及(c)磁场分布，假设$\lambda_{XFEL} = 1\mathrm{nm}$

3.7 小结

在本章中，我们通过一系列 PIC 模拟系统研究了超短强场激光($2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$ ~ $5\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，100fs ~500fs)与多层靶 CD_2-Al-CD_2 相互作用中靶体内部的离子加热过程。由模拟可知，当靶体被电离和加热到一定程度时，在 CD_2-Al 界面处会形成数 10Gbar 的压强差，该压强差会驱动产生一个等离子体膨胀波，以接近离子的声速在 CD_2 层中传播。在膨胀波的波前位置伴随有一个~0.2TV/m 的静电场，该静电场会加速靶体中的 D^+使之获得大于其温度 $T_D(t)$ 的额外纵向动能 $E_{shift}(t)$。由于碰撞，扩散，束流不稳定性等，$E_{shift}(t)$ 会转化成离子温度 $T_D(t)$。因此，相对于背景等离子体中仅仅通过电子-离子碰撞加热离子外，膨胀波的离子还将从 $E_{shift}(t)$ 中获得额外的热温度，从而获得~2 倍于背景等离子体中的离子温度。该离子温度的增强有益于增加 D-D 聚变的反应横截面，获得更高产量的中子。通过改变激光的参数发现，虽然激光能量在 1.2J~75J 范围内变化，跨越幅度~60 倍，但是平均动能转化为离子热温度的速率 $R(t)$ 的变化范围为 $0.2\mathrm{ps}^{-1}$ ~ $0.7\mathrm{ps}^{-1}$，跨越幅度仅为~4 倍，所以 R 对激光参数不敏感，定标关系较弱。除此之外，我们还详细研究了热电子产生和传输，电离及靶体电子的加热物理过程，并对 PIC 模拟中的电子辐射和数值加热效应进行了讨论。借助于 X 射线自由电子激光器装置，该理论工作可能会在实验上得到验证。文中基于 XFEL 的 SAXS 技术和法拉第旋转技术两个示例，简要探讨了理论上可探测的靶体中等离子膨胀波，成丝现象和磁场产生的物理过程。

4 超短相对论激光与固体靶相互作用过程中的电离动力学研究

4.1 引言

在超短相对论激光($I_0 > 10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}} < 1\mathrm{ps}$)与物质相互作用领域，所谓物质，可能是气体，团簇，液体，固体，等离子体。实验中，在激光入射前靶体往往是中性的，并未电离。但在绝大多数理论研究和 PIC 模拟中，都假设靶体预电离，是具有一定温度，密度和维度的等离子体。这假设在一定程度上是合理的，比如相对论激光作用在低 Z 值的固体靶或者气体靶上。但为了更精确地理解激光物质相互作用过程中的时间演化过程，需要在 PIC 模拟中加入原子电离模型，研究靶体的电离动力学及其对等离子体行为的影响，因为电离过程决定了最重要的等离子体参数之一：电子密度n_e。大致来说，原子电离时间尺度和激光脉宽相当，在该时间范围内，离子的电荷变化，空间分布及电子密度n_e演化将会一定程度上影响激光物质过程中的粒子行为，如电子产生和传输，离子加速，能量吸收，物质状态方程等等。但当前只有数量极为有限的实验和理论文章研究超短相对论脉冲激光与物质相互作用中电离过程对电子离子动力学的影响[61, 97-101]。其原因为：在实验上超短相对论激光作用在靶体上的电离过程非常快，在~fs 量级范围，且在靶体表面和内部都有电离过程产生，所以必须借助于时间分辨率<fs，空间分辨率~nm 量级，且能够进入靶体内部的探测源。这使得常规的光学探测器并不能适用，而需借助于硬 X 射线源或者高能粒子束。第四代光源 XFEL 因为其极高的时间空间分辨率及相干等特性而可能成为这类实验的理想探测源。在模拟上，因为电离动力学对电子密度n_e的强烈依赖性而需要使用实际的电子密度n_e。而对固体靶而言，完全电离后的电子密度n_e往往远大于$100n_c$。这就必须在模拟中使用极小的网格尺寸

($\Delta x, \Delta y, \Delta z < \lambda_0/100$)和数量巨大的计算粒子数($>10^9$)抑制数值加热带来的非物理性结果，这种大型计算是非常消耗 CPU 时间的。

在本章中，我们借助于 HZDR 的超高性能计算机机群 HYPNOS(7460 个 CPU 核+177024 个 GPU 核，~30TB 主内存，峰值运算速度~0.3×10^{15} FLOP/s)[4]研究了超短相对论激光($I_0>10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}}=40\mathrm{fs}$)与铜靶(Cu)相互作用过程中的电离动力学，发现靶体内的离子电离程度，电荷分布结构强烈依赖于激光强度，预等离子体长度(激光对比度)和电子密度等参数。文中也探讨了利用 XFEL 探测靶体内部电离过程的基本原理，给出了理论计算出的 XFEL 探测图像。首先。我们给出四个可移植于 PIC 程序中的原子电离模型：场电离，SAHA 电离，Thomas-Fermi 电离和碰撞电离模型，之后采用 Landau-Lifshitz 场电离和 Thomas-Fermi 压力电离模型研究了不同激光参数和靶参数对电离过程的影响。

4.2 电离模型

4.2.1 场电离模型

在激光固体靶作用中，由于等离子体频率ω_p大于激光频率ω_0，$\omega_p>\omega_0$，激光场在等离子体中的传播将以趋附深度$l\sim c/\omega_p$指数衰减，该趋附深度$l\approx(\omega_0/\omega_p)\lambda_0/2\pi$往往远小于靶体尺寸，所以可以近似认为在靶体内部的原子不能感受到外加激光场，从而不能被激光场电离，但靶表面产生的热电子会进入靶体并加热体电子从而引起碰撞电离，压力电离等等。在相对论激光($I_0>10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\mathrm{E_0}>2.7\mathrm{TV/m}$，假设$\lambda_0=1\mu\mathrm{m}$)与固体靶相互作用的前表面，原子感受到的激光场$E_0$远大于原子场$E_a=m_e^2e^5/\hbar^4=0.51TV/m$(氢原子)，从而被快速电离。在靶体后表面，由热电子产生的鞘层电场强度也在 TV/m 量级，足够引发场电离。其电离机制可分为多光子电离，隧穿电离，越垒电离等等[102]。当前有各种模型描述场电离[103]，但在强场领域并没有一个完美适用的模型。下面只介绍可近似适用的隧穿电离模型。其过程为：在外加强电场下，束缚电子的库伦势会受外场扰动而降低，此时如果束缚电子的能量高于降低后的束缚能，则该束缚电子就会以一定的概率穿越束缚势垒到自由态，如图 4.1 所示。

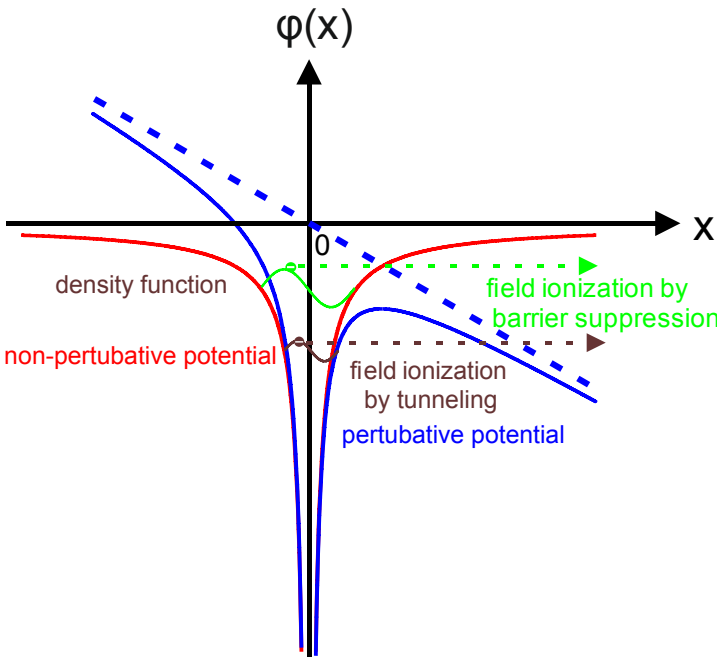

图 4.1 隧穿电离示意图

L. D. Landau 和 E. M. Lifshitz 推导出类氢原子的隧穿电离频率为[104]:

$$\omega_i[E_{ion}(t)] = 4\omega_a\left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_h}\right)^{5/2}\left(\frac{E_a}{E_{ion}(t)}\right)\exp\left[-\frac{2}{3}\left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_h}\right)^{3/2}\frac{E_a}{E_{ion}(t)}\right] \tag{4.1}$$

其中 $\omega_a = m_e e^4/\hbar^3 = 41.3 fs^{-1}$ 为原子频率单位，ε_i 为电离势能，$\varepsilon_h = 13.6eV$ 为氢原子电离能，$E_{ion}(t)$ 为作用在离子上的场强。在 PIC 模拟中基于隧穿电离频率可近似计算出电离概率:

$$P = 1 - \exp(-\omega_i \Delta t) \tag{4.2}$$

由式(4.1)知，隧穿电离频率仅于外加场和电离能相关，而原子结构和离子电荷态无关。之后 Ammosov，Delone 和 Krainov 将式(4.1)推广至高 Z 值的原子(ADK 模型)[105]:

$$\omega_i^{ADK} \approx 6.6\times10^{16}\frac{Z_i^2}{n_{eff}^{4.5}}\left[10.87\frac{Z_i^3}{n_{eff}^4}\frac{E_a}{E_L(t)}\right]^{2n_{eff}-1.5}\exp\left[-\frac{2}{3}\frac{Z_i^3}{n_{eff}^3}\frac{E_a}{E_L(t)}\right] \tag{4.3}$$

其中 $n_{eff} = Z_i/\sqrt{\varepsilon_i/\varepsilon_h}$ 为有效主量子数。

4.2.2 SAHA 电离模型

若等离子体处于局部热平衡(LTE)状态，且密度足够低，粒子之间的相互作用忽略不计，可近似为经典理想气体，则在 PIC 中可利用 SAHA 方程(4.4)近似计算出等离子体中各电荷态的分布[106]:

$$\frac{n_{i+1}}{n_i}=\frac{2}{n_e\lambda_{th}^3}\frac{g_{i+1}}{g_i}\exp(\frac{-\Delta E_i}{k_BT_e}) \tag{4.4}$$

其中n_{i+1}和n_i为不同电荷态的离子密度，n_e为电子密度，$\lambda_{th}=\sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{m_ek_BT_e}}$为电子热波长，$g_i$为离子简并度，$\Delta E_i=E_{i+1}-E_i$为相邻两电荷态的电离能差。离子的电离能和简并度可以直接引用 NIST 的数据[107]。另外，由电荷守恒可知电子和离子密度存在一定的关系:$n_{ion}=\sum_{i=0}^{Z}n_i$，$n_e=\sum_{i=0}^{Z}i\,n_i$。由式(4.4)可知，对于给定的等离子体温度，密度越高，电离度越低。但对于固体密度的等离子体，这种趋势刚好相反，密度越高，电离度也将越高，所以 SAHA 电离模型将不再适用。其原因为此时粒子间的平均距离很短，粒子间的碰撞不能忽略，电子分布不能再用波尔兹曼分布近似，而根据泡利不相容原理，电子需遵循费米统计分布。

4.2.3 Thomas-Fermi 电离模型

由 4.2.2 节可知，SAHA 模型只适用于低密度，且处于局部热平衡的等离子体。在固体密度等离子体中，则可以用 Thomas-Fermi 经验模型近似预测离子平均电荷态Z_{ion}[108]:

$$\mathrm{Z_{ion}=Z\,x/(1+x+\sqrt{1+2x})} \tag{4.5}$$

其中$x=f(Z,\rho,T_e)$是靶体质量密度ρ，离子最大电荷态Z_0和局部电子温度T_e的函数。$x=f(Z,\rho,T_e)$可由下式计算：

$$\begin{cases}\rho_1=\rho/(AZ_0)\\ T_1=T[eV]/Z_0^{4/3}\\ T_f=T_1/(1+T_1)\\ A=a_1T_1^{a_2}+a_3T_1^{a_4}\\ B=-\exp(b_0+b_1T_f+b_2T_f^7)\\ C=c_1T_f+c_2\\ Q_1=A\rho_1^B\\ Q=(\rho_1^C+Q_1^C)^{1/C}\\ x=\alpha Q^\beta\end{cases} \tag{4.6}$$

其中$\alpha=14.3139$，$\beta=0.6624$，$a_1=0.003323$，$a_2=0.9718$，$a_3=9.26148\times10^{-5}$，$a_4=3.10165$，$b_0=-1.763$，$b_1=1.43175$，$b_2=0.31546$，$c_1=-0.366667$，$c_2=0.983333$。

在 PIC 模拟中，可通过两个限制条件判断是否有电离发生：1)比较当前离子的实际电荷态 Z 与由当前时刻的等离子体条件预测出的离子平均电荷态 Z_{ion}； 2)比较当前时刻离子所在网格内的电子平均动能 $\overline{E}_{kin}(kp_x, kp_y)$ 和平均激发和电离能 E_{ion}。为了得到更好的统计结果，在程序中可加入第三个限定条件：比较当前离子的实际电荷态 Z 与当前离子所在网格的离子平均电荷态 $\overline{Z}(kp_x, kp_y)$。若同时满足条件： $Z < Z_0$， $Z \le \overline{Z}(kp_x, kp_y) < Z_{ion}$ 及 $E_{ion} < \overline{E}_{kin}(kp_x, kp_y)$，则判定该离子有一个电子被电离。平均激发和电离能 E_{ion} 可由 NIST 的数据库[107]给出或者由经验公式(4.7)给出[109]:

$$E_{ion} = E_0 Z_0 \frac{e^{1.29(\frac{Z}{Z_0})^{0.72-0.18\frac{Z}{Z_0}}}}{\sqrt{1-\frac{Z}{Z_0}}} \tag{4.7}$$

其中系数 $E_0 \approx 10\,eV$。图 4.2 给出了 Thomas-Fermi 模型和 FLYCHK 数值程序计算出的固体 Al 和 Cu 靶中离子平均电荷态与电子温度的关系，由图可知，两者非常吻合。

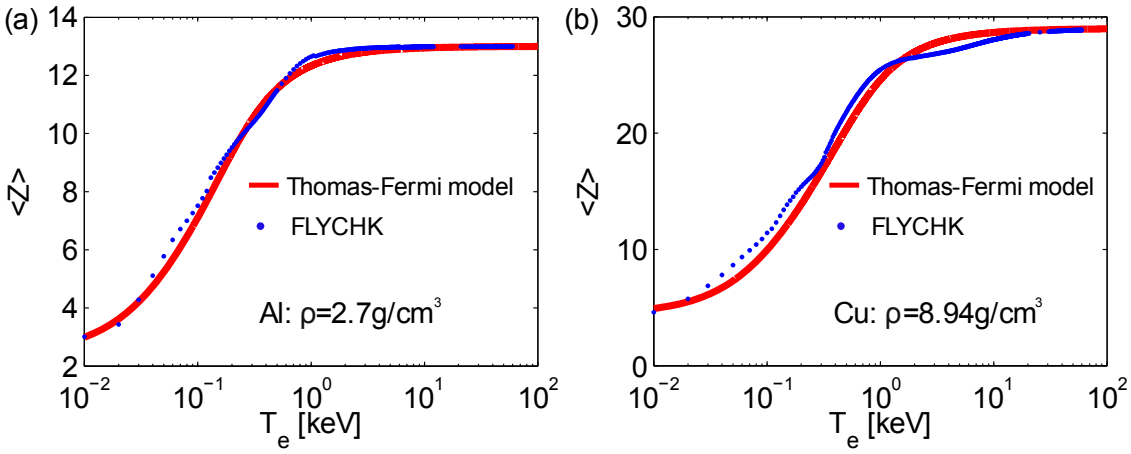

图 4.2 Thomas-Fermi 电离模型和 FLYCHK 程序对不同电子温度下(a)Al 和(b)Cu 电离度的比较

4.2.4 碰撞电离模型

除上述模型外，PIC 程序中也可植入基于电子碰撞电离频率 ω_i^{CI} 的电离模型:

$$\omega_i^{CI} = \sum_{Z=1}^{Z_0} < \sigma_Z{}^{CI}(v_e) v_e > n_Z \tag{4.8}$$

其中 $\sigma_Z{}^{CI}(v_e)$ 为电荷态为 Z 的碰撞电离截面，于电子速度 v_e 相关，n_Z 为离子密度。碰撞电离截面 $\sigma_Z{}^{CI}(v_e)$ 可由原子数据库[110]给出或者由 Lotz 公式(4.9)给出[111]:

$$\sigma_Z{}^{CI}(v_e)=\sum_{i=1}^{N}a_i q_i\frac{\ln(E_e/\varepsilon_i)}{E_e\varepsilon_i}\{1-b_i\exp[-c_i(E_e/\varepsilon_i-1)]\} \tag{4.9}$$

其中为 E_e 电子动能，ε_i 为第 i 个子壳层的电离能，q_i 为第 i 个子壳层的电子数，a_i，b_i，c_i 为不同壳层的常数，可由实验数据或者经验公式给出。在 PIC 模拟中基于碰撞电离频率可近似计算出电离概率 P_i^{CI}:

$$P_i^{CI}=1-\exp(-\omega_i^{CI}\Delta t) \tag{4.10}$$

值得注意的是，SAHA 模型和 Thoma-Fermi 模型都同时隐含了电离和复合过程，而碰撞电离没有，所以 PIC 程序中植入碰撞电离模型的同时需要另外考虑复合过程，这可参考 A. J. Kemp 的文章[98]。另外，在 PIC 程序中植入电离模型时需要考虑电离过程产生的能量损失，这可以通过修正电流密度等方法实现。

本文基于 Landau-Lifshitz 场电离和 Thomas-Fermi 压力电离模型的 PIC 数值模拟研究了不同激光参数和靶参数对电离过程的影响。

4.3 PIC 模拟

我们采用 2D3V PIC 数值模拟程序 IPICLS2D 对超短相对论激光与固体靶相互作用过程中的电离动力学进行了研究[42]。在模拟中，空间和时间上都为高斯分布的激光波长为 $\lambda_0=0.8\,\mu m$，对应于等离子体临界密度为 $\mathrm{n_c}\approx1.7\times10^{21}\,\mathrm{cm^{-3}}$，其半高全宽激光脉宽固定为 $\tau_{\mathrm{FWHM}}=40\mathrm{fs}$，半高全宽焦斑尺寸固定为 $\mathrm{w_{FWHM}}=3.8\mu\mathrm{m}$，峰值光强 I_0 的变化范围 $2\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}\sim1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，因此脉冲激光的能量范围为 $\mathrm{E_{laser}}=7\mathrm{mJ}\sim0.7\mathrm{J}$。垂直入射到靶体的激光在时间和空间上的光强分布可以写为：

$$I(y,t)=I_0e^{-4\ln2[(y-y_0)/w_{FWHN}]^2}e^{-4\ln2(t/\tau_{FWHN})^2} \tag{4.10}$$

其中 $y_0=13.5\lambda_0$ 为激光轴位置，$t=0$ 时峰值光强作用在主靶前表面。前表面坐落于 $x_0=3\lambda_0$ 的 Cu 主靶的厚度和高度分别为 $2\lambda_0$，$24\lambda_0$，在主靶前表面分别设置有特征长度 l_{ppl} 为 $0\sim0.1\lambda_0$ 不等的指数衰减的预等离子体。因为 Cu 原子最外层电子的电离能仅为 7.7eV，所以在模拟中预设 Cu 离子的价态为 Cu^+。Cu^+ 的初始数量密度为 $n_{Cu}\approx50n_c$，对应于 Cu 靶的质量密度为 $\rho_{Cu}\approx8.8g/cm^3$，完全电离后的电子密度为 $n_e\approx1400n_c$。模拟空间的网格数量为

$N_x \times N_y = 1800 \times 5400$，每个网格的大小为 $\Delta_x \times \Delta_y = \lambda_0 / 200 \times \lambda_0 / 200$，时间步长为 $\Delta t = T_0 / 200$。每个网格中 Cu^+的数量为 10，对应于完全电离后的电子数量约为 290。表 4.1 给出了 Cu 原子(Z_i=0)和 Cu 离子(Z_i>0)的电离能：

表 4.1 Cu 原子(Z_i=0)和 Cu 离子(Z_i>0)的电离能[107]

Z_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
I_p[eV]	7.7	20.3	36.8	57.4	79.8	103	139	166	198	232
Z_i	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I_p[eV]	265	367	401	436	483	518	552	632	670.8	1690.5
Z_i	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
I_p[eV]	1800	1918	2044	2179.4	2307	2479	2586.9	11062	11567	

首先，我们给出峰值光强为 $I_0 = 1 \times 10^{20} \mathrm{W/cm^2}$（对应于峰值电场 $E_0 \approx 22 \mathrm{TV/m}$），预等离子体特征长度 l_{ppl} 分别为 0 和 $0.1\lambda_0$ 的自由电子密度分布 n_e 和 Cu 离子的电荷分布 Z，如图 4.3 所示。此时的模拟时刻为 $t = 77\mathrm{fs}$，输入的激光光强下降到 $\sim 4 \times 10^{15} \mathrm{W/cm^2}$，之后时刻的物理图像不再有明显的变化。由图 4.3 可以看出，在主靶内($x > 3\lambda_0$)，电子密度分布 n_e 和 Cu 离子的电荷分布 Z 有着非常相似的结构，这是因为在靶体内等离子体的总电量近似为准中性，即 $n_e = Z n_{Cu}$，而 Cu 离子因为其较大的惯性而在早期时刻几乎保持不动，因此靶体内 Cu 离子的密度分布 n_{Cu} 可以近似认为保持不变，依旧为初始值，所以 n_e 和 Z 只相差一个常数系数 n_{Cu}。主靶内的电离机制主要来源于被加热的体电子，在第三章我们已经对体电子的加热过程给出了详细的讨论。由于激光脉宽很短，仅为 40fs，所以靶体内的电子温度并不能达到均匀分布，而具有一定的梯度 ∇T_{bulk}，如图 4.3(e) (f)激光轴附近的电子相空间密度分布所示。该温度梯度 ∇T_{bulk} 引起 Cu 离子价态的梯度分布，如图 4.3(c) (d)所示。在主靶前表面附近，Cu 原子经历了远大于原子场 $E_a = 0.51 \mathrm{TV/m}$ 的外加激光场，且该区域内的体电子被加热到 $T_e > 3\mathrm{keV}$ 的热温度，使得铜原子几乎被完全电离(Cu^{27+}的电离能为 2.5keV)，Cu 离子的价态接近 29。比较 $l_{ppl} = 0$ 和 $l_{ppl} = 0.1\lambda_0$ 两种情形，我们可以发现体电子温度 T_e 的分布有所不同。对于 $l_{ppl} = 0.1\lambda_0$，靶体深处的热电子温度 T_e 远高于没有预等离子体的情形(360eV VS 50eV)，而靶表面附近的 T_e 略小于 $l_{ppl} = 0$ 情形(3.4keV VS 6.5keV)。这是因为当存在预等离子体时，预等离子体内的电子会吸收更多的激光能量进入靶体内，但同时入射激光在预等离子体区域就被反射而不能作用到主靶表面处的电子，从而使之不能被更有效地加热。

另外，我们可以看到，主靶内 Cu 离子的分布截然不同。当主靶前表面没有预等离子体时，Cu 离子的电荷分布非常匀滑。而如果在主靶前表面设置特征长度 $l_{ppl}=0.1\lambda_0$ 的预等离子体，我们可以观察到 Cu 离子的电荷空间分布有很明显的成丝结构，成丝的周期间隔约为激光波长量级 λ_0。为理解这种成丝结构，我们通过扫描预等离子体特征长度 l_{ppl} 做了一系列模拟。

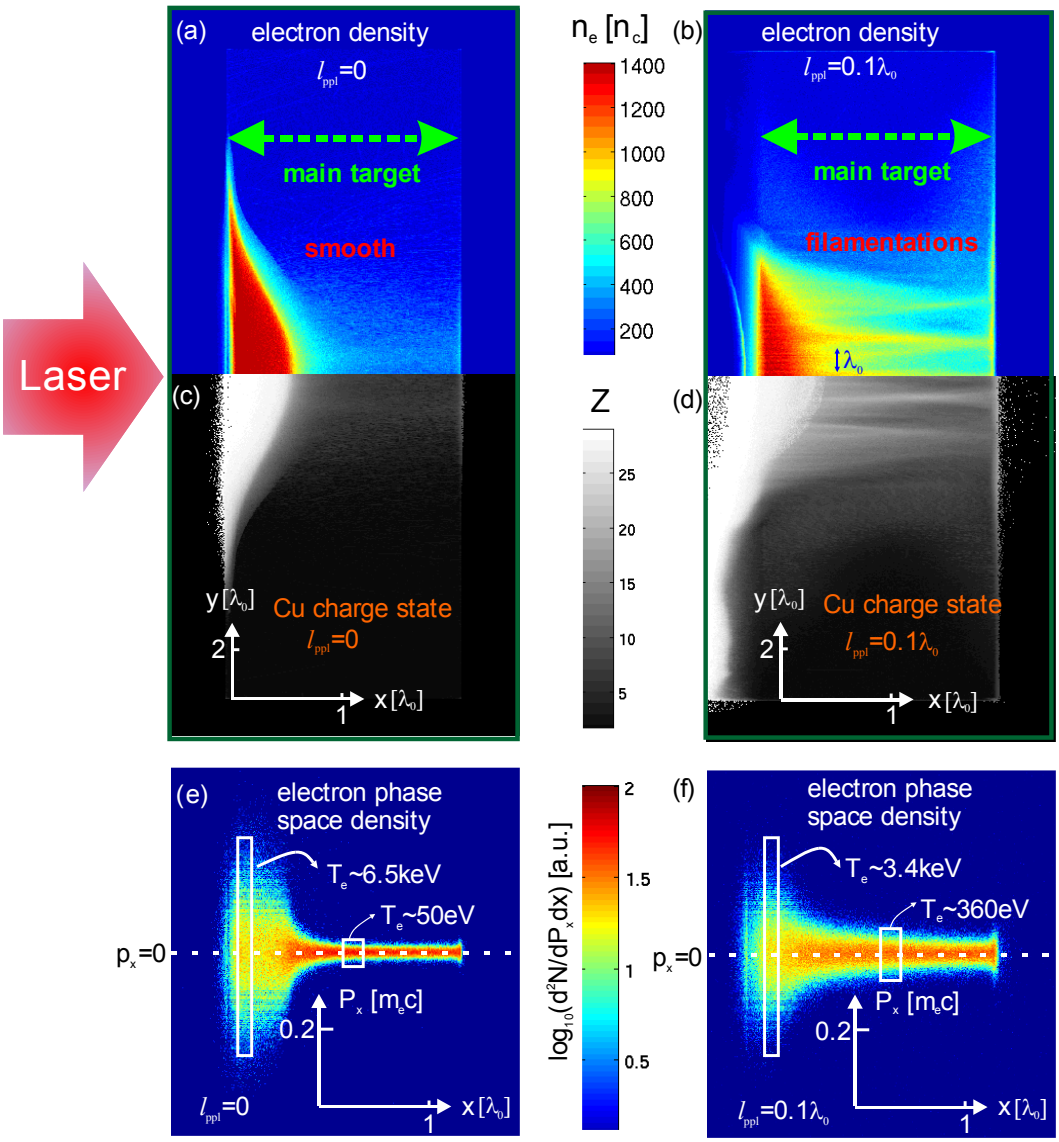

图 4.3 t = 77fs，峰值光强为 $I_0=1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，预等离子体特征长度 l_{ppl} 分别为 0 和 $0.1\lambda_0$ 时的 (a) (b) 自由电子密度分布；(c) (d)Cu 离子的电荷分布，(e) (f)激光轴附近的电子相空间密度分布。绿色虚线箭头范围为初始主靶的位置

4.3.1 预等离子体对电离的影响

图 4.4 给出了峰值光强为 $I_0 = 1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，预等离子体特征长度 l_{ppl} 分别为 0， $0.02\lambda_0$， $0.03\lambda_0$， $0.05\lambda_0$ 和 $0.1\lambda_0$ 在 t = 77fs 时刻的自由电子密度分布(a)~(e)和 Cu 离子的电荷分布(f)~(j)。由图可知，当 $l_{ppl} \geq 0.03\lambda_0$ 时，我们可以看到靶体内部($x_0 > 3\lambda_0$)的电子密度和离子电荷分布有明显的成丝结构，犹如手指状，这些丝状的横向周期间隔尺寸约为激光波长 λ_0 量级。这种相似的结构在其他很多实验(尤其对 ns，kJ 级大能量激光装置)和理论文章中也被观察到[91, 112-114]。在我们的情形中，成丝的原因可以简单定性理解为：预等离子体中密度小于相对论临界密度 $n_{cr} \approx \sqrt{1+a_0^2}\,n_c \approx 7n_c$ 的电子会受外加激光场直接作用而即时形成波长 λ_{pe} 不等的电子等离子体波，这些等离子体波的振荡频率不一致，从而在相互过程中产生不稳定性，引导成丝的产生。因为等离子体不稳定性的增长速率 $\gamma_{instability}$ 与电子密度 n_e 直接相关[115]，所以预等离子体特征长度 l_{ppl} 会影响成丝结构。从图 4.4(c)~(e)可以看出，三种情形下丝状的数量，间隔周期和强度有着轻微的区别。对于预等离子体特征长度 $l_{ppl} \leq 0.02\lambda_0$ 的情形，自由电子密度和 Cu 离子的电荷分布较为匀滑，没有观察到明显的成丝结构。其原因为：l_{ppl} 小于相对论趋附深度：

$$\delta_{rel} \approx \sqrt{1+a_0^2}\,c/\omega_p \approx 0.029\lambda_0 \tag{4.11}$$

预等离子体中并没有足够多的电子感受到外加激光场产生波长不等的等离子体波，从而不能在激光脉宽时间尺度内触发不稳定性。对于成丝的定量理解需要更深入的理论分析。

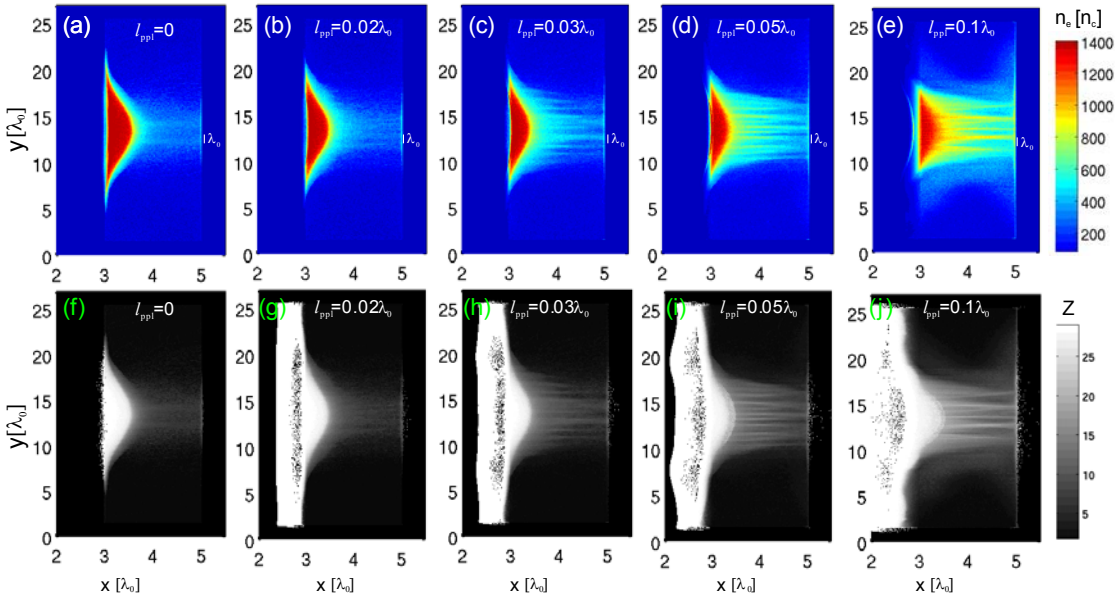

图 4.4 $t=77\,fs$，激光峰值光强为 $I_0=1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，预等离子体特征长度 l_{ppl} 分别为 0，$0.02\lambda_0$，$0.03\lambda_0$，$0.05\lambda_0$ 和 $0.1\lambda_0$ 在时刻的(a)~(e)自由电子密度分布及(f)~(j) Cu 离子的电荷分布

4.3.2 激光光强对电离的影响

我们也做了一系列 PIC 模拟研究了激光峰值强度 I_0 对具有特征长度 $l_{ppl}=0.1\lambda_0$ 预等离子体的 Cu 靶电离动力学的影响，如图 4.5 所示，激光峰值强度 I_0 变化范围为 $2\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}\sim1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$。由图 4.5(a)(f)可知，对于激光强度较弱的情形 $I_0=2\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，Cu 离子的电离过程主要发生在预等离子体区域($x<3\lambda_0$)，而在主靶区域($x>3\lambda_0$)几乎没有被电离。这是因为在激光与靶相互作用区域产生的热电子没有足够的能量沉积到靶体中，体电子不能被有效加热。从电子的速度分布我们可以得知在主靶前表面附近 $3\lambda_0<x<3.1\lambda_0$ 电子仅能被加热到约为 40eV，对应于 Cu 离子可被电离至 Cu^{3+}。另外，我们观察到自由电子密度分布和 Cu 离子电荷分布很匀滑，没有成丝结构。当增加激光入射光强至 $5\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$ 时，由图 4.5(b)(g)可以看出，Cu 离子的电离深度加深，电荷分布在焦斑区域出现三条明显的丝状结构，丝状结构的间隔周期约为激光波长 λ_0 量级。此时，与激光直接作用的电子可以获得更高的能量进入靶体内，使主靶前表面附近的体电子加热到约为 150eV，Cu 离子可以被电离至更高的平均电荷态 Cu^{6+}。继续增强入射激光的峰值强度分别至 $1\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$，$2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$，$1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，主靶前表面附近 $3\lambda_0<x<3.1\lambda_0$ 的体电子可以

分别被热电子加热至360eV， 780eV， 3.4keV 。体电子温度T_e和光强I_0的定标关系几乎为线性，和第三章推导的体电子温度公式$T_e \propto {I_0}^{0.8}$很接近。由图 4.5 可知，随着峰值光强增强，体电子的温度增加，Cu 离子的电离度增强。当$I_0 \geq 5\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，我们可以观察到主靶内($x>3\lambda_0$)有明显的成丝结构，该丝状结构的个数，强度，和周期间隔随着光强改变而有所改变。

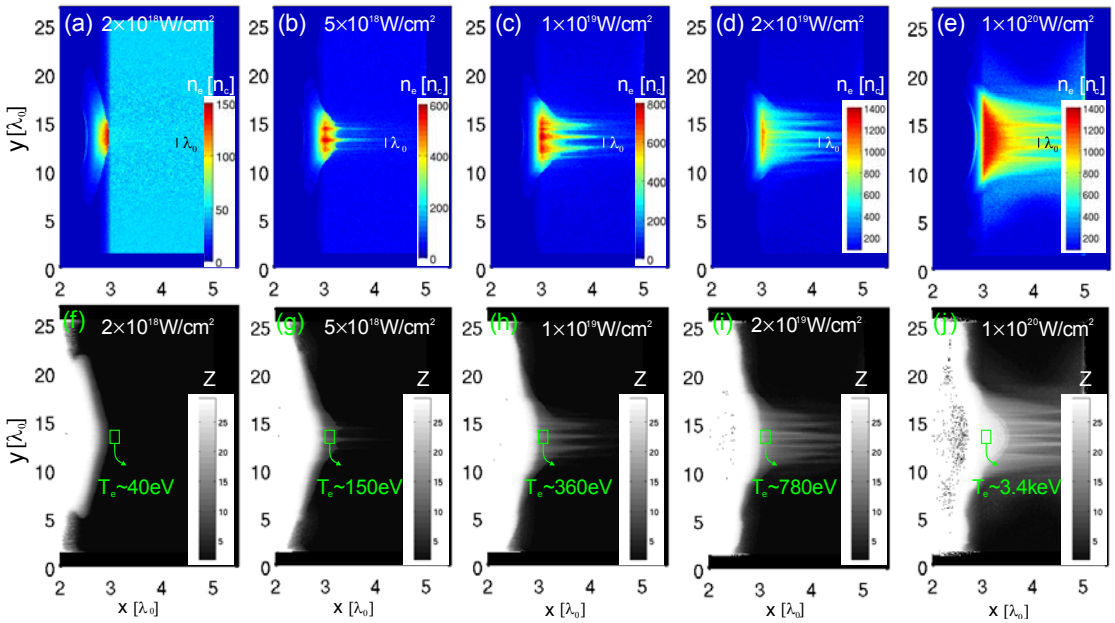

图 4.5 $t=77\,fs$，预等离子体特征长度$l_{ppl}=0.1\lambda_0$，激光峰值光强I_0分别为$2\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$5\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$1\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$，$2\times10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$和$1\times10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$时的(a)~(e)自由电子密度分布及(f)~(j) Cu 离子的电荷分布

4.4 XFEL 探测电离动力学

由上节 PIC 模拟结果可知，Cu 靶的电离动力学强烈依赖于初始激光参数：峰值强度I_0，激光对比度(预等离子体)等。对于不同的激光对比度，预脉冲会在固体靶前表面引起特征长度l_{ppl}不等的预等离子体，从而在相对论强度的主脉冲作用下可能形成完全不同的离子电荷分布结构。如对于特征长度l_{ppl}小于相对论趋附深度δ_{rel}的情形，模拟结果显示离子的电荷分布非常匀滑；而对于较大的特征长度，$l_{ppl}>\delta_{rel}$，我们观察到靶体内 Cu 离子的电荷分布出现手指状的成丝结构，成丝横向周期间隔约为激光波长λ_0量级。当我们改变激光光强时，发现在较低光强下$I_0=2\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，电离过程只发生预等离子体区域，且离子电

荷分布匀滑。当增加激光光强 I_0 时，体电子的温度 T_e 几乎呈线性增加，离子电离度增强，且在主靶内观察到成丝结构，该丝状结构的个数，强度，和周期间隔随着光强改变而有所改变。由第三章也可知，对于超高激光强度的情形，$I_0 \geq 10^{20}\,\mathrm{W/cm^2}$，若激光脉宽从 40fs 增至100fs 以上，即使初始靶表面没有预等离子体，我们也能看到明显的成丝结构。这些丝状结构很可能是由等离子体不稳定性产生的。电子密度的成丝会直接影响着靶后鞘层的电场分布，从而影响离子加速的能量和空间分布。因此，对不同初始激光参数作用下固体靶电离动力学的理解非常重要，本节将简单探讨利用第四代光源 XFEL 探测靶体内部电离过程的基本原理，并给出理论计算出的 XFEL 探测图像。

在电离过程中，束缚电子在不同电荷态之间的共振跃迁在很大程度上会影响等离子体的折射率 $\tilde{n}(\omega)$，其共振能量与化学元素及其电离度密切相关。当 XFEL 在等离子体中传播时，其折射率 $\tilde{n}$ 可以写为：

$$\tilde{n}(\omega) = 1 - \delta + i\beta \tag{4.12}$$

等离子体色散关系可以写为：

$$k = \frac{\omega}{c}\tilde{n}(\omega) = \frac{\omega}{c}(1 - \delta + i\beta) \tag{4.13}$$

其中 $1-\delta$ 与电子密度和 XFEL 波长 λ_{XFEL} 相关，决定了 XFEL 的相位；β 也与 λ_{XFEL} 相关，决定了 XFEL 的吸收率。利用 XFEL，我们基于等离子体色散特性及 Cu 离子的 K_α 吸收特性可以测量 Cu 离子单个电荷态的空间分布。图 4.6(a)给出了 FLYCHK 计算出的不同电子温度下 Cu 原子/离子的吸收谱。对于中性铜原子，其 K_α 共振能量为 8.027keV 。当 Cu 原子被电离时，由于电子屏蔽效应[116]，使得 K_α 共振能量有所偏移。根据偏移的 K_α 能量即可探测对应的 Cu 离子电离能。图 4.6(b)给出了 Cu^{19+}~Cu^{25+}对应的 K_α 共振能量。

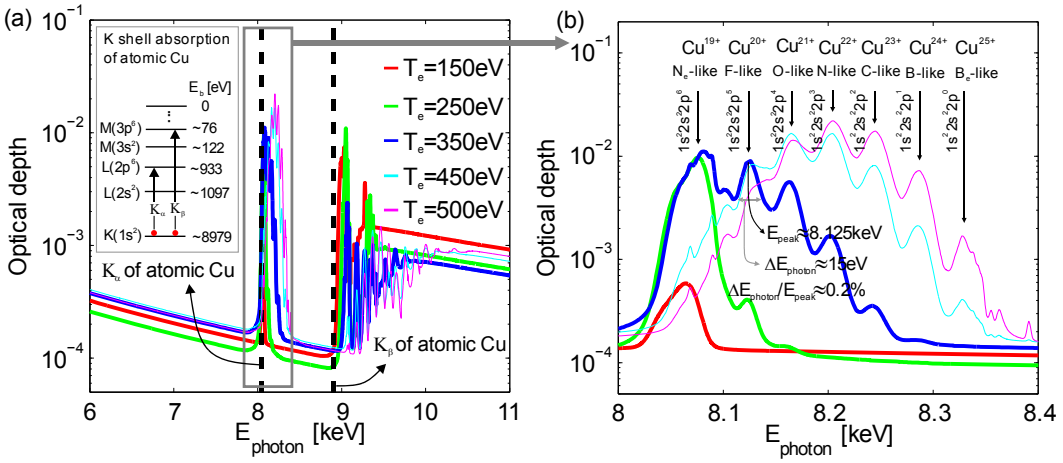

图 4.6 (a)FLYCHK 计算出的不同电子温度下 Cu 原子/离子的吸收谱；(b)Cu^{19+}~Cu^{25+}对应的 K_α 共振能量

在这里，我们给出一个示例利用 XFEL 探测 Cu^{20+}的电荷态分布。由图4.6(b)可知，我们需要单光子能量为8.125keV，能谱宽度小于0.2% 的 XFEL。因为靶体内电子密度分布 n_e 和 Cu 离子的电荷分布 Z 的结构非常相似，假设 XFEL 进入 Cu 靶的相位移动与吸收率线性相关，则可得知 XFEL 与靶体内束缚电子的散射图像和 Cu^{20+}电荷态分布的傅里叶变换线性相关，这种技术我们也称之为共振相干 X 射线衍射成像(RCXDI) [6]。图 4.7 给出了 Cu^{20+}在 $t = 77fs$ 时刻的电荷态分布和对应的 XFEL 散射信号。其中激光光强为 $I_0 = 1\times10^{20}\,W/cm^2$，预等离子体特征长度分别为 $l_{ppl} = 0$ 和 $l_{ppl} = 0.1\lambda_0$。由图可知，对于预等离子体特征长度为 $l_{ppl} = 0.1\lambda_0$ 的情形，Cu^{20+}电荷分布出现成丝结构，对应于在 Q_y 方向上出现 RCXDI 信号。而对于无预等离子体的情形，Cu^{20+}电荷分布非常匀滑，对应于在 Q_y 方向上出现没有出现无规则的 RCXDI 信号。在实验上，测得 RCXDI 信号之后，再假设一个随机的初始相位，便可通过若干次相位恢复迭代算法[117]，反演得到真实空间的电荷分布。

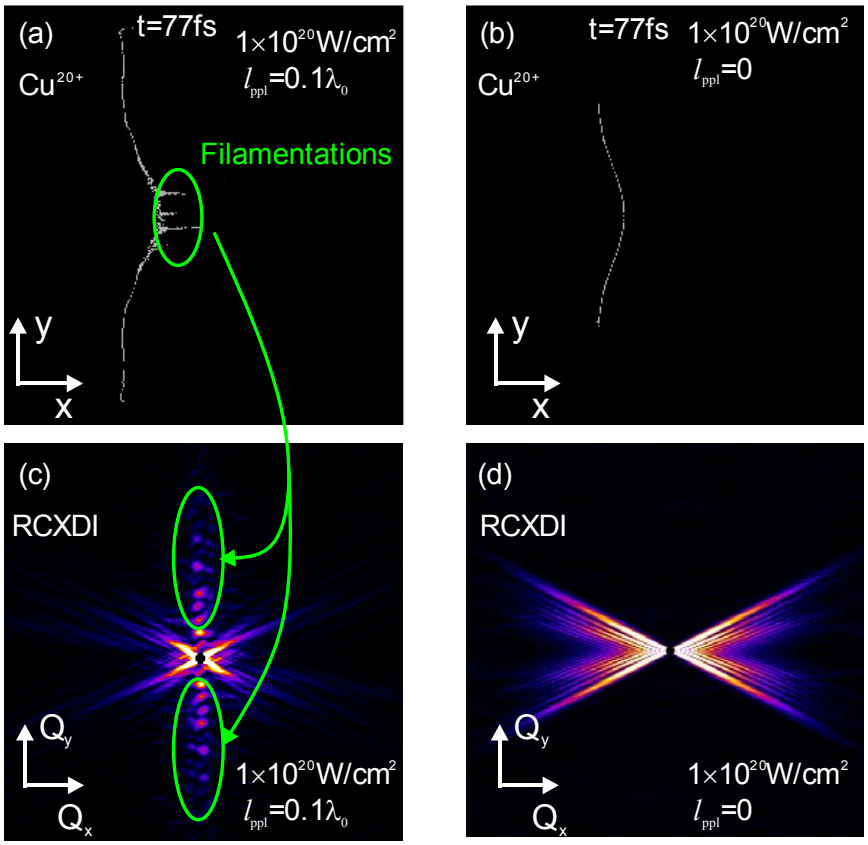

图 4.7 $t = 77\,fs$ 时刻 Cu^{20+}的电荷态分布和对应的 XFEL 散射信号(a) (c)为预等离子体特征长度 $l_{ppl} = 0.1\lambda_0$；(b) (d)为无预等离子体情形

4.5 小结

在本章中，我们基于 Landau-Lifshitz 场电离和 Thomas-Fermi 压力电离模型，在数值上研究了超短相对论激光($I_0 > 10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，$\tau_{\mathrm{FWHM}} = 40\mathrm{fs}$)作用在固体 Cu 靶上的电离动力学。数值模拟结果显示，Cu 离子的电离度和电荷分布与初始入射激光的强度，对比度(预等离子体)密切相关。若激光对比度不是很高，预脉冲作用在靶体前表面产生特征长度大于等离子体的趋附深度时，主脉冲会在预等离子体区域触发振荡频率不等的等离子体波，从而引起等离子体不稳定。这种不稳定性会直接影响 Cu 离子的电离过程和电荷分布，从而在靶体内出现横向长度为激光波长量级 λ_0 的成丝结构。该成丝结构不仅与预等离子体相关，也与入射激光强度有很大的关系。当入射激光较弱时，$I_0 \le 2\times10^{18}\,\mathrm{W/cm^2}$，电离过程只发生预等离子体区域，且离子电荷分布匀滑，我们并未观察电离的成丝分布，其原因为此时激光不能产生数量足够多，温度足够高的电子触发不稳定性。对其定量的理解需要更深入的理论研究。相对论激光与固体靶相互作用的电离动力学不仅是一个基础研究，在电离过程中，自由电子密度和离子电荷分布也会直接影响着靶后鞘层电场的分布，从而影响离子加速的能量和空间分布。因此，在实验上如何去探测固体靶中离子的电离过程和分布对于相对论激光引发的电离动力学的理解非常重要。在文中，我们基于等离子体色散特性及 Cu 离子的 K_α 吸收特性提出了用第四代光源 XFEL 去探测固体靶中电离过程的方法。利用 XFEL 相干，超快时间分辨率(~fs)，超高空间分辨率(~nm)及高光子能量(>1keV)的特性，可以选择与特定电荷态共振跃迁能量的 XFEL，进入到靶体中与激发态的束缚电子相互作用，从而测量得到波矢空间的 RCXDI 信号，对 RCXDI 信号做若干次相位恢复迭代，便可反演得到真实空间的电荷分布。非常值得一提的是，在 PIC 中植入的电离模型直接决定了数值计算结果相对于实际物理结果的误差。所以，对于相对论激光作用在固体靶上电离动力学的深入理解，一方面需要在 PIC 中植入不同的电离模型，互相比较，一方面需要从实验上获得电离过程的数据，对各种模型进行校准验证。该数值模拟和理论工作将基于当前运行的 X 射线自由电子激光器 LCLS[118]或者 2015 年将完成的 European XFEL [5]进行实验验证。

5 激光加速产生准单能的质子束

5.1 引言

前两章集中研究了超强激光产生的高密度等离子体内部的动力学行为：离子加热过程和电离过程，这一章研究超强激光与三明治靶产生准单能的质子束。随着超强超短激光技术的发展，强场激光与高密度等离子体相互作用加速离子的基础科学研究也得到迅猛发展。激光加速产生的离子源因其发散度小，脉宽段，能谱窄等优良特性在快点火[119-121]、成像[122-124]、肿瘤治疗[125-128]，固体靶内部物理过程的探测[129]，热核聚变[130, 131]等方面有着潜在的应用，如图 5.1 所示：

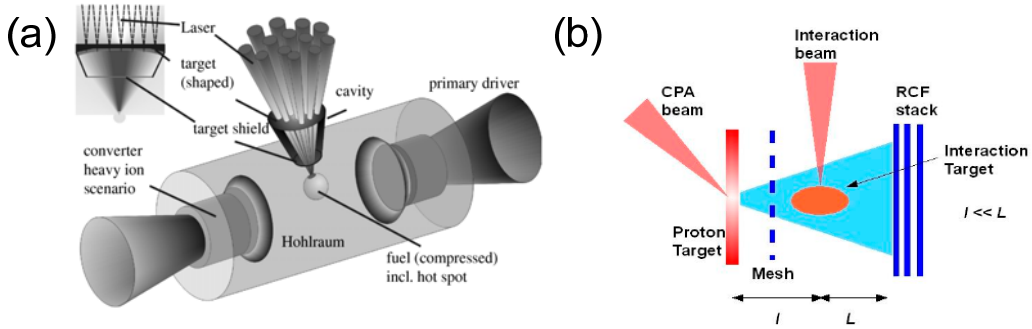

图 5.1 激光加速产生的质子束在快点火和成像方面应用的示意图[119, 123]

当前，脉冲激光的峰值光强可以高达10^{22} W/cm^2 以上[3]。实验上利用这样超强的激光作用在固体靶上可以加速产生>50MeV 的质子束[27, 28]。在基础领域研究中，激光加速的质子束已成功应用于诊断快速变化的电磁场，并在快点火、肿瘤治疗等领域有着潜在的应用。但是，在很多实际应用中都要求质子束具有单能性。当前已经提出多种方案实现了单能离子束的产生。在实验室上，利用四极棱镜系统或者高功率脉冲螺旋磁铁可以从能谱发散度很大的质子束中获得准直单能的质子[132, 133]；利用水滴微靶可以产生能谱宽度约为 10%的准单能质子束[134]；或者利用双层靶可以获得能谱发散约为 17%的离子束等等[135]……与实验中利用先偏振光不同，最近也有理论研究表明，利用超强圆偏

振激光的辐射压强也可以加速产生单能的离子束[136, 137]。其原因可以简单理解为：理想情况下圆偏振作用下的电子受到的有质动力振荡部分几乎为 0，因此表面电子不会被激光加热以$2\omega_0$频率快速进入靶体内部，而是受平稳的有质动力推动被压缩进入靶体。同时，被压缩的电子和离子之间会产生一个很强的静电分离场，该电场会对离子进行加速获得准单能特性。为提高单能特性，也可利用超高斯脉冲激光或者具有特殊结构的靶形产生空间分布更均匀的加速电场[138-140]。

在这里，利用二维 particle in cel（PIC）模拟表明，超强圆偏振激光作用在由重离子层和质子层构成的三明治靶上，两种不同材料的界面处会产生一个横向电场，该横向电场会约束质子的横向运动，从而在纵向上的加速获得能谱发散度较窄的准单能特性。

5.2 PIC 模型

我们采用 LAPINE PIC 程序进行数值模拟[48]。波长为$\lambda_L = 1\,\mu m$的圆偏振激光由左边入射到靶体前表面，其横向上为高斯分布，束腰半径为$\omega_0 = 10\,\mu m$。时间上激光的无量纲化电场先在两个激光周期内$2T$由 0 线性上升至$a_0 = 30$，对应于峰值强度$I_L = 2.48\times10^{21}\,Wcm^{-2}$，再保持$20T$平顶而后消失，其中激光周期$T \approx 3.3fs$。我们采用如图 5.2（a）所示的三明治靶形：中间的等离子体层由质子和电子构成，电子密度为$10n_c$。上下两层等高的等离子体层由完全电离的碳离子（C^{6+}）和电子构成，电子密度高于中间层，为$30n_c$，其中等离子体临界密度$n_c = 1.1\times10^{21}\ cm^{-3}$。整个三明治靶的高度为$32\,\mu m$，厚度为$d = 1\,\mu m$，中间质子层的高度为$h = 2\,\mu m$，靶前表面为于$x_0 = 20\ \mu m$处。电子和离子的初始温度都假设为 1 keV。为便于和三明治靶形比较，我们也做了尺寸为$1\,\mu m\times2\,\mu m$，由质子和电子构成的等离子体靶的 PIC 模拟，如图 5.2（b）所示。模拟空间的大小为$60\,\mu m\times40\,\mu m$，每个网格的大小为$\Delta x\times\Delta y = 1/40\,\mu m\times1/40\,\mu m$，时间步长为$\Delta t = \Delta x/1.5c = 0.016T$，满足 Courant 稳定性条件[51]$\Delta t < \Delta x/\sqrt{2}c$，其中$c$为真空中的光速。

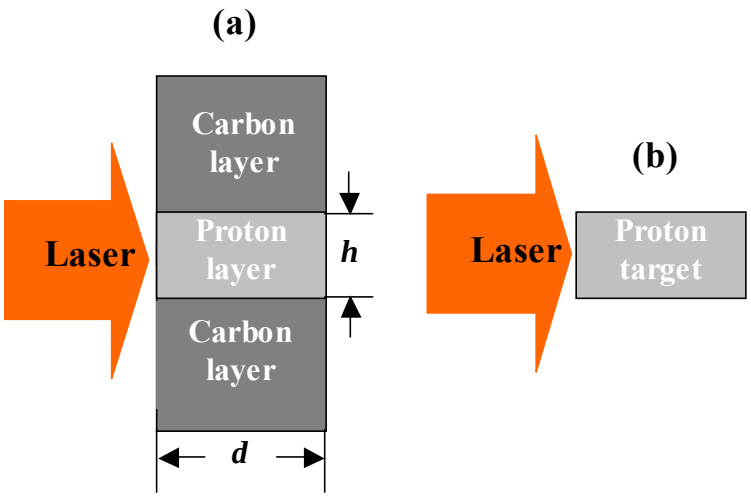

图 5.2 (a)三明治靶结构，其中 h 和 d 分别为质子层高度和靶厚度； (b) 参考靶结构

5.3 PIC 模拟结果

图 5.3 给出了强场激光作用在三明治靶和参考靶下质子能谱分别在 $28T$，$36T$ 和 $48T$ 的时间演化过程。由图 5.3 可知，两种靶形下的质子能谱呈现出截然不同的特征。在较早时刻 $28T$，参考靶的质子在能量约为 10MeV 附近有一个较小的峰值，而三明治靶在 12MeV 附近有一个很明显的峰值。在 $36T$ 时刻，参考靶质子能谱的峰值特征消失，呈现指数衰减的分布，能量发散度几乎为 100%，和大多数实验上观察的质子能谱分布类似[135]。而对于三明治靶，质子能谱的峰值特性可以持续更长的时间，在 $48T$ 时刻入射激光消失后我们也可以明显观察到在 60MeV 附近的峰值特征。因此，我们可以推断，利用三明治靶形可以提升激光加速后的质子能谱特性，获得性能更好的质子束。

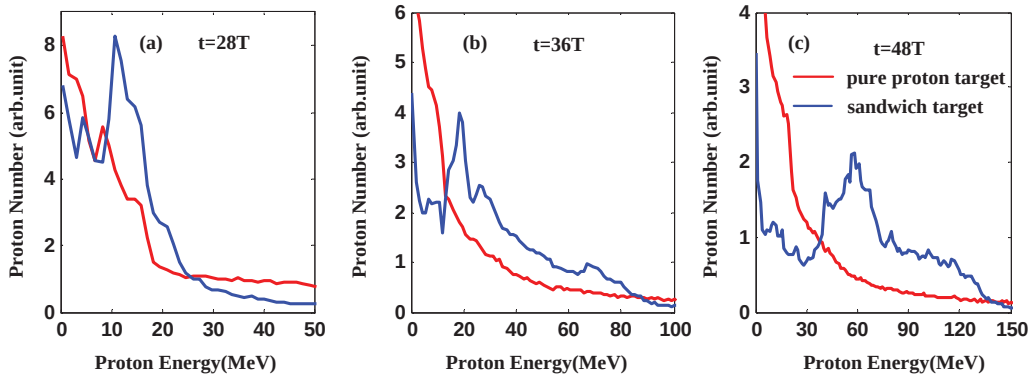

图 5.3 强场激光作用在三明治靶和参考靶下质子能谱的时间演化过程：(a) t =28T；(b) t =36T； (c) t =48T。其中质子层的高度和厚度分别为 $h=2\mu\mathrm{m}$，$d=1\mu\mathrm{m}$。电子在质子层和碳离子层的密度分别为 $10n_c$， $30n_c$

为理解激光加速的质子在两种靶形下呈现出的截然不同特性，我们给出了在较早时刻 $28T$ 横向静电场 E_y 和横向质子动量的 P_y 空间分布的比较，如图 5.4 所示，其中灰色虚线为靶后表面与真空的界面，黑色实线为横向电场和质子动量的方向。由图 5.4(a)，(c) 可知，对于参考靶，横向电场 E_y 在 $20\mu\mathrm{m}<x<21\mu\mathrm{m}$ 处上部分（与真空界面处）为正值，方向向上，在下半部分（与真空界面处）为负值，方向向下。这是因为靶前表面产生的热电子运动到靶侧面边缘产生的分离电场所致。这种分布下的电场施加在质子上，使之加速获得与电场同方向的横向动量，即向周围的真空膨胀。与参考靶相反，三明治靶下的横向电场在碳离子层和质子层的上界面处方向朝下，在下界面处方向朝上。这种分布下的电场施加到中间层的质子上会抑制其横向上的扩散，从而约束在约为 $2\mu m$ 的横向范围内。这种情形下，横向上 $2\mu m$ 范围内受约束的质子束在纵向上可以感受到分布更均匀的静电分离场，从而相对来说可以更单一地被加速，呈现出如图 5.3 所示的峰值能谱特性。但随着时间增长，被加速的质子进入到真空中将不再感受到横向约束电场，从而会慢慢在横向上发散，其能谱上的峰值特征也会慢慢加宽，直至消失。

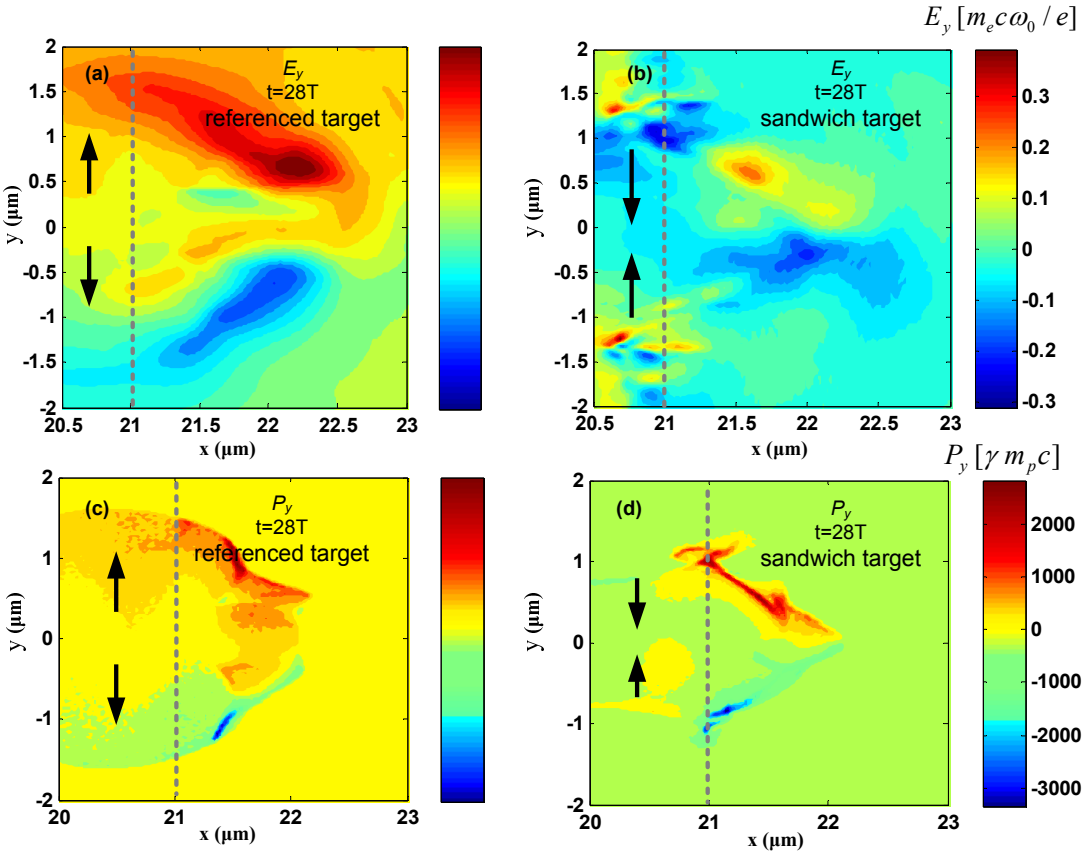

图 5.4 在时刻 t =28T，(a)，(c)参考靶和(b)，(d)三明治靶横向静电场 E_y 及横向质子动量 P_y 的空间分布，单位无量纲化。其中灰色虚线为靶后表面与真空的界面，黑色实线为电场和质子动量的方向。

5.4 靶参数对质子能谱特性的影响

在本小节中，我们研究了三明治靶中质子层高度 h 及重离子层（上下层）的离子质核比 A/Z，电子密度对质子能谱特性的影响。图 5.5 给出了三明治靶中质子层高度分别为 h = 1 μm， h = 2 μm 和 h = 5 μm 时质子能谱在 28T，46T 和 56T 的时间演化过程。由图 5.5 可知，三种情况下质子能谱的特征总的来说很相似，都呈现峰值特性。但是减小质子层的高度，可以获得能量发散更窄继续时间更长的质子能谱，这得益于横向电场对质子横向运动的约束。若增加质子层的高度，则电场约束效应减弱，被加速的质子能谱发散则更宽。图 5.6 给出了重离子层质核比 A/Z（分别为 1/2 和 1/4）对质子能谱的影响。由图 5.6 可知，不同质核比 A/Z 下的质子能谱几乎重合，所以 A/Z 对加速质子的能谱并没有很明显的影响。这与之前双层靶（重离子层+质子层）或单层靶（混合的重离子和质子）[139, 141-143]的模拟结果完全不同。在之前的研究中，重离子层的质核

比 A/Z 会强烈影响纵向有质动力加速场，从而获得极为不同的质子能谱。但是，在我们的研究中，重离子层的作用是在界面处形成对质子横向运动约束的静电场，而并不影响纵向加速。图 5.7 给出了重离子层初始电子密度对质子能谱特性的影响。由图可知，若重离子层的电子密度由 $30n_c$ 降为 $10n_c$，则加速后的质子能谱并没有一个很明显的峰值。这是因为此时重离子层和和质子层的电子密度相等，梯度为 0，所以并不能形成一个有效的电场对质子的横向运动进行约束。

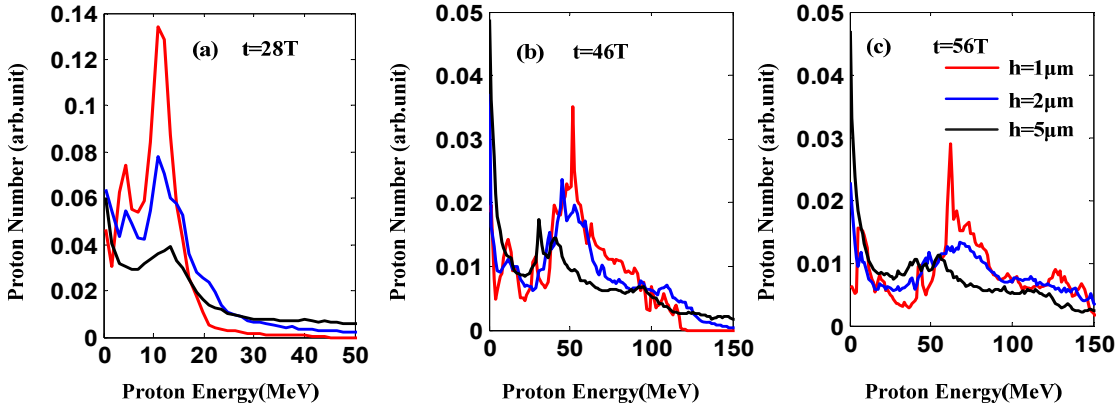

图 5.5 三明治靶中质子层高度分别为 $h=1\mu m$， $h=2\mu m$ 和 $h=5\mu m$ 时质子能谱的时间演化过程：(a) t =28T；(b) t =46T； (c) t =56T，其他参数与图 5.3 一致

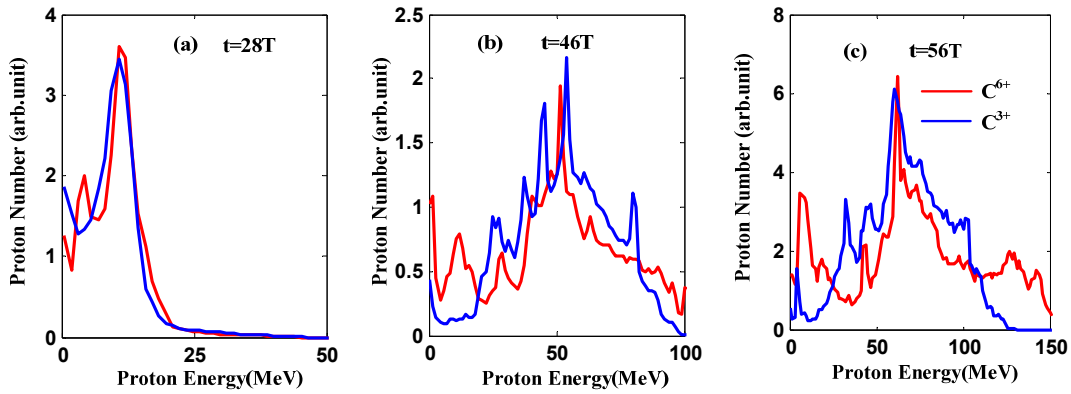

图 5.6 重离子层的离子分别为 C^{6+}，C^{3+}时质子能谱的时间演化过程：(a) t =28T；(b) t =46T； (c) t =56T，质子层高度位为 $h=1\mu m$，其他参数与图 5.3 一致

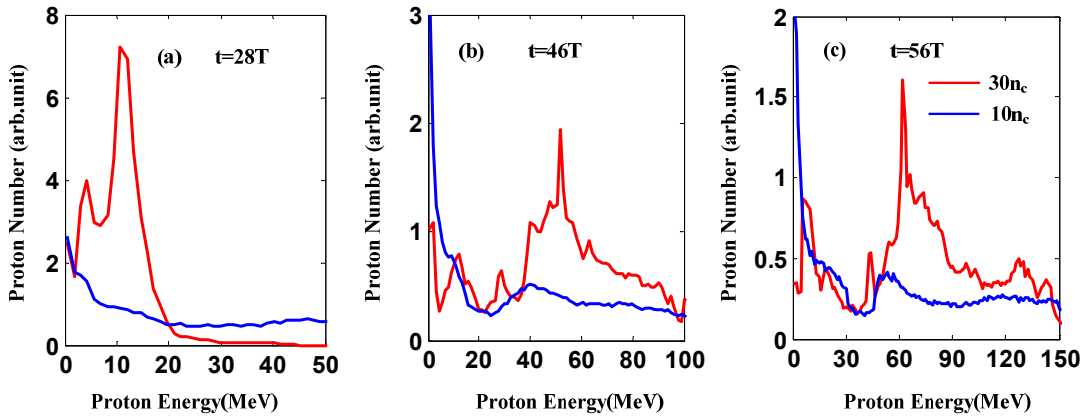

图 5.7 重离子层的电子密度分别为 $30n_c$ 和 $10n_c$ 时质子能谱的时间演化过程：(a) $t=28T$；(b) $t=46T$； (c) $t=56T$，质子层高度位为 $h=1\mu m$，其他参数与图 5.3 一致

5.5 讨论

在本数值模拟中，三明治靶的厚度选为 $d=1\mu m$，此时质子可以在相同激光参数下加速获得最高的峰值能量。图 5.8 给出了三明治靶厚分别为 $d=1\mu m$ 和 $d=1.5\mu m$ 时质子能谱的比较。由图 5.8 可以看出，靶厚为 $d=1\mu m$ 时质子的峰值能量高于 $d=1.5\mu m$ 情形。

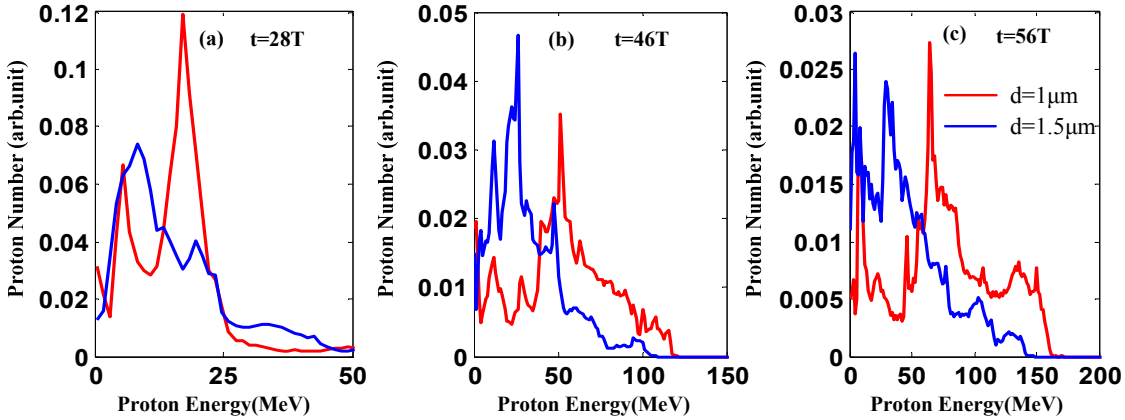

图 5.8 三明治靶厚分别为 $d=1\mu m$ 和 $d=1.5\mu m$ 时质子能谱的的时间演化过程：(a) $t=28T$；(b) $t=46T$； (c) $t=56T$，质子层高度位为 $h=1\mu m$，其他参数与图 5.3 一致

该最优靶厚可以通过一个简单的模型计算得出。由激光无量纲化电场 $a_0=30$ 可以计算相对论下的等离子临界密度 n_c^{rel} 为：

$$n_c^{rel} = \gamma n_c \approx a_0 n_c \tag{5.1}$$

所以可以得知等离子临界密度大于电子初始密度 $n_c^{rel} \approx 30n_c > 10n_c$，此时圆偏振激光场会将表面电子压缩推进靶体内部，从而在电子层和离子层之间形成静电场，该静电场会跟随电子往靶内运动，形成一个电荷损耗区，激光场也会进入靶体，这就是所谓的钻洞效应[144]。假设电荷损耗区的长度为 d，离子压缩层的长度为 l_s，电场在电荷损耗区和离子压缩层近似为线性[136]，即：

$$E_x \approx \begin{cases} E_0 x/d & (0 < x < d) \\ E_0[1-(x-d)/l_s] & (d \le x < d + l_s) \end{cases} \tag{5.2}$$

其中 E_0 为峰值静电场，由于 $l_s << d$，根据泊松方程和电荷守恒得知：

$$E_0 \approx 4\pi e n_0 d \tag{5.3}$$

$$n_{p0} l_s = n_0 (d + l_s) \tag{5.4}$$

其中 n_0 和 n_{p0} 分别为初始电子电子密度和压缩层的电子密度。

当静电场产生的压强和激光的光场压强达到平衡时有：

$$E_0 n_{p0} l_s / 2 = 2I_L / c \tag{5.5}$$

根据式(5.3)~ (5.4)及 $l_s << d$ 可得：

$$d_{opt} \approx \sqrt{\frac{I_L}{\pi c}} \frac{1}{e n_0} = \frac{a_0}{\pi n_0 [n_c]} \lambda_L \tag{5.6}$$

当 $a_0 = 30$，$n_0 = 10n_c$ 时由公式(5.6)可得 $d_{opt} \approx 1\mu m$。

在这里我们做了一个很相似的模拟观察压缩层等离子体密度的时间演化，为简便，我们采用由质子和电子构成的等离子体靶，靶高度大于激光焦斑。图 5.9 为激光强度 $a_0 = 30$，等离子初始密度 $n_0 = 10n_c$，靶厚分别为 0.6 μm，1.1 μm 和 2 μm 时质子密度的空间分布。

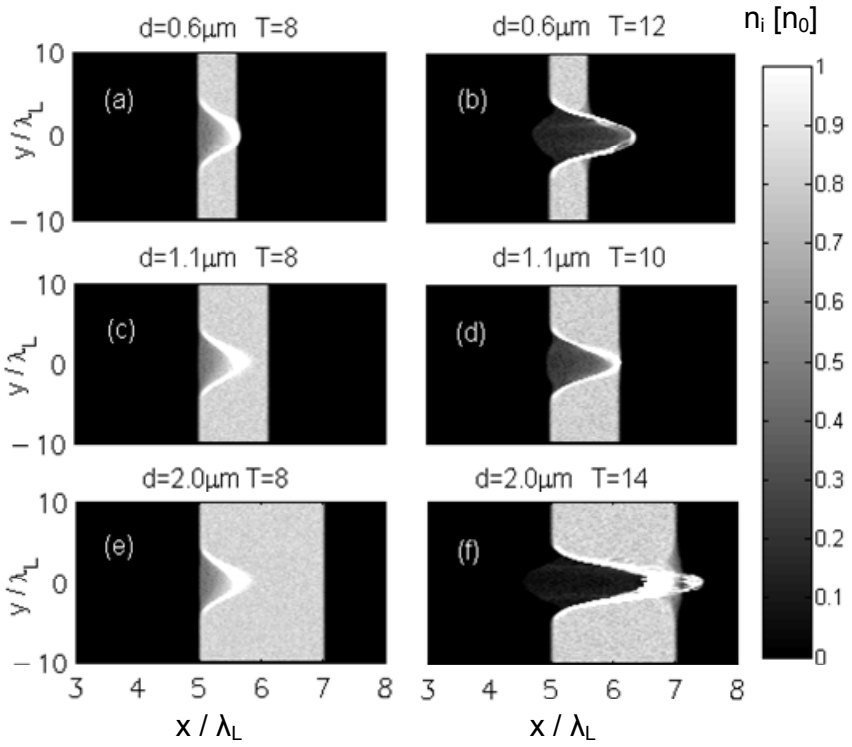

图 5.9 激光强度 $a_0 = 30$，等离子初始密度 $n_0 = 10n_c$，不同靶厚下质子密度的空间分布: (a) $d = 0.6\mu m$， $t = 8T$；(b) $d = 0.6\mu m$， $t = 12T$；(c) $d = 1.1\mu m$，$t = 8T$；(d) $d = 1.1\mu m$， $t = 10T$；(e) $d = 2\mu m$， $t = 8T$；(f) $d = 2\mu m$， $t = 14T$

由图 5.8 可以看出，如果靶厚太小，如 $d = 0.6\ \mu m$，则离子压缩层内形成的静电场压强小于光压，使得离子不能被完全加速；而如果靶厚太大，如 $d = 2\cdots\mu m$，静电场在靶内消散，如图 5.8(f)所示，这样静电加速的质子在便不能得到静电场的持续加速。只有当静电场达到靶的后表面和光压平衡时，能使质子加速到最大能量，此时的厚为最佳靶厚。

我们也做了一系列的模拟验证式(5.6)给出的最优靶厚与激光光强和等离子体密度的定标关系。图 5.10 给出了为激光强度 $a_0 = 30$，等离子初始密度 $n_0 = 30n_c$，靶厚分别为 0.2 μm， 0.3 μm， 0.4 μm， 0.5 μm， 0.6 μm，0.7 μm， 0.8 μm， 1.0 μm， 1.5 μm， 2 μm 的质子能谱。由图可知，当靶厚为 0.4 μm 时，质子的截止能最大。这和式(5.6)计算出的最优靶厚 $d_{opt} \approx 0.32\ \mu m$ 很接近。

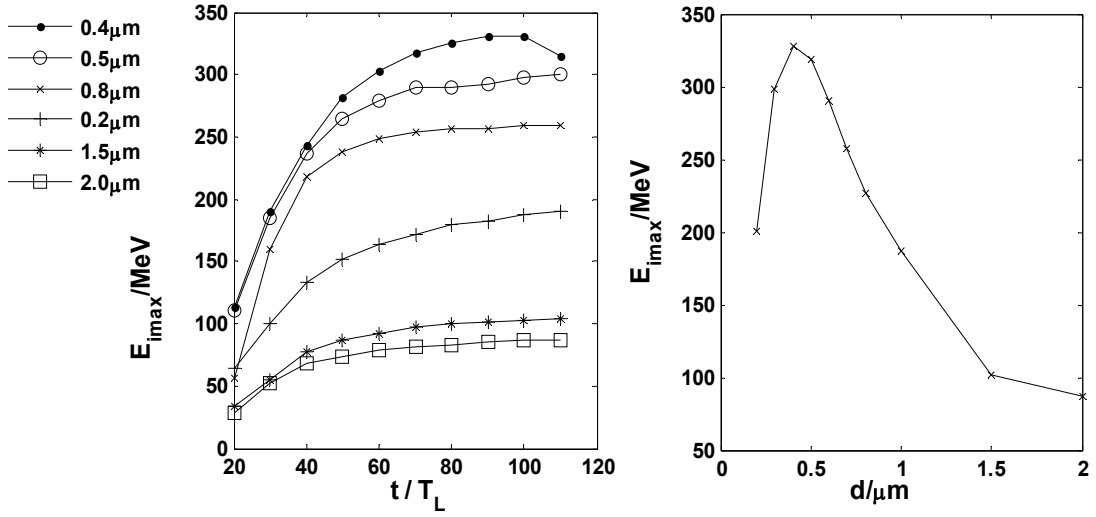

图 5.10 (a) $a_0 = 30$， $n_0 = 30n_c$ 时不同靶厚下质子截止能量的时间演化曲线；(b) $100T$ 时刻质子截止能量随靶厚的变化曲线

5.6 小结

在激光等离子体加速领域， 获得能谱发散度较小的高能离子束对于肿瘤治疗，离子成像，快点火等应用非常有益。在本章中，我们利用 2D PIC 数值模拟研究了圆偏振强场激光作用在三明治靶上的质子加速，其基本想法是利用三明治靶重离子层和质子层界面处由电子密度梯度产生的横向静电场约束质子的横向运动，从而使之感受到空间分布更均匀的纵向加速静电场，获得相对来说较单一的加速，能谱发散度较小。研究中发现，质子层的高度和重离子的电子密度对加速质子的能谱影响较大，而重离子的质核比 A/Z 则不会对质子能谱产生较大的影响。

6 总结和展望

超短相对论激光($I_0 > 10^{18}$ W/cm^2，$\tau_{FWHM} < 1$ ps)与固体靶相互作用是一个非常复杂的物理过程：包括电磁场的吸收与产生，数量为阿伏伽德罗常数 $N_A \sim 10^{23}$ 量级的原子电离，带电粒子之间的多体碰撞(电子-电子，电子-离子，离子-离子)，表面热电子的产生与传输，靶体电子的回流与加热，流体不稳定性引起的等离子体成丝，离子的加热与加速，反粒子的产生，等离子体的共同运动等等，所有这些过程都发生在10^{-15} s ~ 10^{-12} s 时间量级，对其动力学的理解需基于深厚的经典力学、电动力学、热力学和量子力学等物理学识。本论文借助于超高性能计算机机群(峰值运算速度~10^{14} FLOP/s)及完整的 Particle In Cell(PIC) 数值程序(植入粒子碰撞和原子电离模型)集中研究探索了超短相对论激光与固体靶相互作用过程中的离子加热，靶体电离和离子加速的物理过程，取得如下创新性成果：

利用动理学 PIC 程序在激光光强为 2×10^{19} W/cm^2 ~ 5×10^{20} W/cm^2 范围内，脉宽为100 fs ~500 fs 范围内详尽研究了超短相对论激光作用在多层靶 CD_2-Al-CD_2 上靶体内部的离子加热过程。数值模拟结果显示：随着靶体的电离和加热，在 Al-CD_2 界面处会形成一个~10 Gbar 的压强差，该压强梯度将使 Al 层中的等离子体像活塞一样推动 CD_2 层向外膨胀，并压缩 CD_2 层至初始密度的~1.5倍。在 CD_2 压缩层的膨胀过程中，其共同运动的动能会转换成热能，从而使该层的离子被加热至~2 倍于其他区域的离子热温度。通过改变激光的参数发现，虽然激光能量在1.2 J ~ 75 J 范围内变化，跨越幅度~60倍，但是动能转化为离子热温度的速率 R 的变化范围为 0.2 ps^{-1} ~ 0.7 ps^{-1}，跨越幅度仅为~4倍，D^+最大热温度 T_D 也仅在 400 eV ~ 800 eV 范围内变化，所以 R 和 T_D 对激光参数不敏感，定标关系较弱。即使对于脉宽为100 fs 的激光，我们也观察到增强的离子加热效应。

在 PIC 中植入 Landau-Lifshitz 场电离和 Thomas-Fermi 压力电离模型，在数值上研究了超短相对论激光($I_0 > 10^{18}$ W/cm^2，$\tau_{FWHM} = 40$ fs)作用在固体 Cu 靶上的电离动力学。模拟结果显示，若激光对比度不是很高，主脉冲作用在具有一定预等离子体的 Cu 靶上会触发等离子体不稳定，从而使靶体内 Cu 离子的电

荷分布出现横向长度为激光波长量级 λ_0 的成丝结构。该成丝结构不仅与预等离子体相关，也与入射激光强度有很大的关系。当入射激光较弱时，电离过程只发生预等离子体区域，且离子电荷分布匀滑，我们并未观察电离的成丝分布。基于等离子体色散特性及 Cu 离子的 K_α 吸收特性，文中提出了用第四代光源 XFEL 探测固体靶中电离过程的方法，并给出了理论计算的 XFEL 探测图像。

提出了利用圆偏振相对论激光作用在三明治靶上获得能谱发散度较小的质子束方案。其基本原理为：在三明治靶重离子层和质子层界面处由于电子密度梯度产生一个横向静电场，该静电场会约束被圆偏振光加速的质子的横向运动，从而使之感受到空间分布更均匀的纵向加速静电场，获得相对来说较单一的加速，能谱发散度较小。PIC 模拟结果显示，质子层的高度和重离子的电子密度对加速质子的能谱影响较大，而重离子的质核比 A/Z 则不会对质子能谱产生较大的影响。

本文的工作都是基于数值模拟和理论计算，尽管如此，理解在实验上如何探测相关的物理过程亦非常重要，因为实验可以直接检验和校正计算所采用的模型和给出的数值结果。受益于 XFEL 超快时间分辨率(~fs)，超高空间分辨率(~nm)，高光子能量(>1keV)及相干等优异特性，文中提出了用 XFEL 去探测高密度等离子体内部膨胀过程，成丝现象，自生磁场和电离过程的方案，并给出了初步计算出的探测图像和信号。但是，对实验的精确指导还需要更深一层的理论分析，预测 XFEL 作为探测源所需具备的参数，如光子能量，光子个数，相干度，能谱宽度，脉宽等等。因为和基础物理，肿瘤治疗，聚变能源等直接相关，超短相对论激光与固体靶相互作用在近三十年来成为一个非常热门的研究领域，但同时因为其固有的复杂性，仍旧存在着很多开放性问题需要进行更深入研究：比如当前的电离模型和实际的电离过程吻合程度有多大；在低对比度激光下如何修正热电子平均动能的模型；靶体电子的加热过程和建模；靶表面和体内成丝的原因；电子能量转换成离子能量包括加热和加速的理论模型等等。由于诊断设备受时间分辨率，空间分辨率等方面的限制，当前在实验上很难探测相关的动力学过程。因此，对这些物理过程的理解一方面需要借助基于超级计算机的数值模拟工具，更重要的是基于粒子-粒子，粒子-场的微观作用从本质上建立等离子体行为的自洽动理学模型。

参考文献

[1] F. F. Chen, *Introduction to plasma physics*. (Plenum Press,New York, 1974).

[2] D. Strickland and G. Mourou,Compression of amplified chirped optical pulses, Optics Communications **56**, 219 (1985).

[3] V. Yanovsky, V. Chvykov, G. Kalinchenko, P. Rousseau, T. Planchon, T. Matsuoka, A. Maksimchuk, J. Nees, G. Cheriaux, G. Mourou and K. Krushelnick,Ultra-high intensity-300-TW laser at 0.1 Hz repetition rate., Opt. Express **16**, 2109 (2008).

[4] http://www.hzdr.de/db/Cms?pOid=12231&pNid=148.

[5] M. Altarelli,The European X-ray free-electron laser facility in Hamburg, Nuclear Instruments & Methods in Physics Research Section B-Beam Interactions with Materials and Atoms **269**, 2845 (2011).

[6] T. Kluge, C. Gutt, L. G. Huang, J. Metzkes, U. Schramm, M. Bussmann and T. E. Cowan,Using XFELs for Probing of Complex Interaction Dynamics of Ultra-Intense Lasers with Solid Matter, http://arxiv.org/abs/1306.0420 (2013).

[7] P. Gibbon, *Short Pulse Laser Interactions With Matter:An Introduction*. (Imperial College Press, 2005).

[8] E. S. Sarachik and G. T. Schappert,Classical Theory of the Scattering of Intense Laser Radiation by Free Electrons, Phys. Rev. D **1**, 2738 (1970).

[9] M. D. Perry, D. Pennington, B. C. Stuart, G. Tietbohl, J. A. Britten, C. Brown, S. Herman, B. Golick, M. Kartz, J. Miller, H. T. Powell, M. Vergino and V. Yanovsky,Petawatt laser pulses, Opt. Lett. **24**, 160 (1999).

[10] C. N. Danson, P. A. Brummitt, R. J. Clarke, J. L. Collier, B. Fell, A. Frackiewicz, S. Hancock, S. Hawkes, C. Hernandez-Gomez, P. Holligan, M. H. R. Hutchinson, A. Kidd, W. J. Lester, I. O. Musgrave, D. Neely, D. R. Neville, P. A. Norreys, D. A. Pepler, C. J. Reason, W. Shaikh, T. B. Winstone, R. W. W. Wyatt and B. E. Wyborn,Vulcan Petawatt - an ultra-high-intensity interaction facility, Nucl. Fusion **44**, S239 (2004).

[11] X. Y. Liang, Y. X. Leng, C. Wang, C. Li, L. H. Lin, B. Z. Zhao, Y. H. Jiang, X. M. Lu, M. Y. Hu, C. Zhang, H. Lu, D. Yin, Y. Jiang, X. Lu, H. Wei, J. Zhu, R. Li and Z. Xu,Parasitic lasing suppression in high gain femtosecond petawatt Ti: sapphire amplifier, Opt. Express **15**, 15335 (2007).

[12] T. Dzelzainis, G. Nersisyan, D. Riley, L. Romagnani, H. Ahmed, A. Bigongiari, M. Borghesi, D. Doria, B. Dromey, M. Makita, S. White, S. Kar, D. Marlow, B. Ramakrishna, G. Sarri, M. Zaka-Ul-Islam, M. Zepf and C. L. S. Lewis,The TARANIS laser: A multi-Terawatt system for laser-plasma investigations, Laser Part. Beams **28**, 451 (2010).

[13] K. Zeil, J. Metzkes, T. Kluge, M. Bussmann, T. E. Cowan, S. D. Kraft, R. Sauerbrey and U. Schramm,Direct observation of prompt pre-thermal laser ion sheath acceleration, Nature Communications **3** (2012).

[14] B. C. Stuart, J. D. Bonlie, J. A. Britten, J. A. Caird, R. R. Cross, C. A. Ebbers, M. J. Eckart, A. C. Erlandson, W. A. Molander, A. Ng, P. K. Patel and D. F. Price, presented at the Lasers and Electro-Optics, 2006 and 2006 Quantum Electronics and Laser Science Conference. CLEO/QELS 2006. Conference on, 2006 (unpublished).

[15] D. Bauer, P. Mulser and W. H. Steeb,Relativistic Ponderomotive Force, Uphill Acceleration, and Transition to Chaos, Phys. Rev. Lett. **75**, 4622 (1995).

[16] W. L. Kruer and K. Estabrook,Jxb Heating by Very Intense Laser-Light, Physics of Fluids **28**, 430 (1985).

[17] M. G. Haines, M. S. Wei, F. N. Beg and R. B. Stephens,Hot-Electron Temperature and Laser-Light Absorption in Fast Ignition, Phys. Rev. Lett. **102**, 045008 (2009).

[18] Y. Sentoku, A. J. Kemp, R. Presura, M. S. Bakeman and T. E. Cowan,Isochoric heating in heterogeneous solid targets with ultrashort laser pulses, Phys. Plasmas **14**, 122701 (2007).

[19] S. C. Wilks, W. L. Kruer, M. Tabak and A. B. Langdon,Absorption of ultra-intense laser pulses, Phys. Rev. Lett. **69**, 1383 (1992).

[20] F. N. Beg, A. R. Bell, A. E. Dangor, C. N. Danson, A. P. Fews, M. E. Glinsky, B. A. Hammel, P. Lee, P. A. Norreys and M. Tatarakis,A study of picosecond laser-solid interactions up to 10(19) W cm(-2), Phys. Plasmas **4**, 447 (1997).

[21] T. Kluge, T. Cowan, A. Debus, U. Schramm, K. Zeil and M. Bussmann,Electron Temperature Scaling in Laser Interaction with Solids, Phys. Rev. Lett. **107** (2011).

[22] A. Macchi, M. Borghesi and M. Passoni,Ion acceleration by superintense laser-plasma interaction, Rev. Mod. Phys. **85**, 751 (2013).

[23] W. I. Linlor,ION ENERGIES PRODUCED BY LASER GIANT PULSE, Appl. Phys. Lett. **3**, 210 (1963).

[24] J. E. Gunn and J. P. Ostriker,Acceleration of High-Energy Cosmic Rays by Pulsars, Phys. Rev. Lett. **22**, 728 (1969).

[25] T. Ditmire, J. W. G. Tisch, E. Springate, M. B. Mason, N. Hay, R. A. Smith, J. Marangos and M. H. R. Hutchinson,High-energy ions produced in explosions of superheated atomic clusters, Nature **386**, 54 (1997).

[26] E. L. Clark, K. Krushelnick, J. R. Davies, M. Zepf, M. Tatarakis, F. N. Beg, A. Machacek, P. A. Norreys, M. I. K. Santala, I. Watts and A. E. Dangor,Measurements of Energetic Proton Transport through Magnetized

Plasma from Intense Laser Interactions with Solids, Phys. Rev. Lett. **84**, 670 (2000).

[27] R. A. Snavely, M. H. Key, S. P. Hatchett, T. E. Cowan, M. Roth, T. W. Phillips, M. A. Stoyer, E. A. Henry, T. C. Sangster, M. S. Singh, S. C. Wilks, A. MacKinnon, A. Offenberger, D. M. Pennington, K. Yasuike, A. B. Langdon, B. F. Lasinski, J. Johnson, M. D. Perry and E. M. Campbell,Intense High-Energy Proton Beams from Petawatt-Laser Irradiation of Solids, Phys. Rev. Lett. **85**, 2945 (2000).

[28] S. A. Gaillard, T. Kluge, K. A. Flippo, M. Bussmann, B. Gall, T. Lockard, M. Geissel, D. T. Offermann, M. Schollmeier, Y. Sentoku and T. E. Cowan,Increased laser-accelerated proton energies via direct laser-light-pressure acceleration of electrons in microcone targets, Phys. Plasmas **18** (2011).

[29] S. P. Hatchett, C. G. Brown, T. E. Cowan, E. A. Henry, J. S. Johnson, M. H. Key, J. A. Koch, A. B. Langdon, B. F. Lasinski, R. W. Lee, A. J. Mackinnon, D. M. Pennington, M. D. Perry, T. W. Phillips, M. Roth, T. C. Sangster, M. S. Singh, R. A. Snavely, M. A. Stoyer, S. C. Wilks and K. Yasuike, presented at the The 41st annual meeting of the division of plasma physics of the american physical society, Seattle, Washington (USA), 2000 (unpublished).

[30] T. Kluge,Enhanced Laser Ion Acceleration from Solids, **PhD-thesis**, (Helmholtz-Zentrum Dresden-Rossendorf,2012).

[31] P. Mora,Plasma Expansion into a Vacuum, Phys. Rev. Lett. **90**, 185002 (2003).

[32] J. Fuchs, P. Antici, E. d/'Humieres, E. Lefebvre, M. Borghesi, E. Brambrink, C. A. Cecchetti, M. Kaluza, V. Malka, M. Manclossi, S. Meyroneinc, P. Mora, J. Schreiber, T. Toncian, H. Pepin and P. Audebert,Laser-driven proton scaling laws and new paths towards energy increase, Nat Phys **2**, 48 (2006).

[33] J. Schreiber, F. Bell, F. Gruner, U. Schramm, M. Geissler, M. Schnurer, S. Ter-Avetisyan, B. M. Hegelich, J. Cobble, E. Brambrink, J. Fuchs, P. Audebert and D. Habs,Analytical Model for Ion Acceleration by High-Intensity Laser Pulses, Phys. Rev. Lett. **97**, 045005 (2006).

[34] Y. S. Huang, Y. J. Bi, Y. J. Shi, N. Y. Wang, X. Z. Tang and Z. Gao,Time-dependent energetic proton acceleration and scaling laws in ultraintense laser-pulse interactions with thin foils, Phys. Rev. E **79** (2009).

[35] M. Passoni, L. Bertagna and A. Zani,Target normal sheath acceleration: theory, comparison with experiments and future perspectives, New J. Phys. **12** (2010).

[36] K. Zeil, S. D. Kraft, S. Bock, M. Bussmann, T. E. Cowan, T. Kluge, J. Metzkes, T. Richter, R. Sauerbrey and U. Schramm,The scaling of proton energies in ultrashort pulse laser plasma acceleration, New J. Phys. **12**, 045015 (2010).

[37] A. Macchi, F. Cattani, T. V. Liseykina and F. Cornolti,Laser Acceleration of Ion Bunches at the Front Surface of Overdense Plasmas, Phys. Rev. Lett. **94**, 165003 (2005).

[38] X. Zhang, B. Shen, M. Y. Yu, X. Li, Z. Jin, F. Wang and M. Wen,Effect of plasma temperature on electrostatic shock generation and ion acceleration by laser, Phys. Plasmas **14**, 113108 (2007).

[39] L. Yin, B. J. Albright, B. M. Hegelich and J. C. Fernandez,GeV laser ion acceleration from ultrathin targets: The laser break-out afterburner, Laser Part. Beams **24**, 291 (2006).

[40] H. K. Chung, M. H. Chen, W. L. Morgan, Y. Ralchenko and R. W. Lee,FLYCHK: Generalized population kinetics and spectral model for rapid spectroscopic analysis for all elements, High Energy Density Phys. **1**, 3 (2005).

[41] M. M. Marinak, G. D. Kerbel, N. A. Gentile, O. Jones, D. Munro, S. Pollaine, T. R. Dittrich and S. W. Haan,Three-dimensional HYDRA simulations of National Ignition Facility targets, Phys. Plasmas **8**, 2275 (2001).

[42] Y. Sentoku and A. J. Kemp,Numerical methods for particle simulations at extreme densities and temperatures: Weighted particles, relativistic collisions and reduced currents, J. Comput. Phys. **227**, 6846 (2008).

[43] H. Burau, R. Widera, W. Honig, G. Juckeland, A. Debus, T. Kluge, U. Schramm, T. E. Cowan, R. Sauerbrey and M. Bussmann,PIConGPU: A Fully Relativistic Particle-in-Cell Code for a GPU Cluster, IEEE Trans. Plasma Sci. **38**, 2831 (2010).

[44] M. Geissler, J. Schreiber and J. Meyer-Ter-Vehn,Bubble acceleration of electrons with few-cycle laser pulses, New J. Phys. **8** (2006).

[45] C. Nieter and J. R. Cary,VORPAL: a versatile plasma simulation code, J. Comput. Phys. **196**, 448 (2004).

[46] A. Pukhov,Three-dimensional electromagnetic relativistic particle-in-cell code VLPL (Virtual Laser Plasma Lab), J. Plasma Phys. **61**, 425 (1999).

[47] R. A. Fonseca, L. O. Silva, F. S. Tsung, V. K. Decyk, W. Lu, C. Ren, W. B. Mori, S. Deng, S. Lee, T. Katsouleas and J. C. Adam,OSIRIS: A three-dimensional, fully relativistic particle in cell code for modeling plasma based accelerators, Computational Science-Iccs 2002, Pt Iii, Proceedings **2331**, 342 (2002).

[48] XU Han, CHANG Wenwei, ZHUO Hongbin, CAO Lihua and Y. Zongwu,Parallel Programming of 2 1/2-Dimensional PIC under Distributed-Memory Parallel Environments Chinese Journal of Computational Physics **19**, 305 (2002).

[49] Y. Kane,Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media, Antennas and Propagation, IEEE Transactions on **14**, 302 (1966).

[50] B. T. Nguyen and S. A. Hutchinson, *The implementation of the upwind leapfrog scheme for 3D electromagnetic scattering on massively parallel computers*. (Sandia National Labs., Albuquerque,United States, 1995).
[51] S. C. H. A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, Third Edition*. (Artech House, 2005).
[52] Extracted from lecture by Y.Sentoku.
[53] J. P. Boris, in *Proceedings of the 4th Conference on Numerical Simulation of Plasmas* (Naval Res. Lab, Washington, D.C., 1970),pp. 3.
[54] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, *Computer Simulation Using Particles*. (Taylor & Francis 1989).
[55] D. E. Nielsen and A. T. Drobot,An Analysis and Optimization of the Pseudo-Current Method, J. Comput. Phys. **89**, 31 (1990).
[56] J. Villasenor and O. Buneman,Rigorous Charge Conservation for Local Electromagnetic-Field Solvers, Comput. Phys. Commun. **69**, 306 (1992).
[57] T. Z. Esirkepov,Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation with an arbitrary form-factor, Comput. Phys. Commun. **135**, 144 (2001).
[58] A. J. Kemp, Y. Sentoku, V. Sotnikov and S. C. Wilks,Collisional relaxation of superthermal electrons generated by relativistic laser pulses in dense plasma, Phys. Rev. Lett. **97** (2006).
[59] T. Takizuka and H. Abe,A binary collision model for plasma simulation with a particle code, J. Comput. Phys. **25**, 205 (1977).
[60] Yasuhiko Sentoku, Kunioki Mima, Yasuaki Kishimoto and M. Honda,Effects of Relativistic Binary Collisions on PIC Simulation of Laser Plasmas, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 4084 (1998).
[61] F. Perez, L. Gremillet, A. Decoster, M. Drouin and E. Lefebvre,Improved modeling of relativistic collisions and collisional ionization in particle-in-cell codes, Phys. Plasmas **19** (2012).
[62] S. H. Glenzer and R. Redmer,X-ray Thomson scattering in high energy density plasmas, Rev. Mod. Phys. **81**, 1625 (2009).
[63] S. H. Glenzer, G. Gregori, R. W. Lee, F. J. Rogers, S. W. Pollaine and O. L. Landen,Demonstration of spectrally resolved x-ray scattering in dense plasmas, Phys. Rev. Lett. **90** (2003).
[64] F. H. Seguin, J. A. Frenje, C. K. Li, D. G. Hicks, S. Kurebayashi, J. R. Rygg, B. E. Schwartz, R. D. Petrasso, S. Roberts, J. M. Soures, D. D. Meyerhofer, T. C. Sangster, J. P. Knauer, C. Sorce, V. Y. Glebov, C. Stoeckl, T. W. Phillips, R. J. Leeper, K. Fletcher and S. Padalino,Spectrometry of charged particles from inertial-confinement-fusion plasmas, Rev. Sci. Instrum. **74**, 975 (2003).
[65] V. A. Smalyuk, P. B. Radha, J. A. Delettrez, V. Y. Glebov, V. N. Goncharov, D. D. Meyerhofer, S. P. Regan, S. Roberts, T. C. Sangster, J. M. Soures, C. Stoeckl, J. A. Frenje, C. K. Li, R. D. Petrasso and F. H. Seguin,Time-resolved areal-density measurements with proton spectroscopy in spherical implosions, Phys. Rev. Lett. **90** (2003).

[66] J. R. Rygg, F. H. Seguin, C. K. Li, J. A. Frenje, M. J. E. Manuel, R. D. Petrasso, R. Betti, J. A. Delettrez, O. V. Gotchev, J. P. Knauer, D. D. Meyerhofer, F. J. Marshall, C. Stoeckl and W. Theobald,Proton radiography of inertial fusion implosions, Science **319**, 1223 (2008).

[67] C. K. Li, F. H. Seguin, J. A. Frenje, M. Manuel, R. D. Petrasso, V. A. Smalyuk, R. Betti, J. Delettrez, J. P. Knauer, F. Marshall, D. D. Meyerhofer, D. Shvarts, C. Stoeckl, W. Theobald, J. R. Rygg, O. L. Landen, R. P. J. Town, P. A. Amendt, C. A. Back and J. D. Kilkenny,Study of direct-drive capsule implosions in inertial confinement fusion with proton radiography, Plasma Phys. Controlled Fusion **51** (2009).

[68] S. Kurebayashi, J. A. Frenje, F. H. Seguin, J. R. Rygg, C. K. Li, R. D. Petrasso, V. Y. Glebov, J. A. Delettrez, T. C. Sangster, D. D. Meyerhofer, C. Stoeckl, J. M. Soures, P. A. Amendt, S. P. Hatchett and R. E. Turner,Using nuclear data and Monte Carlo techniques to study areal density and mix in D-2 implosions, Phys. Plasmas **12** (2005).

[69] Extracted from lecture by T.Cowan.

[70] J. W. Shearer and W. S. Barnes,Mechanisms for Production of Neutron-Emitting Plasma by Subnanosecond Laser-Pulse Heating, Phys. Rev. Lett. **24**, 92 (1970).

[71] V. P. Krainov,Nuclear fusion in plasma produced at the irradiation of TiD2 films by a super-intense laser pulse, Plasma Phys. Controlled Fusion **45**, L23 (2003).

[72] A. Ng, F. Cottet, L. Dasilva, G. Chiu and A. R. Piriz,Laser-Driven Shocks in Aluminum-on-Gold Targets, Phys. Rev. A **38**, 5289 (1988).

[73] R. J. Mason,Heating Mechanisms in Short-Pulse Laser-Driven Cone Targets, Phys. Rev. Lett. **96**, 035001 (2006).

[74] K. U. Akli, S. B. Hansen, A. J. Kemp, R. R. Freeman, F. N. Beg, D. C. Clark, S. D. Chen, D. Hey, S. P. Hatchett, K. Highbarger, E. Giraldez, J. S. Green, G. Gregori, K. L. Lancaster, T. Ma, A. J. MacKinnon, P. Norreys, N. Patel, J. Pasley, C. Shearer, R. B. Stephens, C. Stoeckl, M. Storm, W. Theobald, L. D. Van Woerkom, R. Weber and M. H. Key,Laser Heating of Solid Matter by Light-Pressure-Driven Shocks at Ultrarelativistic Intensities, Phys. Rev. Lett. **100**, 165002 (2008).

[75] R. J. Taylor and F. V. Coroniti,Ion Heating Via Turbulent Ion-Acoustic Waves, Phys. Rev. Lett. **29**, 34 (1972).

[76] V. S. Mikhailenko, K. N. Stepanov and E. E. Scime,Strong ion-sound parametric turbulence and anomalous anisotropic plasma heating in helicon plasma sources, Phys. Plasmas **10**, 2247 (2003).

[77] J. T. Mendonca, P. Norreys, R. Bingham and J. R. Davies,Beam instabilities in laser-plasma interaction: Relevance to preferential ion heating, Phys. Rev. Lett. **94** (2005).

[78] P. A. Norreys, K. L. Lancaster, H. Habara, J. R. Davies, J. T. Mendonca, R. J. Clarke, B. Dromey, A. Gopal, S. Karsch, R. Kodama, K. Krushelnick, S. D.

Moustaizis, C. Stoeckl, M. Tatarakis, M. Tampo, N. Vakakis, M. S. Wei and M. Zepf,Observation of ion temperatures exceeding background electron temperatures in petawatt laser-solid experiments, Plasma Phys. Controlled Fusion **47**, L49 (2005).

[79] N. J. Sircombe, R. Bingham, M. Sherlock, T. Mendonca and P. Norreys,Plasma heating by intense electron beams in fast ignition, Plasma Phys. Controlled Fusion **50** (2008).

[80] J. S. Ross, H. S. Park, R. Berger, L. Divol, N. L. Kugland, W. Rozmus, D. Ryutov and S. H. Glenzer,Collisionless Coupling of Ion and Electron Temperatures in Counterstreaming Plasma Flows, Phys. Rev. Lett. **110** (2013).

[81] I. A. Bush, A. P. L. Robinson, R. Kingham and J. Pasley,Cavitation and shock wave formation in dense plasmas by relativistic electron beams, Plasma Phys. Controlled Fusion **52**, 125007 (2010).

[82] J. D. Huba, *NRL Plasma Formulary*. (Naval Research Laboratory, Washington, DC, 2009).

[83] M. Y. Jaffrin and R. F. Probstein,Structure of a Plasma Shock Wave, Physics of Fluids **7**, 1658 (1964).

[84] S. Atzeni and J. R. Meyer-Ter-Vehn, *The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter*. (Oxford University Press, Inc.,New York, 2009).

[85] J. S. Ross, H. S. Park, R. Berger, L. Divol, N. L. Kugland, W. Rozmus, D. Ryutov and S. H. Glenzer,Collisionless Coupling of Ion and Electron Temperatures in Counterstreaming Plasma Flows, Phys. Rev. Lett. **110**, 145005 (2013).

[86] J. Denavit,Absorption of High-Intensity Subpicosecond Lasers on Solid Density Targets, Phys. Rev. Lett. **69**, 3052 (1992).

[87] L. Spitzer, *Physics of Fully Ionized Gases*. (New York: Interscience Publishers, 1956).

[88] R. Freeman, C. Anderson, J. M. Hill, J. King, R. Snavely, S. Hatchett, M. Key, J. Koch, A. MacKinnon, R. Stephens and T. Cowan,Understanding the role of fast electrons in the heating of dense matter: experimental techniques and recent results, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer **81**, 183 (2003).

[89] J. Jackson, *Classical Electrodynamics Third Edition*. (Wiley, 1998).

[90] A. Macchi, F. Cornolti and F. Pegoraro,Two-surface wave decay, Phys. Plasmas **9**, 1704 (2002).

[91] C. A. J. Palmer, J. Schreiber, S. R. Nagel, N. P. Dover, C. Bellei, F. N. Beg, S. Bott, R. J. Clarke, A. E. Dangor, S. M. Hassan, P. Hilz, D. Jung, S. Kneip, S. P. D. Mangles, K. L. Lancaster, A. Rehman, A. P. L. Robinson, C. Spindloe, J. Szerypo, M. Tatarakis, M. Yeung, M. Zepf and Z. Najmudin,Rayleigh-Taylor Instability of an Ultrathin Foil Accelerated by the Radiation Pressure of an Intense Laser, Phys. Rev. Lett. **108** (2012).

[92] F. Pegoraro, S. V. Bulanov, F. Califano and M. Lontano,Nonlinear development of the Weibel instability and magnetic field generation in collisionless plasmas, Phys. Scr. **T63**, 262 (1996).

[93] A. Macchi, A. Antonicci, S. Atzeni, D. Batani, F. Califano, F. Cornolti, J. J. Honrubia, T. V. Lisseikina, F. Pegoraro and M. Temporal,Fundamental issues in fast ignition physics: from relativistic electron generation to proton driven ignition, Nucl. Fusion **43**, 362 (2003).

[94] M. G. Haines,Saturation mechanisms for the generated magnetic field in nonuniform laser-matter irradiation, Phys. Rev. Lett. **78**, 254 (1997).

[95] M. C. Kaluza, H. P. Schlenvoigt, S. P. D. Mangles, A. G. R. Thomas, A. E. Dangor, H. Schwoerer, W. B. Mori, Z. Najmudin and K. M. Krushelnick,Measurement of Magnetic-Field Structures in a Laser-Wakefield Accelerator, Phys. Rev. Lett. **105** (2010).

[96] A. Buck, M. Nicolai, K. Schmid, C. M. S. Sears, A. Savert, J. M. Mikhailova, F. Krausz, M. C. Kaluza and L. Veisz,Real-time observation of laser-driven electron acceleration, Nat. Phys. **7**, 543 (2011).

[97] Y. Sentoku, E. Humieres, L. Romagnani, P. Audebert and J. Fuchs,Dynamic Control over Mega-Ampere Electron Currents in Metals Using Ionization-Driven Resistive Magnetic Fields, Phys. Rev. Lett. **107** (2011).

[98] A. J. Kemp, R. E. W. Pfund and J. Meyer-ter-Vehn,Modeling ultrafast laser-driven ionization dynamics with Monte Carlo collisional particle-in-cell simulations, Phys. Plasmas **11**, 5648 (2004).

[99] G. M. Petrov, J. Davis and T. Petrova,Ionization dynamics of high-intensity laser-target interactions, Plasma Phys. Controlled Fusion **51** (2009).

[100] M. Chen, E. Cormier-Michel, C. G. R. Geddes, D. L. Bruhwiler, L. L. Yu, E. Esarey, C. B. Schroeder and W. P. Leemans,Numerical modeling of laser tunneling ionization in explicit particle-in-cell codes, J. Comput. Phys. **236**, 220 (2013).

[101] M. S. Murillo, J. Weisheit, S. B. Hansen and M. W. C. Dharma-wardana,Partial ionization in dense plasmas: Comparisons among average-atom density functional models, Phys. Rev. E **87**, 063113 (2013).

[102] L. V. Keldysh,Ionization in the Field of a Strong Electromagnetic Wave, Soviet Physics JETP **20**, 1307 (1965).

[103] V. S. Popov,Tunnel and multiphoton ionization of atoms and ions in a strong laser field (Keldysh theory), Phys. Usp. **47**, 855 (2004).

[104] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*. (Pergamon, London, 3rd ed. , 1978).

[105] M. V. Ammosov, N. B. Delone and V. P. Krainov,Tunnel ionization of complex atoms and atomic ions by an alternating electromagnetic field, Sov. Phys. JETP **64**, 1191 (1986).

[106] S. Atzeni and J. Meyer-ter-Vehn, *The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter*. (Oxford University Press, USA, 2009).

[107] http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/ionEnergy.html.
[108] R. M. More,Pressure Ionization, Resonances, and the Continuity of Bound and Free States, Advances in Atomic and Molecular Physics **21**, 305 (1985).
[109] R. M. More, *Atoms in Dense Plasmas*, J.P. Briand ed. (Plenum Press, New York, NY, 1986).
[110] H. Tawara and T. Kato,Total and Partial Ionization Cross-Sections of Atoms and Ions by Electron-Impact, At. Data Nucl. Data Tables **36**, 167 (1987).
[111] W. Lotz,Electron-Impact Ionization Cross-Sections for Atoms up to Z=108, Z. Angew. Phys. **232**, 101 (1970).
[112] Y. Sentoku, K. Mima, Z. M. Sheng, P. Kaw, K. Nishihara and K. Nishikawa,Three-dimensional particle-in-cell simulations of energetic electron generation and transport with relativistic laser pulses in overdense plasmas, Phys. Rev. E **65** (2002).
[113] M. S. Wei, F. N. Beg, E. L. Clark, A. E. Dangor, R. G. Evans, A. Gopal, K. W. D. Ledingham, P. McKenna, P. A. Norreys, M. Tatarakis, M. Zepf and K. Krushelnick,Observations of the filamentation of high-intensity laser-produced electron beams, Phys. Rev. E **70** (2004).
[114] F. H. Seguin, C. K. Li, J. E. Manuel, H. G. Rinderknecht, N. Sinenian, J. A. Frenje, J. R. Rygg, D. G. Hicks, R. D. Petrasso, J. Delettrez, R. Betti, F. J. Marshall and V. A. Smalyuk,Time evolution of filamentation and self-generated fields in the coronae of directly driven inertial-confinement fusion capsules, Phys. Plasmas **19** (2012).
[115] B. Hao, Z. M. Sheng and J. Zhang,Kinetic theory on the current-filamentation instability in collisional plasmas, Phys. Plasmas **15** (2008).
[116] E. Clementi and D. L. Raimondi,Atomic Screening Constants from Scf Functions, J. Chem. Phys. **38**, 2686 (1963).
[117] S. Marchesini, H. N. Chapman, S. P. Hau-Riege, R. A. London, A. Szoke, H. He, M. R. Howells, H. Padmore, R. Rosen, J. C. H. Spence and U. Weierstall,Coherent X-ray diffractive imaging: applications and limitations, Opt. Express **11**, 2344 (2003).
[118] Emma P, Akre R, Arthur J, Bionta R, Bostedt C, Bozek J, Brachmann A, Bucksbaum P, Coffee R, F. J. Decker, Ding Y, Dowell D, Edstrom S, Fisher A, Frisch J, Gilevich S, Hastings J, Hays G, Hering Ph, Huang Z, Iverson R, Loos H, Messerschmidt M, Miahnahri A, Moeller S, H. D. Nuhn, Pile G, Ratner D, Rzepiela J, Schultz D, Smith T, Stefan P, Tompkins H, Turner J, Welch J, White W, Wu J, Yocky G and Galayda J,First lasing and operation of an angstrom-wavelength free-electron laser, Nat Photon **4**, 641 (2010).
[119] M. Roth, T. E. Cowan, M. H. Key, S. P. Hatchett, C. Brown, W. Fountain, J. Johnson, D. M. Pennington, R. A. Snavely, S. C. Wilks, K. Yasuike, H. Ruhl, F. Pegoraro, S. V. Bulanov, E. M. Campbell, M. D. Perry and H. Powell,Fast Ignition by Intense Laser-Accelerated Proton Beams, Phys. Rev. Lett. **86**, 436 (2001).

[120] V. Y. Bychekov, W. Rozmus, A. Maksimchuk, D. Umstadter and C. E. Capjack,Fast ignitor concept with light ions, Plasma Phys. Rep. **27**, 1017 (2001).

[121] S. Atzeni, M. Temporal and J. J. Honrubia,A first analysis of fast ignition of precompressed ICF fuel by laser-accelerated protons, Nucl. Fusion **42**, L1 (2002).

[122] C. K. Li, F. H. Seguin, J. A. Frenje, M. Manuel, D. Casey, N. Sinenian, R. D. Petrasso, P. A. Amendt, O. L. Landen, J. R. Rygg, R. P. J. Town, R. Betti, J. Delettrez, J. P. Knauer, F. Marshall, D. D. Meyerhofer, T. C. Sangster, D. Shvarts, V. A. Smalyuk, J. M. Soures, C. A. Back, J. D. Kilkenny and A. Nikroo,Proton radiography of dynamic electric and magnetic fields in laser-produced high-energy-density plasmas, Phys. Plasmas **16**, 056304 (2009).

[123] M. Borghesi, G. Sarri, C. A. Cecchetti, I. Kourakis, D. Hoarty, R. M. Stevenson, S. James, C. D. Brown, P. Hobbs, J. Lockyear, J. Morton, O. Willi, R. Jung and M. Dieckmann,Progress in proton radiography for diagnosis of ICF-relevant plasmas, Laser Part. Beams **28**, 277 (2010).

[124] G. Sarri, M. Borghesi, C. A. Cecchetti, L. Romagnani, R. Jung, O. Willi, D. J. Hoarty, R. M. Stevenson, C. R. Brown, S. F. James, P. Hobbs, J. Lockyear, S. V. Bulanov and F. Pegoraro,Application of proton radiography in experiments of relevance to inertial confinement fusion, European Physical Journal D **55**, 299 (2009).

[125] S. D. Kraft and et al.,Dose-dependent biological damage of tumour cells by laser-accelerated proton beams, New J. Phys. **12**, 085003 (2010).

[126] S. V. Bulanov, T. Z. Esirkepov, V. S. Khoroshkov, A. V. Kuznetsov and F. Pegoraro,Oncological hadrontherapy with laser ion accelerators, Phys. Lett. A **299**, 240 (2002).

[127] S. V. Bulanov and V. S. Khoroshkov,Feasibility of using laser ion accelerators in proton therapy, Plasma Phys. Rep. **28**, 453 (2002).

[128] S. Fritzler, V. Malka, G. Grillon, J. P. Rousseau, F. Burgy, E. Lefebvre, E. d'Humieres, P. McKenna and K. W. D. Ledingham,Proton beams generated with high-intensity lasers: Applications to medical isotope production, Appl. Phys. Lett. **83**, 3039 (2003).

[129] M. Borghesi, D. H. Campbell, A. Schiavi, M. G. Haines, O. Willi, A. J. MacKinnon, P. Patel, L. A. Gizzi, M. Galimberti, R. J. Clarke, F. Pegoraro, H. Ruhl and S. Bulanov,Electric field detection in laser-plasma interaction experiments via the proton imaging technique, Phys. Plasmas **9**, 2214 (2002).

[130] B. A. Hammel and N. I. C. Team,The NIF Ignition Program: progress and planning, Plasma Phys. Controlled Fusion **48**, B497 (2006).

[131] E. Valmianski and R. W. Petzoldt,Mechanical response of dt target to acceleration for a laser power plant, Fusion Science and Technology **51**, 800 (2007).

[132] T. Burris-Mog, K. Harres, F. Nürnberg, S. Busold, M. Bussmann, O. Deppert, G. Hoffmeister, M. Joost, M. Sobiella, A. Tauschwitz, B. Zielbauer, V.

Bagnoud, T. Herrmannsdoerfer, M. Roth and T. E. Cowan,Laser accelerated protons captured and transported by a pulse power solenoid, Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams **14**, 121301 (2011).

[133] T. Toncian, M. Borghesi, J. Fuchs, E. d'Humieres, P. Antici, P. Audebert, E. Brambrink, C. A. Cecchetti, A. Pipahl, L. Romagnani and O. Willi,Ultrafast laser-driven microlens to focus and energy-select mega-electron volt protons, Science **312**, 410 (2006).

[134] B. Ramakrishna, A. Andreev, M. Borghesi, D. Doria, G. Sarri, L. Ehrentraut, P. V. Nickles, W. Sandner, M. Schnurer, S. Steinke and S. Ter-Avetisyan,Observation of Quasi Mono-Energetic Protons in Laser Spray-Target Interaction, AIP Conference Proceedings **1209**, 99 (2010).

[135] B. M. Hegelich, B. J. Albright, J. Cobble, K. Flippo, S. Letzring, M. Paffett, H. Ruhl, J. Schreiber, R. K. Schulze and J. C. Ferna´ndez,Laser acceleration of quasi-monoenergetic MeV ion beams, Nature **439**, 441 (2006).

[136] A. Macchi, S. Veghini and F. Pegoraro,``Light Sail'' Acceleration Reexamined, Phys. Rev. Lett. **103**, 085003 (2009).

[137] X. Q. Yan, C. Lin, Z. M. Sheng, Z. Y. Guo, B. C. Liu, Y. R. Lu, J. X. Fang and J. E. Chen,Generating High-Current Monoenergetic Proton Beams by a CircularlyPolarized Laser Pulse in the Phase-StableAcceleration Regime, Phys. Rev. Lett. **100**, 135003 (2008).

[138] M. Chen, A. Pukhov, T. P. Yu and Z. M. Sheng,Enhanced Collimated GeV Monoenergetic Ion Acceleration from a Shaped Foil Target Irradiated by a Circularly Polarized Laser Pulse, Phys. Rev. Lett. **103**, 024801 (2009).

[139] J. H. Bin, A. L. Lei, X. Q. Yang, L. G. Huang, M. Y. Yu, W. Yu and K. A. Tanaka,Quasi-monoenergetic proton beam generation from a double-layer solid target using an intense circularly polarized laser, Laser Part. Beams **27**, 485 (2009).

[140] M. Chen, A. Pukhov, Z. M. Sheng and X. Q. Yan,Laser mode effects on the ion acceleration during circularly polarized laser pulse interaction with foil targets, Phys. Plasmas **15**, 113103 (2008).

[141] T. Z. Esirkepov, S. V. Bulanov, K. Nishihara, T. Tajima, F. Pegoraro, V. S. Khoroshkov, K. Mima, H. Daido, Y. Kato, Y. Kitagawa, K. Nagai and S. Sakabe,Proposed double-layer target for the generation of high-quality laser-accelerated ion beams, Phys. Rev. Lett. **89** (2002).

[142] G. I. Dudnikova, V. Y. Bychenkov, W. Rozmus, R. Fedosejevs and A. Maksimchuk,Laser-triggered quasi-monoenergetic ion beams at a moderate intensity and pulse duration, Laser Phys. **18**, 1025 (2008).

[143] A. V. Brantov, V. T. Tikhonchuk, V. Y. Bychenkov and S. G. Bochkarev,Laser-triggered ion acceleration from a double-layer foil, Phys. Plasmas **16** (2009).

[144] A. P. L. Robinson, P. Gibbon, M. Zepf, S. Kar, R. G. Evans and C. Bellei,Relativistically correct hole-boring and ion acceleration by circularly polarized laser pulses, Plasma Phys. Controlled Fusion **51** (2009).

黄林根在攻读博士学位期间发表论文

[1] ***L. G. Huang,*** M. Bussmann, T. Kluge, A. L. Lei, W. Yu, and T. E. Cowan, Ion heating dynamics in solid buried layer targets irradiated by ultra-short intense laser pulses, *PHYSICS OF PLASMAS*, 20, 093109 (2013).

[2] ***L. G. Huang***, A. L. Lei, J. H. Bin, Y. Bai, W. Yu, M. Y. Yu and T. E. Cowan, Improving proton acceleration with circularly polarized intense laser pulse by radial confinement with heavy ions, *PHYSICS OF PLASMAS*, 17, 013106 (2010).

[3] ***L. G. Huang,*** *et al*., Simulating and probing of ultra-short ultra-intense laser driven ionization dynamics using XFELs, *in preparation* (2013).

[4] T. Kluge, C. Gutt, ***L. G. Huang***, J. Metzkes, U. Schramm, M. Bussmann and T. E. Cowan,Using XFELs for Probing of Complex Interaction Dynamics of Ultra-Intense Lasers with Solid Matter, *http://arxiv.org/abs/1306.0420* (2013).

[5] G Y. Hu, Anle Lei, Wentao Wang, Xin Wang, ***Lin-gen Huang***, Jingwei Wang, Yi Xu, Jiansheng Liu, Wei Yu, Baifei Shen, Ruxin Li and Zhizhan Xu, Collimated hot electron jets generated from sub-wavelength grating targets irradiated by intense short-pulse laser, *PHYSICS OF PLASMAS*, 17, 033109(2010).

[6] Guang-yue Hu, An-le Lei, Jing-wei Wang, ***Lin-gen Huang***, Wen-tao Wang, Xin Wang, Yi Xu, Bai-fei Shen, Jian-sheng Liu, Wei Yu, Ru-xin Li, and Zhi-zhan Xu, Enhanced surface acceleration of fast electrons by using sub-wavelength grating targets, *PHYSICS OF PLASMAS*, 17, 083102(2010).

[7] J. H. Bin, A. L. Lei, L. H. Cao, X. Q. Yang, ***L. G. Huang,*** M. Y. Yu, and Wei Yu, Influence of the target front-surface curvature on proton acceleration in laser-foil interaction, *PHYSICS OF PLASMAS*, 16, 043109 (2009).

[8] J. H. Bin, A. L. Lei, X. Q. Yang, ***L. G. Huang,*** M. Y. Yu, Wei Yu, and K. A. Tanaka, Quasi-monoenergetic proton beam generation from a double-layer solid target using an intense circular polarized laser, *Laser Particle Beams*, 27, 485 (2009).

[9] ***L. G. Huang,*** M. Bussmann, T. Kluge, A. L. Lei, W. Yu, and T. E. Cowan,

Poster, Enhanced ion heating and ion dynamics in short-pulse laser-driven buried-layer targets, *55th Annual Meeting of the APS Division of Plasma Physics*, 11.-15.11.2013, Colorado, America.

[10] ***L. G. Huang,*** M. Bussmann, T. Kluge, and T. E. Cowan, **Talk,** Plasma dynamics inside solid targets irradiated by ultra-short relativistic laser pulses, *Annual HZDR PhD seminar*, 07.-09.10.2013, Bautzen, Germany.

[11] ***L. G. Huang,*** T. Kluge, H-P. Schlenvoigt, C. Gutt, R.Li, W.Yu, M. Bussmann, and T. E. Cowan, **Poster**, Time-dependent ion heating and ionization dynamics – probing complex plasma dynamics inside solid target with XFEL, *Kick Off Meeting for the Helmholtz International Beamline for Extreme Fields (HIBEF) at the European XFEL*, 02.-05.06.2013, Hamburg, Germany.

[12] ***L. G. Huang,*** T. Kluge, C. Gutt, M. Bussmann,and T. E. Cowan, **Talk**, Dynamics of ion heating and ionization in high power ultrashort laser pulses interacting with solid density plasmas, *77. Jahrestagung der DPG und DPG-Frühjahrstagung*, 04.-08.03.2013, Dresden, Germany.

[13] ***L. G. Huang,*** T. Kluge, H. P. Schlenvoigt, C. Gutt, A. Lei, W.Yu, M. Bussmann, and T. E. Cowan, **Poster**, High power ultra-short laser pulses interacting with solid density plasmas – probing ultra-fast, micron-scale plasma dynamics with XFEL, *International Conference on High Energy Density Physics*, 18.-21.10.2012, Beijing, China.

[14] ***L. G. Huang,*** M. Bussmann , T. Kluge, B. Ramakrishna, M. Bussmann, and T. E. Cowan, **Poster**, Enhanced ion heating induced by collisional shocks generated by an ultra-short intense laser pulse interacting on a heterogeneous solid target, *International Workshop on Laser-Plasma Interaction at Ultra-High Intensity*, 16.-20.04.2012, Dresden, Germany.

[15] ***L. G. Huang***, A. L. Lei, J. H. Bin, Y. Bai, Wei Yu and M.Y. Yu, **Poster**, Laser acceleration of quasi-monoenergetic protons from shaped targets irradiated by circularly polarized intense laser pulses, *The 11th International Workshop on Fast Ignition of Fusion Targets*, 17.-21.10.2010, Shanghai, China.

[16] ***L. G. Huang***, A. L. Lei, Y. Bai, Wei Yu and M.Y. Yu, **Poster**, Enhanced monoenergetic proton acceleration from improved double layer target irradiated by intense laser pulse, *The 5th Asia Summer School and Symposium on Laser-plasma*, 16.-20.08.2010, Shanghai, China.

[17] ***L. G. Huang,*** A. L. Lei, J. H. Bin, X. Q. Yang, M. Y. Yu, and Wei Yu, **Poster and Paper**, Quasi-monoenergetic proton generation from circularly polarized laser pulse interaction with sandwich targets, *The 8th Pacific Rim Conference on Lasers and Electro-Optics*, 30.08-03.09.2009, Shanghai, China.

致谢

掐指算来，这篇 100 余页论文的写作虽然只花了 3 个月整的时间，其中的内容却建立在“~6 年的工作，~3×10^4 GB 的数据，~5×10^6 CPU 小时，无以计数的批判性争论，核对和探讨”的基础上。这条科研的道路充满了艰辛，汗水，沮丧，怀疑，迷茫，不知所措，幸运的是自己始终坚持了下来，逐渐体会到科学的乐趣，价值和工作上的自信及成就感。在这里，借用片纸只言感谢所有陪伴我的朋友，同学，导师和家人，是你们不断给予的正能量，才能让我在当前人生最困难最具挑战的同时谱写最华丽的篇章，才能在我回首往事时不因虚度年华而悔恨。

首先，我要感谢我最初的导师雷安乐研究员。雷老师在高能密度物理领域有着丰富的实验经验，对相对论激光等离子体相互作用的物理过程有着清晰透彻的见解，在他指导的三年间我在理论和实验上都受益匪浅。除却在科研上对我的指导外，更要感谢雷老师将我引荐给德国 HZDR 的 Thomas E. Cowan 教授，让我在之后的科研道路上有一个本质的提升和改变。

其次，我要感谢我的导师余玮研究员。在我出国的近三年间，余老师全力支持我的工作，可以让我完全没有后顾之忧，非常感谢余老师的信任和给我提供这样愉悦的科研环境。余老师深厚的激光等离子体理论学识和化复杂为精简的科研能力值得我们后辈去学习。

衷心感谢我在德国 HZDR 的导师 Thomas E. Cowan 教授。Cowan 教授具有令人敬仰的人格魅力，渊博精深的物理学识和充满激情的科学态度。Cowan 教授不仅对激光等离子体物理的理解非常通彻，在粒子物理，核物理等方面也有极高的建树。更让我钦佩的是，Cowan 教授虽然是个实验物理学家，但是在理论物理上的造诣也是顶尖科学家的水平。在 Cowan 教授悉心和不厌其烦的指导下，我从最初的混沌和迷茫逐渐变得云开雾散，慢慢认识到自身工作的意义和价值。虽然每次和 Cowan 教授在工作上的讨论都让我深深意识到自身学识的浅薄并往往意味着更多更具挑战的工作量，但回想起来每次讨论和之后的工作都是对自己学识的提升和物理上更深层的理解。Cowan 教授深厚的物理功底并能同时将自己的物理思维和学识完美应用到日常生活中值得我毕生去学习。同时，我也要感谢 Ulrich Schramm 教授能够支持我在 HZDR 这个最优秀的研究团队里面工作。

特别感谢我在德国 HZDR 的小导师 Michael Bussmann 博士。我在 HZDR 的所有工作都是在 Michael 的直接指导下完成的。他不仅是激光冷却离子领域的实验学家，也是激光等离子体领域的理论学家，而且在计算科学领域有着渊博的知识。他能够无缝融会贯通各个领域。在他的指导下，我从一个电子工科学生向一个物理理科学生艰难缓慢地蜕变，虽然过程极为痛苦，但现在我可以自信地说我在朝一个合格的物理学家发展。在 Michael 的训练下，我极大地扩展丰富了自身的物理知识面，并在很大程度上加深了理解。更重要的是，他让我树立了严谨，精确，批判，热情，化复杂为简洁的科学思维和态度，培养了我在科研上的兴趣。感谢 Michael 在我深深怀疑自己科研能力甚至绝望的时候给予我不断的鼓励，肯定和开导，才让我能够坚持走到最后。除此之外，我也要感谢 Michael 对我和我爱人生活上的照顾和关心，能够让我们顺利安稳地融入异国的生活。

非常感谢我的同事 Thomas Kluge 博士。Thomas 在我刚到 HZDR 的时候教我读懂 IPICLS 源代码以及如何做好正确的让人信服的数值模拟计算。在他身上，我学会了怎样去更好地分析海量的数据，怎么去提取和理解数据给出的物理图像和信息，学会了一个理论物理学家应有的钻研，批判性思考，敏锐，力求完美的科学态度。同时，我也要感谢 HZDR 激光粒子加速组的其他同事 Alexander Debus 博士，Trevor Burris-Mog 博士，Anton Helm，Heiko Burau，Klaus Steiniger，Richard Pausch，Leon Buikstra，Axel Hübl，Omid Zarini，Bhuvanesh Ramakrishna 博士，René Widera，Josephine Metzkes，Karl Zeil 博士，Umar Masood，Hans-Peter Schlenvoigt 博士等，和你们共事的时光非常愉快。

感谢 HZDR 辐射物理所的秘书 Anne Liebezeit，Franka Seifert 和 Petra Neumann 对我出差事宜的支持。感谢 HZDR IT 部门 Henrik Schulz 博士和 Matthias Schlett 博士对于超级计算机 HYPNOS 的支持。同时也感谢 HZDR 其他部门的中国同事，感谢你们的陪伴，让我在异国的生活不再孤单。

感谢徐至展院士和李儒新所长为我们创造了良好的科研条件。由衷感谢李儒新所长在我出国的三年间一直关心我的工作和生活以及对我的信任。感谢沈百飞研究员，宾建辉师兄，胡广月师兄，王鑫师兄，王精伟师兄对我工作的帮助和探讨。感谢陆海鹤工程师，张文琦老师，高泉兰老师，汤燕女士，杨彦丽女士和张淑彦女士等在学习和生活上的帮助，感谢强场激光物理国家重点实验室的所有老师。

感谢光机所研究生处的丁虹老师，陈家铭老师，任海峰老师，金黎慧师姐，及所办林红香老师，谢谢你们的支持与帮助！

感谢光机所的同窗黄延穗，曾斌，储蔚，林华，林耿，周子理，赵诗童，刘美标，李冬雪，邓爱华，徐建彩，李霞，芦慧，王慧，夏天，刘娜，李文杰，周为，孙明营，陈明亮等同学，很怀念和你们一起度过的中科大学习和光机所科研的时光。感谢鞠晶晶师姐，邓素辉师姐，白亚，李松，马光金等师

弟，尤其感谢白亚给我提供的毕业手续上的帮助，和你们一起在光机所的时间很快乐。

最后，特别感谢我的家人，在我求知的道路上给予我源源不断的动力。感谢我的父母对我学习和生活上无条件地支持，信任和关心。万语千言，也难以表达我的感激之心。父爱如山，母爱如海，作为你们的儿子，我深感自豪。衷心感谢我的爱人冯雯女士。在德国的学习和工作我们携手走来，相互鼓励，共同成长。感谢你一直陪伴在我身边，在我工作上低落的时候赋予我强大的正能量。感谢你和我一起游迹天下，浪迹天涯，探索分享这个星球的美丽。娶妻如此，夫复何求！

黄林根个人简历

个人信息

姓名：黄林根
性别：男
出生年月：1984 年 12 月
籍贯：江西省南丰县
学位：理学博士
专业：等离子体物理

学历

2011 年 1 月—2013 年 10 月　博士
德国德累斯顿罗森多夫亥姆赫兹研究中心　　等离子体物理

2008 年 8 月—2011 年 1 月　　博士
中国科学院上海光学精密机械研究所　　等离子体物理

2007 年 9 月—2008 年 7 月　　硕士
中国科技大学物理系　　硕士课程学习

2003 年 9 月—2007 年 7 月　　学士
电子科技大学　　光电信息工程