



19 BUNDESREPUBLIK  
DEUTSCHLAND



DEUTSCHES  
PATENT- UND  
MARKENAMT

12 Patentschrift  
10 DE 199 22 311 C 2

51 Int. Cl.<sup>7</sup>:  
G 01 P 5/08

21 Aktenzeichen: 199 22 311.4-52  
22 Anmeldetag: 14. 5. 1999  
43 Offenlegungstag: 23. 11. 2000  
45 Veröffentlichungstag  
der Patenterteilung: 7. 6. 2001

Innerhalb von 3 Monaten nach Veröffentlichung der Erteilung kann Einspruch erhoben werden

73 Patentinhaber:  
Forschungszentrum Rossendorf e.V., 01474  
Schönfeld-Weißig, DE

72 Erfinder:  
Stefani, Frank, Dr., 01099 Dresden, DE; Gerbeth,  
Gunter, Dr., 01474 Schönfeld-Weißig, DE; Cramer,  
Andreas, Dr., 01900 Großbröhrsdorf, DE; Eckert,  
Sven, Dr., 01279 Dresden, DE; Priede, Janis, Dr.,  
Balozi, LV; Thess, André, Prof. Dr., 01309 Dresden,  
DE

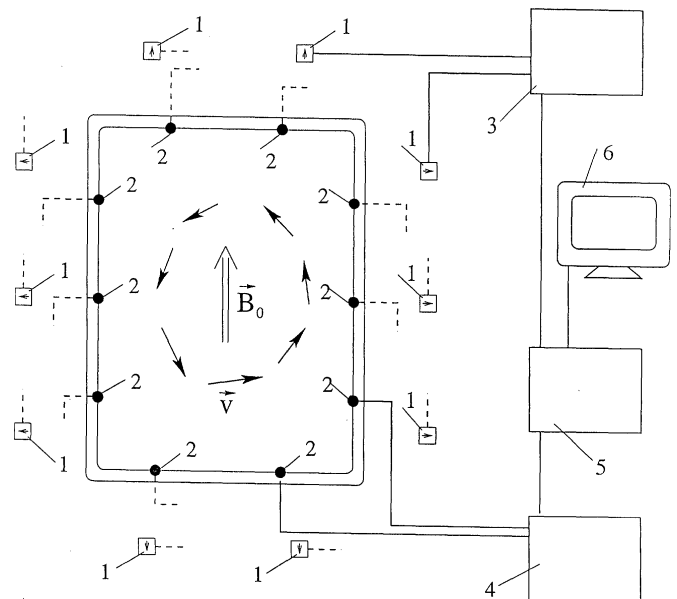
56 Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht  
gezogene Druckschriften:

DE 43 16 344 A1  
DE 92 04 374 U1  
US 53 90 548

US-Z.: Phys. Fluids A5 (12), 1993, S.3280-3289.  
J. BAUMGARTL u.a.: The use of  
magnetohydrodynamic effects to investigate fluid flow in  
electrically conducting melts;

54 Verfahren und Anordnung zur Bestimmung von räumlichen Geschwindigkeitsverteilungen in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten

57 Verfahren zur Bestimmung der räumlichen Geschwindigkeitsverteilung in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten, wobei die durch die Wechselwirkung der bewegten Flüssigkeit mit einem statischen Magnetfeld induzierten Magnetfelder an einer Mehrzahl von Erfassungsstellen außerhalb der Flüssigkeit gemessen werden, dadurch gekennzeichnet, daß auch die induzierten elektrischen Potentiale an einer Mehrzahl von Erfassungsstellen an der Grenzfläche der Flüssigkeit gemessen werden und daß die Geschwindigkeitsverteilung im gesamten Volumen der Flüssigkeit unter Verwendung des Prinzips der kleinsten Quadrate bestimmt wird, wobei als zu minimierende Funktionale die mittlere quadratische Abweichung der durch die angenommene Geschwindigkeitsverteilung berechneten induzierten elektrischen Potentiale und die mittlere quadratische Abweichung der durch die angenommene Geschwindigkeitsverteilung berechneten induzierten Magnetfelder von den jeweils gemessenen induzierten Werten benutzt werden.



DE 199 22 311 C 2

DE 199 22 311 C 2

Die Erfindung betrifft ein Verfahren und eine Anordnung zur Bestimmung der räumlichen Geschwindigkeitsverteilung in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten.

5 Ein bevorzugtes Einsatzgebiet der Einrichtung ist die Geschwindigkeitsbestimmung in heißen und/oder chemisch aggressiven Flüssigmetallen und Halbleiterschmelzen.

Die Tatsache, daß in einer leitfähigen bewegten Flüssigkeit unter dem Einfluß eines externen Magnetfeldes (Primärfeld) elektrische Ströme induziert werden, die u. a. auch außerhalb der betrachteten Flüssigkeit ein zusätzliches Magnetfeld erzeugen, wurde von Baumgartl, J., Hubert, A., and Müller, G. in "The use of magnetohydrodynamic effects to investigate fluid flow in electrically conducting melts", Phys. Fluids A5 (12), December 1993, pp. 3280–3289 beschrieben. In dieser Arbeit wurde auch das Problem der räumlichen Geschwindigkeitsrekonstruktion aus den im Außengebiet gemessenen induzierten Magnetfeldern besprochen. Das angegebene Verfahren ist allerdings nicht in der Lage, alle Geschwindigkeitskomponenten zu bestimmen. So ist z. B. für den Fall eines in z-Richtung angelegten externen Magnetfeldes eine Rotation der Flüssigkeit um diese Achse nicht bestimmbar. Auch für jedes andere angelegte Primärfeld lassen sich nicht alle Geschwindigkeitskomponenten bestimmen.

Es wurde in DE 43 16 344 A1 eine Strömungsmeßeinrichtung beschrieben, in welcher Geschwindigkeitskomponenten aus Zeitverzögerungen magnetischer Signale zwischen magnetfelderzeugenden und magnetfeldmessenden Komponenten bestimmt werden. Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Wirkrichtung von Primärfeld und magnetfeldmessenden Komponenten senkrecht zu der zu messenden Geschwindigkeitskomponente stehen, was erfordert, daß für die Bestimmung aller Geschwindigkeitskomponenten drei verschiedene Magnetfelder angelegt werden müßten. Auch in dieser technischen Lösung gibt es Geschwindigkeitskomponenten, die nicht bestimmbar sind.

In US 5 390 548 wurde eine Anordnung zur Bestimmung der Geschwindigkeit in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten aus den durch die Wechselwirkung der bewegten Flüssigkeit mit einem statischen Magnetfeld induzierten und an einer Mehrzahl von Erfassungstellen an der Grenzfläche der Flüssigkeit gemessenen elektrischen Potentialen angegeben. Diese Anordnung gestattet jedoch nur eine Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit in der unmittelbaren Umgebung der Potentialsonden. Darüberhinaus sind bei dieser Anordnung solche Geschwindigkeitskomponenten, die parallel zur Richtung des angelegten statischen Magnetfeldes zeigen, nicht bestimmbar.

In DE 92 04 374 U1 wurde eine Vorrichtung zur Messung von Mehrphasenströmungen charakterisierenden Parametern, unter anderem auch der Strömungsgeschwindigkeit, angegeben. Diese Vorrichtung beruht wesentlich auf Impedanzunterschieden zwischen den verschiedenen Komponenten der Mehrphasenströmung. Sie ist deshalb zur Bestimmung von Geschwindigkeitsverteilungen in homogenen Flüssigkeiten nicht geeignet.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, ein Verfahren und eine Anordnung zur Bestimmung von räumlichen Geschwindigkeitsverteilungen in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten vorzuschlagen, die für alle Geschwindigkeitskomponenten reproduzierbare Ergebnisse garantieren.

35 Erfindungsgemäß wird die Aufgabe mit den in den Patentansprüchen angeführten Merkmalen gelöst.

Die Erfindung zur Bestimmung von Geschwindigkeitsfeldern  $v$  in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten mit der Leitfähigkeit  $\sigma$  geht von der Tatsache aus, daß durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes  $\vec{B}_0$  (Primärfeld) ein Strom  $\vec{j} = \sigma \vec{v} \times \vec{B}_0$  induziert wird. Dieser Strom erzeugt seinerseits ein zusätzliches Magnetfeld  $\vec{b}$ , welches auch außerhalb der Flüssigkeit gemessen werden kann. Für das vorliegende erfindungsgemäße Verfahren besteht allerdings das Problem, daß zusätzlich zu dem Strom  $\vec{j} = \sigma \vec{v} \times \vec{B}_0$  auch die sogenannten Sekundärströme an der Grenzfläche der Flüssigkeit zu dem außen gemessenen induzierten Magnetfeld  $\vec{b}$  beitragen. Der durch diese Sekundärströme bedingte Magnetfeldanteil kann nach Messung der elektrischen Potentiale an den Grenzflächen durch Anwendung der bekannten Gleichung von Geselowitz (Geselowitz, D. B., "On the magnetic field generated outside an inhomogeneous volume conductor by internal current sources", IEEE Transactions on magnetics, Vol. Mag-6, No. 2, June 1970, pp. 346–347) abgespalten werden. Desweiteren wird das an den Grenzflächen gemessene elektrische Potential als weitere Informationsquelle zur Lösung des inversen Problems der Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung herangezogen.

Das elektrische Potential  $\phi_i$  wird an einer Mehrzahl  $1 \leq i \leq NP$  von Punkten mit den Koordinaten  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$  an der Grenzfläche zwischen leitfähiger Flüssigkeit und äußerer Begrenzung (z. B. einer Glas- oder Keramikwand) gemessen. Dabei muß vorausgesetzt werden, daß die elektrische Leitfähigkeit der Wand deutlich unter derjenigen der Flüssigkeit liegt. Die Punkte sollten möglichst gleichmäßig über die Grenzfläche verteilt sein.

Desweiteren wird an einer Mehrzahl  $1 \leq k \leq NB$  von Punkten mit den Koordinaten  $\vec{r}_k = (x_k, y_k, z_k)$  im Außengebiet jeweils eine Magnetfeldkomponente  $B_k = (\vec{B}_{0,k} + \vec{b}_k) \cdot \vec{e}_k$  gemessen. Dabei sollte die Richtung des Einheitsvektors  $\vec{e}_k$  am Meßpunkt  $k$  möglichst senkrecht zum nächstliegenden Punkt der Wand stehen. Um den durch die Flüssigkeitsbewegung hervorgerufenen Magnetfeldanteil  $b_k$  zu erhalten, ist vom eigentlichen Meßergebnis  $B_k$  der Anteil des extern angelegten Magnetfeldes  $B_{0,k}$  abzuziehen. Die Anzahl NB und die Anzahl NP sollten etwa gleich groß sein. Dabei ist zu beachten, daß durch NB und NP die Anzahl der tatsächlichen Informationen festgelegt ist. Damit ist auch eine obere Grenze für die Anzahl der Punkte gegeben, an der im Inneren der Flüssigkeit die Geschwindigkeit bestimmt werden kann. Für eine geeignete Diskretisierung des Geschwindigkeitsfeldes gilt, daß die Anzahl der Punkte in der Schicht, die der Wand am nächsten liegt, kleiner oder gleich dem Minimum von NB und NP sein soll.

60 Aus den gemessenen Daten des elektrischen Potentials an der Grenzfläche und des Magnetfeldes im Außengebiet wird unter Nutzung des Biot-Savart-Gesetzes und der Formeln von Geselowitz, welche den Einfluß von Sekundärströmen an der Grenzfläche beschreiben, das inverse Problem zur Geschwindigkeitsbestimmung gelöst. Dies erfolgt mittels der Methode der kleinsten Quadrate, wobei als zu minimierende Funktionale die mittleren quadratischen Abweichungen der durch die angenommene Geschwindigkeit induzierten Magnetfelder und elektrischen Potentiale von den jeweils gemessenen Werten benutzt werden. Als weitere Information dient die Tatsache, daß das Geschwindigkeitsfeld als divergenzfrei angenommen wird, was im Verfahren durch den Einbau eines entsprechenden Funktionals realisiert wird. Zur Vermeidung unphysikalisch großer Geschwindigkeitsbeträge bei der Lösung des inversen Problems wird eine Regularisierung des Geschwindigkeitsfeldes durch Verwendung eines zusätzlichen Funktionals vorgenommen.

Ein wesentlicher Vorteil der Erfindung besteht darin, daß sie auch zur Geschwindigkeitsbestimmung in heißen und/oder chemisch aggressiven Flüssigkeiten geeignet ist, da sich der direkte Kontakt von Teilen der Einrichtung mit der Flüssigkeit auf elektrische Potentialsonden beschränkt, welche durch geeignete Materialwahl als sehr beständig gegenüber hohen Temperaturen und gegenüber chemischer Zersetzung ausgelegt werden können.

Die Erfindung wird nachstehend an je einem Ausführungsbeispiel für das Verfahren und die Anordnung näher beschrieben. 5

Die zugehörige Zeichnung zeigt eine Prinzipdarstellung der erfindungsgemäßen Anordnung.

Es wird eine konkrete Ausführungsform des Verfahrens zur räumlichen Geschwindigkeitsbestimmung beschrieben. Diese kann in drei Schritte zerlegt werden.

Im ersten Schritt wird von den an der Grenzfläche gemessenen Potentialen  $\varphi_i$  und im Außengebiet gemessenen induzierten Magnetfeldern  $b_k$  durch Abzug der aus Sekundärströmen an der Flüssigkeitsgrenze resultierenden Oberflächenterme zu modifizierten Potentialen  $\tilde{\varphi}_j$  und modifizierten Magnetfeldern  $\tilde{b}_k$  übergegangen. Dabei sind die  $\tilde{b}_k$  an denselben Koordinaten  $\tilde{r}_k$  wie die Felder  $b_k$  lokalisiert. Die Koordinaten  $\tilde{r}_j = (\tilde{x}_j, \tilde{y}_j, \tilde{z}_j)$  der modifizierten elektrischen Potentiale  $\tilde{\varphi}_j$  sind jedoch ebenfalls modifiziert und müssen im Außengebiet der Flüssigkeit liegen. Die Punkte dieser modifizierten Koordinaten sollen das Flüssigkeitsgebiet möglichst gleichmäßig umschließen. Für den Abstand sowohl der Koordinaten  $\tilde{r}_k$ , an denen das Magnetfeld gemessen wird, als auch der Koordinaten  $\tilde{r}_j$  zu der Grenzfläche der Flüssigkeit gilt, daß er etwa in der Größenordnung der linearen Ausdehnung der Oberflächenelemente liegen sollte, mit denen die Oberflächenintegrale über das Potential approximiert werden. Der Übergang von den ursprünglichen zu den modifizierten Größen erfolgt gemäß der Formeln von Geselowitz, die in diskretisierter Form 10

$$\tilde{b}_k(\tilde{r}_k) = b_k(\tilde{r}_k) + \frac{\mu\sigma}{4\pi} \sum_{i=1}^{NB} \varphi_i(\tilde{r}_i) \left[ \Delta\vec{S}_i \times \frac{\tilde{r}_k - \tilde{r}_i}{|\tilde{r}_k - \tilde{r}_i|^3} \right] \cdot \vec{e}_k \quad (1)$$

bzw. 25

$$\tilde{\varphi}_j(\tilde{r}_j) = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{NP} \varphi_i(\tilde{r}_i) \Delta\vec{S}_i \cdot \frac{\tilde{r}_j - \tilde{r}_i}{|\tilde{r}_j - \tilde{r}_i|^3} \quad (2)$$

notiert werden können. Unter  $\Delta\vec{S}_i$  ist dabei ein nach außen gerichtetes vektorielles Oberflächenelement am Punkt  $i$  der Grenzfläche zu verstehen. 30

Die modifizierten Magnetfelder sind durch das Biot-Savart-Gesetz linear mit dem gesuchten Geschwindigkeitsfeld in der Flüssigkeit verknüpft. Die modifizierten elektrischen Potentiale sind durch eine ähnliche Beziehung ebenfalls linear mit der Geschwindigkeit verknüpft. Durch Diskretisierung des Flüssigkeitsvolumens kann eine Matrixgleichung aufgestellt werden, in welcher die modifizierten magnetischen Felder und die modifizierten elektrischen Felder als Produkt einer Matrix mit dem Spaltenvektor aller gesuchten Geschwindigkeitskomponenten dargestellt werden. Somit ist ein lineares Gleichungssystem zur Bestimmung der Geschwindigkeitskomponenten entstanden, welches durch die Methode der kleinsten Quadrate gelöst werden kann. 40

Konkret wird dies folgendermaßen realisiert: das diskretisierte Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}_m$  soll an den im Volumen der Flüssigkeit liegenden Stützstellen  $\vec{r}_m = (x_m, y_m, z_m)$  mit  $1 \leq m \leq NV$  bestmöglich rekonstruiert werden. Bei vielen Anwendungen ist zu gewährleisten, daß die Relativgeschwindigkeit zwischen Fluid und festen Wänden verschwindet (engl.: no-slip boundary condition). Dieser Forderung kann in natürlicher Weise Rechnung getragen werden, wenn man von den an den NV Stützstellen lokalisierten Geschwindigkeiten  $\vec{v}_m$  übergeht zu einer Menge von  $NVV \geq NV$  Geschwindigkeiten  $\vec{v}_l$ , welche auf einer gegenüber dem System der ursprünglichen Stützstellen versetzten Punktmenge mit den Koordinaten  $\vec{r}_l = (\hat{x}_l, \hat{y}_l, \hat{z}_l)$  lokalisiert sind. Diese Geschwindigkeiten an den versetzten Punkten können in geeigneter Weise gemäß 50

$$\vec{v}_l = \sum_{m=1}^{NV} M_{lm} \vec{v}_m \quad (3)$$

aus den an den ursprünglichen Stützstellen zu bestimmenden Geschwindigkeiten  $\vec{v}_m$  interpoliert werden, wobei die no-slip Bedingung an den Grenzen durch entsprechende Einträge in der Matrix  $M$  garantiert wird. Desweiteren sei den Geschwindigkeiten an den versetzten Stützstellen  $\vec{r}_l$  ein entsprechendes Volumenelement  $\Delta V_l$  zugeordnet. 60

Das Wesen der Geschwindigkeitsrekonstruktion besteht nun darin, eine solche Geschwindigkeitsverteilung  $\vec{v}_m$  zu finden, durch welche sowohl die diskretisierte Form des Biot-Savart-Gesetzes

$$\tilde{b}_k(\tilde{r}_k) = \frac{\mu\sigma}{4\pi} \sum_{l=1}^{NVV} \left\{ \left[ \left( \sum_{m=1}^{NV} M_{lm} \vec{v}_m \right) \times \vec{B}_{0,l} \right] \times \frac{\tilde{r}_k - \tilde{r}_l}{|\tilde{r}_k - \tilde{r}_l|^3} \right\} \cdot \vec{e}_k \Delta V_l \quad \text{für } 1 \leq k \leq NB \quad (4)$$

als auch die diskretisierte Form des entsprechenden Gesetzes für den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und 65

modifiziertem Potential im Außengebiet

$$\tilde{\varphi}_j(\vec{r}_j) = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=1}^{NV} \left[ \left( \sum_{m=1}^{NV} M_{lm} \vec{v}_m \right) \times \vec{B}_{0,l} \right] \cdot \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_l}{|\vec{r}_j - \vec{r}_l|^3} \Delta V_l \quad \text{für } 1 \leq j \leq NP \quad (5)$$

möglichst gut erfüllt ist. Diese Gleichungen können kompakt in der Form

$$\tilde{b}_k = \sum_{m=1}^{NV} (A_{km,x} v_{m,x} + A_{km,y} v_{m,y} + A_{km,z} v_{m,z}) \quad (6)$$

und

$$\tilde{\varphi}_j = \sum_{m=1}^{NV} (C_{jm,x} v_{m,x} + C_{jm,y} v_{m,y} + C_{jm,z} v_{m,z}) \quad (7)$$

notiert werden, wobei die Matricelemente von A und C durch die Gleichungen (4) bzw. (5) eindeutig bestimmt sind. Die Bestimmung der Geschwindigkeiten ergibt sich nun aus dem Prinzip der kleinsten Quadrate durch Minimierung des Funktionals der Geschwindigkeiten

$$F_B[\vec{v}] + F_P[\vec{v}] = \text{Min} \quad (8)$$

mit

$$F_B[\vec{v}] = \frac{1}{s_B^2} \sum_{k=1}^{NB} \left( \tilde{b}_k - \sum_{m=1}^{NV} (A_{km,x} v_{m,x} + A_{km,y} v_{m,y} + A_{km,z} v_{m,z}) \right)^2 \quad (9)$$

und

$$F_P[\vec{v}] = \frac{1}{s_P^2} \sum_{j=1}^{NP} \left( \tilde{\varphi}_j - \sum_{m=1}^{NV} (C_{jm,x} v_{m,x} + C_{jm,y} v_{m,y} + C_{jm,z} v_{m,z}) \right)^2, \quad (10)$$

wobei  $s_B$  und  $s_P$  für die a priori angenommenen Meßfehler der Magnetfelder bzw. elektrischen Potentiale stehen. Die Minimierung des Funktionals in Gleichung (8) führt gemäß der Methode der kleinsten Quadrate (beschrieben z. B. in I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, "Taschenbuch der Mathematik", Gemeinschaftsausgabe Verlag Nauka, Moskau, BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1981, S. 825, durch dieses Zitat wird der Inhalt dieser Veröffentlichung in die vorliegende Beschreibung übernommen) auf das System der Normalgleichungen zur Bestimmung der Geschwindigkeiten, welches mit einem Standardverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme gelöst werden kann.

Dieses Gleichungssystem erweist sich allerdings im Allgemeinen und für eine größere Anzahl zu bestimmender Geschwindigkeiten im Besonderen als schlecht konditioniert und muß deshalb in einem zweiten Verfahrensschritt regularisiert werden. Das mathematische Verfahren der Regularisierung schlecht konditionierter inverser Probleme ist umfassend abgehandelt in Engl, H. W., Hanke, M. and Neubauer, A., "Regularization of Inverse Problems", Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1996. Im Fall der vorliegenden Erfindung bietet sich als Ausführungsform des Regularisierungsverfahrens die sogenannte Tichonov-Regularisierung an, in welcher zum Funktional der mittleren quadratischen Restabweichungen ein Funktional addiert wird, welches dafür sorgt, daß eine geeignete Norm der gesuchten Geschwindigkeit mitminimiert wird. Die Methode der Tichonov-Regularisierung und die noch im weiteren zu besprechende Methode der L-Kurve wurden z. B. beschrieben in Hansen, P. C., "Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve", SIAM Review, Vol. 34, No. 4, pp. 561–580, December 1992; durch dieses Zitat wird der Inhalt dieser Veröffentlichung in die vorliegende Beschreibung übernommen. Für den Zweck des erfindungsgemäßen Verfahrens erweist sich als Regularisierungsfunktional geeignet das Funktional des mittleren quadratischen Geschwindigkeitsbetrags sowie das Funktional der mittleren quadratischen Krümmung der Geschwindigkeit. Die zweite Variante ist aus physikalischer Sicht vorzuziehen, da das Geschwindigkeitsfeld in vielen hydrodynamischen Anwendungen als relativ glatt angenommen werden kann. Dieses Funktional wird mit einem zunächst noch freien Regularisierungsparameter gewichtet. Darüberhinaus wird zur Absicherung der Divergenzfreiheit des gesuchten Geschwindigkeitsfeldes ein Funktional der mittleren quadrierten Geschwindigkeitsdivergenz hinzugefügt. Zweckmäßigerweise werden als Stützstellen für das Regularisierungsfunktional und das Divergenzfunktional die oben angegebenen versetzten Koordinaten  $\vec{r}_1 = (\hat{x}_1, \hat{y}_1, \hat{z}_1)$  verwendet. Analog zu Gleichung (3) kann dabei die Forderung nach verschwindenden Geschwindigkeiten an Grenzflächen in natürlicher Weise eingebaut werden, wenn man den Krümmungsterm und den Divergenzterm an der Stützstelle l darstellt durch

$$\left(\nabla \cdot \nabla \vec{v}\right)_l = \sum_{m=1}^{NV} K_{lm} \vec{v}_m \quad (11)$$

5

bzw.

$$\left(\nabla \cdot \vec{v}\right)_l = \sum_{m=1}^{NV} (D_{lm,x} v_{m,x} + D_{lm,y} v_{m,y} + D_{lm,z} v_{m,z}). \quad (12)$$

10

Konkret ergibt sich als gesamtes zu minimierendes Funktional somit

$$F_B[\vec{v}] + F_P[\vec{v}] + F_R[\vec{v}] + F_D[\vec{v}] = \text{Min}, \quad (13)$$

15

wobei  $F_B[\vec{v}]$  und  $F_P[\vec{v}]$  durch die Gleichungen (9) bzw. (10) gegeben sind und das Regularisierungsfunktional  $F_R[\vec{v}]$  und das Funktional zur Sicherung der Divergenzfreiheit  $F_D[\vec{v}]$  diskretisiert sind durch

$$F_R[\vec{v}] = \frac{1}{s_R^2} \sum_{l=1}^{NVV} \left[ \Delta V_l \left( \sum_{m=1}^{NV} K_{lm} \vec{v}_m \right)^2 \right] \quad (14)$$

20

25

bzw.

$$F_D[\vec{v}] = \frac{1}{s_D} \sum_{l=1}^{NVV} \left[ \Delta V_l \left( \sum_{m=1}^{NV} (D_{lm,x} v_{m,x} + D_{lm,y} v_{m,y} + D_{lm,z} v_{m,z}) \right)^2 \right]. \quad (15)$$

30

35

Dabei ist der Parameter  $s_R$  zu interpretieren als mittlere zugelassene Krümmung des Geschwindigkeitsfeldes und  $s_D$  als mittlere zugelassene Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes. Während  $s_D$  zur Sicherung der Divergenzfreiheit immer sehr klein gewählt werden sollte, ist  $s_R$  ein zunächst noch freier Parameter.

In einem dritten und letzten Schritt wird das System der Normalgleichungen für einen Satz von Regularisierungsparametern  $s_R$  gelöst, welcher das relative Gewicht des Regularisierungsfunktionals im Verhältnis zu den Funktionalen der mittleren quadratischen Restabweichung über einen weiten Bereich skalieren soll. Für jeden der Regularisierungsparameter wird dann die Vorwärtsaufgabe zur Bestimmung der aus der jeweiligen Lösung  $\vec{v}$  resultierenden modifizierten Magnetfelder und Potentiale gemäß (4) und (5) gelöst. Danach werden die mittleren quadratischen Restabweichungen von den tatsächlich vorliegenden Werten  $\vec{b}_k$  und  $\vec{\varphi}_j$  sowie die mittlere quadratische Krümmung des Geschwindigkeitsfeldes bestimmt. Daraufhin wird der Logarithmus der mittleren quadratischen Krümmung (also  $\log(F_R[\vec{v}]s_R^2)$ ) über dem Logarithmus der gewichteten mittleren quadratischen Restabweichung (also  $\log(F_B[\vec{v}] + F_P[\vec{v}])$ ) aufgetragen. Die entstehende Kurve hat typischerweise eine L-förmige Gestalt (Tichonovsche L-Kurve). Eine physikalisch realistische Lösung des inversen Problems kann erfahrungsgemäß an der Stelle angenommen werden, wo die L-Kurve am stärksten gekrümmt ist. An dieser Stelle wird ein sinnvoller Kompromiß erzielt zwischen Minimierung der mittleren quadratischen Restabweichung und Minimierung der mittleren quadratischen Krümmung.

40

45

50

Das Vorgegangene beschreibt die bevorzugte Ausführungsform des vorliegenden erfindungsgemäßen Verfahrens unter der Annahme, daß das Wesentliche dieses Verfahrens veranschaulicht wird. Da der Fachmann zahlreiche Möglichkeiten der Abwandlung erkennen wird, insbesondere solche der konkreten Ausführungsform der Diskretisierung der Oberflächen- und Volumenintegrale sowie des konkret zu wählenden Regularisierungsfunktionals, ist es nicht wünschenswert, die Erfindung auf die genaue Konstruktion und die genauen Anwendungen, wie sie beschrieben und gezeigt wurden, zu beschränken.

55

Die erfindungsgemäße Anordnung zur Geschwindigkeitsrekonstruktion in leitfähigen Fluiden besteht aus einer Mehrzahl von Magnetfeldsensoren **1** außerhalb der Flüssigkeit, aus einer Mehrzahl von elektrischen Potentialsonden **2** an der Grenzfläche von leitfähiger Flüssigkeit und nichtleitendem Außengebiet, aus einem Signalprozessor **3** zur Aufnahme der Meßwerte der Magnetfeldsensoren, aus einem Signalprozessor **4** zur Aufnahme der Meßwerte der elektrischen Potentialsensoren, aus einer Steuer-, Auswerte- und Speichereinheit **5** und einem Ausgabegerät **6**.

60

Aus Gründen der Übersichtlichkeit der Darstellung werden in der Zeichnung nur die Verbindungen von jeweils 2 Sensoren zu den jeweiligen Signalprozessoren explizit dargestellt und die restlichen Verbindungen mit unterbrochenen Linien angedeutet.

65

Das extern erzeugte Magnetfeld kann z. B. durch ein Helmholtzspulenpaar erzeugt werden, welches bei entsprechender Polung innerhalb der Flüssigkeit ein nahezu konstantes axiales Magnetfeld erzeugt. Dies ist allerdings nicht notwendig, da es ein besonderes Merkmal des Verfahrens ist, daß an die räumliche Struktur des extern erzeugten Magnetfeldes

keine besonderen Anforderungen in Bezug auf Homogenität oder Isotropie gestellt werden.

Die Stärke  $B_0$  des extern angelegten Magnetfeldes  $B_0$  an der gegebenen Problemstellung auszurichten. Soll die von Einflüssen durch Magnetfelder möglichst ungestörte Geschwindigkeitsverteilung bestimmt werden, so ist die Stärke des Magnetfeldes so zu wählen, daß der Wechselwirkungsparameter  $N = \sigma B_0^2 L / (\rho U)$  viel kleiner als 1 ist (dabei ist  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit der Flüssigkeit,  $\rho$  die Dichte der Flüssigkeit,  $L$  eine typische Längenausdehnung und  $U$  eine typische Geschwindigkeit der Flüssigkeit). Es ist u. U. auch möglich, für  $B_0$  Erdmagnetfeld zu verwenden, welches im Meßvolumen als räumlich konstant vorausgesetzt werden kann. In diesem Fall ist für jede Meßaufgabe zu klären, ob die induzierten Magnetfelder und elektrischen Potentiale noch mit ausreichender Genauigkeit gemessen werden können. Für spezielle Anwendungen zur Untersuchung magnetohydrodynamischer Effekte in Magnetfeldern kann das an sich schon vorhandene Magnetfeld für die erfindungsgemäße meßtechnische Anwendung benutzt werden. Hinsichtlich der bestimm-  
 10 stimmbaren Geschwindigkeitsbeträge muß festgehalten werden, daß die magnetische Reynoldszahl  $R_m = \sigma \mu_0 L U$  (dabei ist  $\mu_0$  die Permeabilität des Vakuums) kleiner als 1 sein muß, was allerdings auch für nahezu alle in Frage kommenden technischen und industriellen Anwendungen garantiert ist. Andernfalls werden die durch die Geschwindigkeitsbewegung induzierten Magnetfelder von derselben Größenordnung wie das angelegte externe Magnetfeld, und die für das erfindungsgemäße Verfahren implizit zugrundegelegten Näherungen versagen.

#### Patentansprüche

1. Verfahren zur Bestimmung der räumlichen Geschwindigkeitsverteilung in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten, wobei die durch die Wechselwirkung der bewegten Flüssigkeit mit einem statischen Magnetfeld induzierten Magnetfelder an einer Mehrzahl von Erfassungsstellen außerhalb der Flüssigkeit gemessen werden, **dadurch gekennzeichnet**, daß auch die induzierten elektrischen Potentiale an einer Mehrzahl von Erfassungsstellen an der Grenzfläche der Flüssigkeit gemessen werden und daß die Geschwindigkeitsverteilung im gesamten Volumen der Flüssigkeit unter Verwendung des Prinzips der kleinsten Quadrate bestimmt wird, wobei als zu minimierende Funktionale die mittlere quadratische Abweichung der durch die angenommene Geschwindigkeitsverteilung berechneten induzierten elektrischen Potentiale und die mittlere quadratische Abweichung der durch die angenommene Geschwindigkeitsverteilung berechneten induzierten Magnetfelder von den jeweils gemessenen induzierten Werten benutzt werden.
2. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß die Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes durch Minimierung des Funktionals der mittleren quadratischen Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes als zusätzliche Information verwendet wird.
3. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, daß zur Vermeidung unphysikalisch großer Geschwindigkeitsbeträge die Tichonov-Regularisierung verwendet wird.
4. Verfahren nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet, daß für die Tichonov-Regularisierung die mittlere quadratische Geschwindigkeit oder die mittlere quadratische Krümmung des Geschwindigkeitsfeldes als Regularisierungsfunktional verwendet wird.
5. Anordnung zur Bestimmung von räumlichen Geschwindigkeitsverteilungen in elektrisch leitfähigen Flüssigkeiten, bestehend aus einer Mehrzahl von Magnetfeldsensoren außerhalb der Flüssigkeit zur Messung des durch die Wechselwirkung der bewegten Flüssigkeit mit einem anliegenden statischen Primärfeld induzierten Magnetfeldes und einem nachgeordneten Signalprozessor, dadurch gekennzeichnet, daß eine Mehrzahl von elektrischen Potentialsonden (2) an der Grenzfläche von leitfähiger Flüssigkeit und nichtleitendem Außengebiet angeordnet sind, daß ein Signalprozessor (3) zur Aufnahme der Meßwerte der Magnetfeldsensoren und ein weiterer Signalprozessor (4) zur Aufnahme der Meßwerte der elektrischen Potentialsonden sowie eine Steuer-, Auswerte- und Speichereinheit (5), in der die Geschwindigkeitsverteilung im gesamten Volumen der Flüssigkeit unter Verwendung des Prinzips der kleinsten Quadrate bestimmt wird, wobei als zu minimierende Funktionale die mittlere quadratische Abweichung der durch die angenommene Geschwindigkeitsverteilung berechneten induzierten elektrischen Potentiale und die mittlere quadratische Abweichung der durch die angenommene Geschwindigkeitsverteilung berechneten induzierten Magnetfelder von den jeweils gemessenen induzierten Werten benutzt werden, und ein Ausgabegerät (6) vorgesehen sind.

---

Hierzu 1 Seite(n) Zeichnungen

---

- Leerseite -

