Nukleon-Nukleon-Reaktionen

Eigenschaften des Nukleons

Formalismus zur Beschreibung der elastischen Streuung
(Optisches Modell, Streuphasen) und von Reaktionen

Zwei-Nukleonen-Problem (Streulängen, NN-Potential, NN-Reaktionen)

Reaktionen zwischen Nukleonen und leichten Kernen

2. Vorlesung, TU Dresden 15.04.2008

Dr. Daniel Bemmerer

1. Vorlesung, 08.04.2008:

- Starke Wechselwirkung
- Ladungsunabhängigkeit, Einführung des Isospins
- Eigenschaften der Nukleonen: Masse und Lebensdauer
- Kinematik nichtrelativistisch

2. Vorlesung, heute:

- Kinematik relativistisch
- Das Deuteron
- Einführung des Wirkungsquerschnitts

Folien im Internet: http://www.fzd.de/db/Cms?pOid=26617

Zweikörper-Kinematik, nicht relativistisch

A(a,b)B oder $a + A \rightarrow b + B$

Teilchen a trifft Teilchen A und reagiert; es werden die Teilchen b und B erzeugt

Erhaltungssätze:

- Energieerhaltung

$$\boxed{E_{IN} = E_{OUT}}$$

$$\Rightarrow T_a + T_A + (m_a + m_A)c^2 = T_b + T_B + (m_b + m_B)c^2$$

$$\Rightarrow T_a + T_A + (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2 = T_b + T_B$$

$$\overset{def}{=} T_a + T_A + Q$$

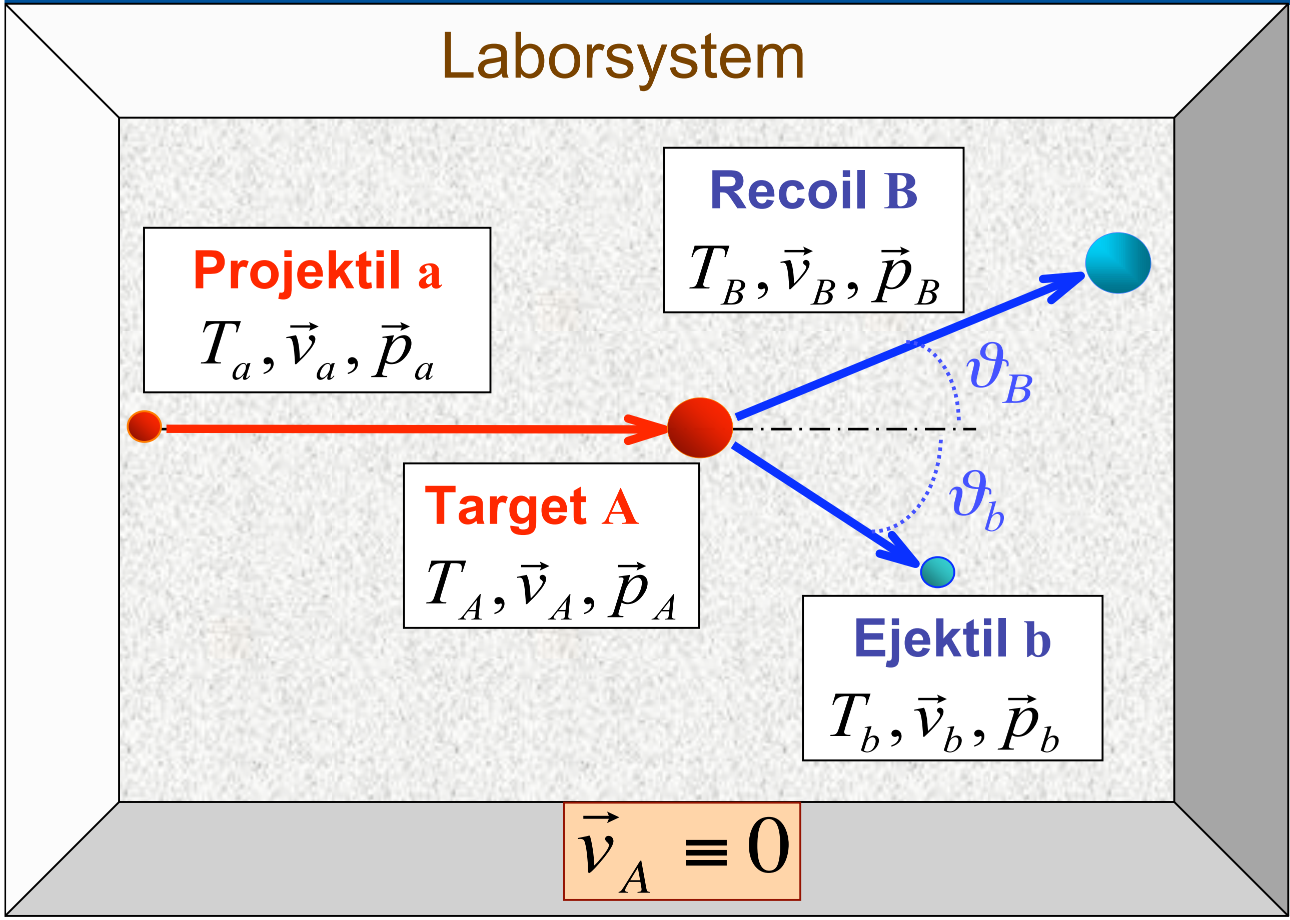
$Q = \text{Energiegewinn/} - \text{verlust}$

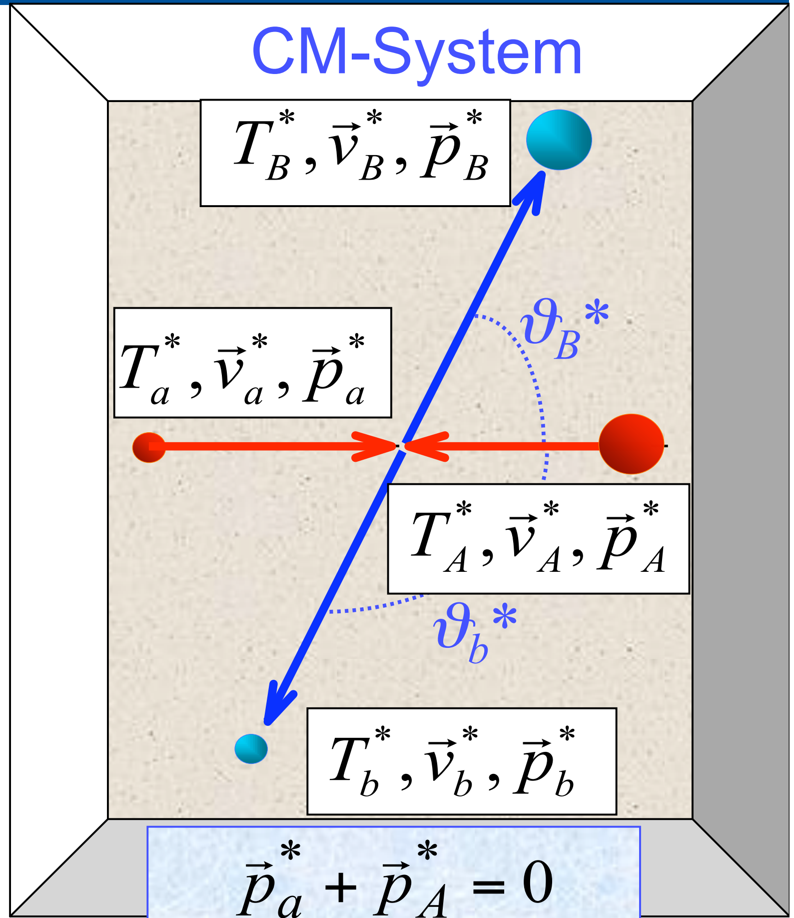
- Impulserhaltung

$$\boxed{\vec{p}_{IN} = \vec{p}_{OUT}}$$

$$\Rightarrow \vec{p}_a + \vec{p}_A = \vec{p}_b + \vec{p}_B$$

K.-T. Brinkmann





$$\vec{p}_a^{\,*} + \vec{p}_A^{\,*} = 0$$

$$\Rightarrow \vartheta_b^* + \vartheta_B^* = 180°$$

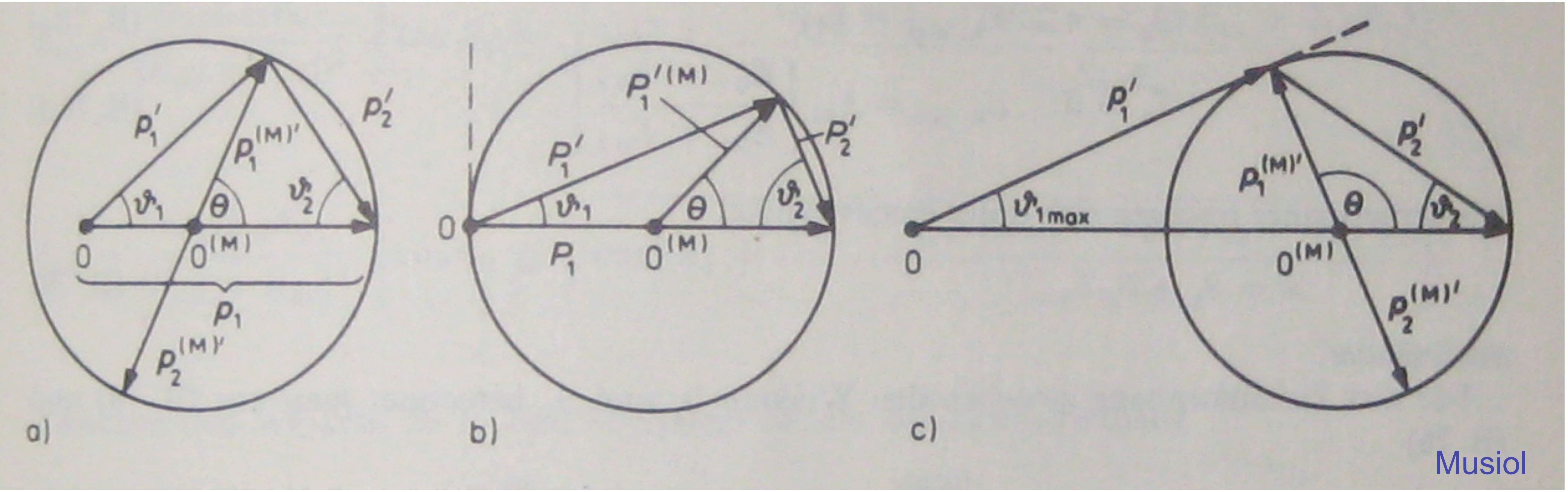
Galilei-Transformation

Geschwindigkeit des Schwerpunktes

(**C**enter of **M**ass) im Laborsystem

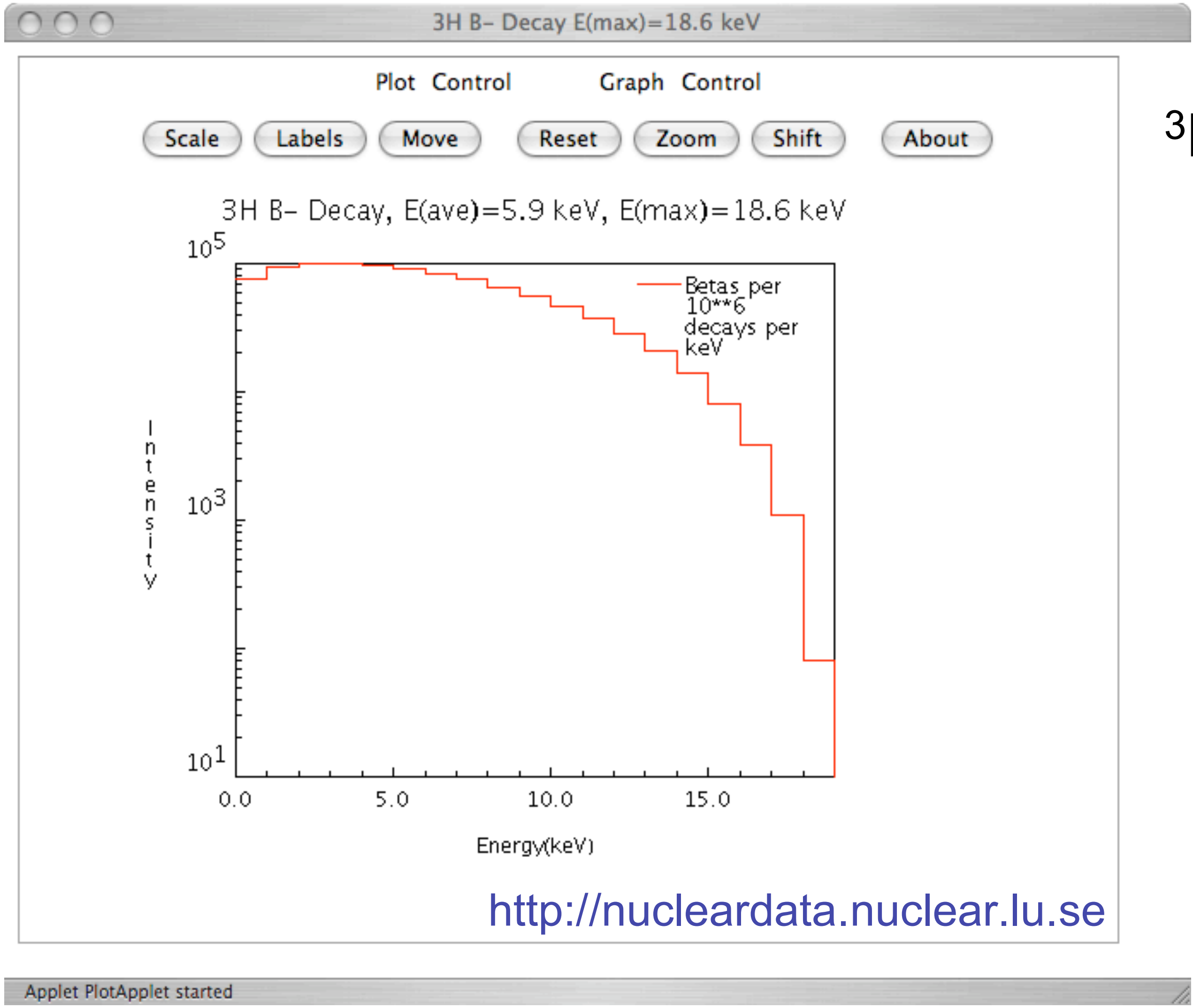
$$\vec{v} + \vec{v}_S = \vec{v}^{\,*}$$

Galilei-Transformation im Impulsdiagramm, 2 Teilchen: Winkel



$$p_1^{(M)} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_1 \qquad E_{\mathrm{kin},1}^{(M)} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{\mathrm{kin},1}$$

Kinematik bei drei Teilchen im Ausgangskanal, Beispiel β-Zerfall



$$^{3}H \rightarrow {}^{3}He + e^{-} + \nu$$

Relativistische Kinematik

Es muss relativistisch gerechnet werden, wenn die kinetischen Energien T der Teilchen nicht mehr klein gegen die beteiligten Massen ($m_N c^2 \approx 1000$ MeV)

Basis der korrekten Beschreibung (Einstein):

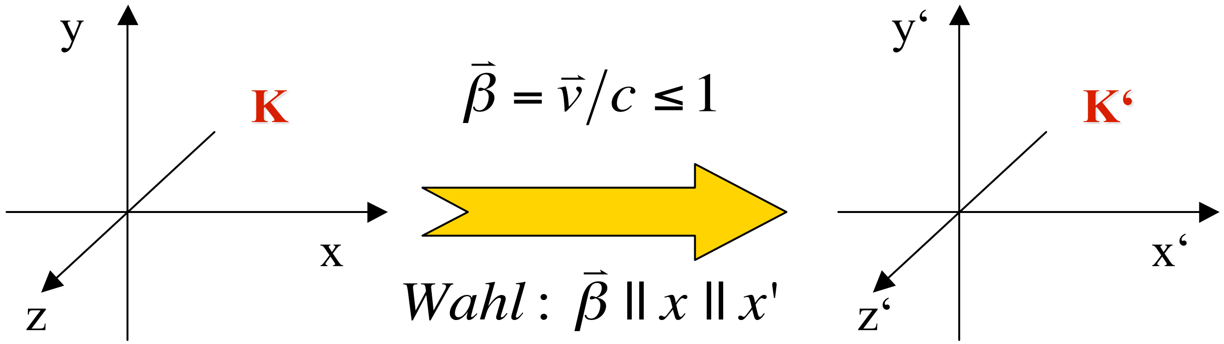
- Absoluter Grenzwert der Geschwindigkeit
  $c \approx 3*10^8$ m/s ($\approx$ 30 cm/ns)
- (Ruhe-)Masse ist „Spezialform" der Energie und ist im Rahmen der Erhaltungssätze in sie umsetzbar $E = mc^2$

Konsequenzen:

- Galilei-Transformation ist durch ein allgemeinere Form zu ersetzen:
  Lorentz-Transformation
- Energie- und Impulsvektor sind Koordinaten eines allgemeineren, vierdimensionalen Raumes

K.-T. Brinkmann

4-Vektoren und Lorentztransformation



Lichtstrahl bei $t_0 = 0$ von $x_{i,0} = 0$ ► Ankunft bei x_i zur Zeit t

$$t = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \Rightarrow \qquad x^2 + z^2 + y^2 - t^2 = 0$$

muss auch in **K‘** gelten

$$t' = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} \qquad \Rightarrow \qquad x'^2 + z'^2 + y'^2 - t'^2 = 0$$

Die Lorentztransformation erfüllt diese Forderung.

$$x' = \gamma(x - \beta t)$$
$$y' = y \qquad mit \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$
$$z' = y$$
$$t' = \gamma(t - \beta x)$$

FOLGE: Die Zeit ist selbst systemabhängig!

K.-T. Brinkmann

Die 4-Geschwindigkeit ist definiert als Änderung des Ortes bezogen auf die Eigenzeit $\tau = t/\gamma$:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \gamma\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right) = \gamma(\vec{\beta},1)$$

Ihre Norm ist invariant.

Der **Impuls** enthält als 4-Komponente die **Gesamtenergie:** $\mathbf{p} = m\mathbf{v} = (m\gamma\vec{\beta}, m\gamma)$

Anmerkung: Mit $\mathbf{p} = (\vec{\mathrm{p}}, \mathrm{E})$ kann man die „relativistische Masse“ $m(\vec{v}) = \gamma m_0$ einführen. Viele Beziehungen der nichtrelativistischen Kinematik gelten dann analog mit $m_0 \rightarrow \gamma m_0$ weiter.

Einige häufig benutzte Beziehungen:

Kinetische Energie: $T = E - m = (\gamma - 1)m$

$$\gamma = \frac{E}{m} \qquad \vec{\beta} = \frac{\vec{p}}{E} = \frac{\vec{p}}{\gamma m}$$

Norm des 4-Impulses $\mathbf{p}^2 = \vec{\mathrm{p}}^2 - \mathrm{E}^2 = -\mathrm{m}^2$

Addition von Geschwindigkeiten $\vec{\beta}_3 = \dfrac{\vec{\beta}_1 + \vec{\beta}_2}{1 + \vec{\beta}_1\vec{\beta}_2}$

K.-T. Brinkmann

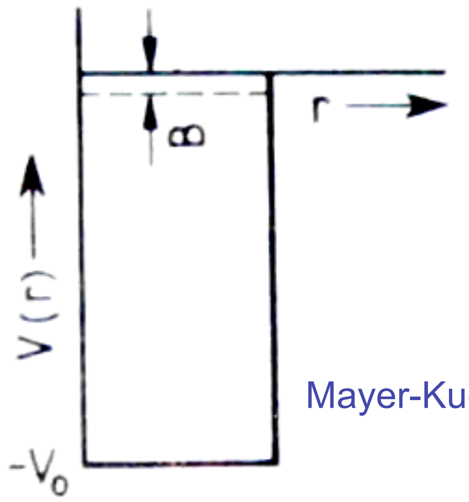
Das Deuteron

http://www.nndc.bnl.gov

- Einfachster Mehr-Nukleonen-Kern
- Bindungsenergie $B = m_p + m_n - m_d = 2.22$ MeV
- Stabil, Häufigkeit in der Natur 0.015%
- Spin und Parität $J^{\Pi} = 1^{-}$
- Magnetisches Moment $\mu = 0.857\ \mu_N \approx \mu_p + \mu_n = 0.880\ \mu_N$
- Elektrisches Quadrupolmoment 0.28 e fm^2

- Dineutron und Diproton existieren nicht!

Beschreibung des Deuterons mit Zentralpotenzial



Mayer-Kuckuck

- Annahme: Rechteckpotenzial
- Zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(r)\right]\psi = E\psi$$

- Abseparation des Kugelflächenanteils:

$$\psi(\vec{r}) = R(r)Y_{l,m}(\vartheta,\varphi)$$

- Substituiere u(r):=r ψ(r)

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E - V(r)\right]u = 0$$

mit reduzierter Masse $1/\mu = 1/m_p + 1/m_n$

$-V_0$	Potenzialtiefe
B	Bindungsenergie (2.22 MeV)

Lösungen der Schrödingergleichung, Deuteron

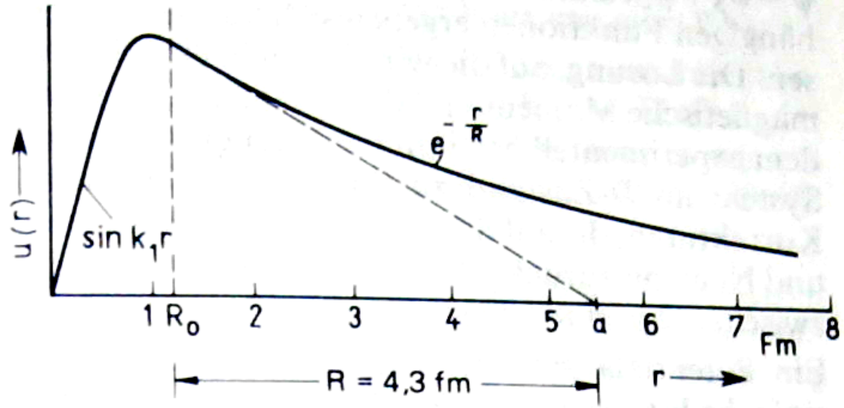
$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}\left[E - V(r)\right]u = 0$$

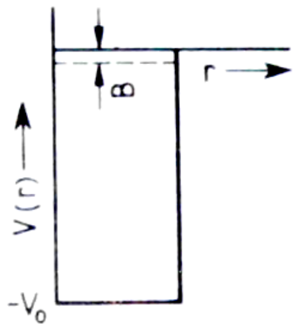
- Lösungsansatz:
  $u = \alpha \exp(\mathrm{i}\, k\, r) + \beta \exp(-\mathrm{i}\, k\, r)$

- Randbedingungen:
  $u(r = 0) = 0$
  $u(r = \infty) = 0$

- Lösungen
  innen: $u_1(r) = A_1 \sin(k_1\, r)$
  außen: $u_2(r) = A_2 \exp(-r/\mathrm{R})$

- Mit R_0 = 1.4 fm folgt
  $V_0 \approx 100$ MeV $R \approx 4.3$ fm





Mayer-Kuckuck

Kernreaktionen: Wirkungsquerschnitt

Reaktion A(a,b)B	a= Projektil	A = Target

- Geometrische Vorstellung: Immer, wenn ein Projektil die am Target "angeheftete" Fläche σ trifft, findet die Reaktion A(a,b)B statt

$$\frac{\text{Reaktionen}}{\text{Zeit}} = \sigma \cdot \text{Targetatome} \frac{\text{Projektile}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}}$$

- Praktisch messbar: Targetatome/Fläche = Dicke * Dichte / Atommasse
  Projektile/Zeit = Strom

$$\sigma = \frac{\dfrac{\text{Reaktionen}}{\text{Zeit}}}{\dfrac{\text{Targetatome}}{\text{Fläche}} \cdot \dfrac{\text{Projektile}}{\text{Zeit}}}$$

Besonderheiten:

- Differenzieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$

- Parzieller Wirkungsquerschnitt $\sigma_{tot}=\sigma_{elast}+\sigma_{inelast}$

1. Vorlesung, 08.04.2008:

- Starke Wechselwirkung
- Ladungsunabhängigkeit, Einführung des Isospins
- Eigenschaften der Nukleonen: Masse und Lebensdauer
- Kinematik nichtrelativistisch

2. Vorlesung, heute:

- Kinematik relativistisch
- Das Deuteron
- Einführung des Wirkungsquerschnitts

3. Vorlesung, 22.04.2008 (Prof. E. Grosse):

- Reziprozitätssatz (*detailed balance theorem*)
- Astrophysikalische Bedeutung des Deuterons: Der Urknall
- Experimente zu Synthese und Photodissoziation des Deuterons

Folien im Internet: http://www.fzd.de/db/Cms?pOid=26617