### Seltsame Hadronen und Antiprotonen als Proben heißer und dichter Kernmaterie in relativistischen Schwerionenkollisionen

Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften (Doctor rerum naturalium)

vorgelegt von Henry Schade geboren am 23. Dezember 1980 in Zittau

Institut für Theoretische Physik Fachrichtung Physik Fakultät für Mathematik und Naturwissenschaften der Technischen Universität Dresden



Für meine Eltern

Eingereicht am 15. September 2010

Gutachter: Prof. Dr. B. Kämpfer
 Gutachter: J Prof. Dr. A. Straessner
 Verteidigt am \_\_\_\_\_\_

#### Abstract

Strange particles play an important role as probes of relativistic heavy-ion collisions where hot and dense matter is studied. The focus of this thesis is on the production of strange particles within a transport model of Boltzmann-Ühling-Uhlenbeck (BUU) type. Current data of the HADES Collaboration concerning  $K^{\pm}$  and  $\phi$  spectra provide the appropriate experimental framework. Moreover, the double-strange hyperon  $\Xi^-$  is analyzed below the free NN production threshold. Hadron multiplicities, transversemomentum and rapidity spectra are compared with recent experimental data. Further important issues are in-medium mass shifts, the nuclear equation of state as well as the mean field of nucleons.

Besides the study of AA collisions a comparison with recent ANKE data regarding the  $\phi$  yield in pA collisions is done. Transparency ratios are determined and primarily investigated for absorption of  $\phi$  mesons by means of the BUU transport code. Thereby, secondary  $\phi$  production channels, isospin asymmetry and detector acceptance are important issues. A systematic analysis is presented for different system sizes.

The momentum integrated Boltzmann equations describe dense nuclear matter on a hadronic level appearing in the Big Bang as well as in little bangs, in the context of kinetic off-equilibrium dynamics. This theory is applied to antiprotons and numerically calculated under consideration of various expansion models. Here, the evolution of proton- and antiproton densities till freeze-out is analyzed for ultra-relativistic heavyion collisions within a hadrochemic resonance gas model acting as a possible ansatz for solving the "antiproton puzzle". Furthermore, baryonic matter and antimatter is investigated in the early universe and the adiabatic path of cosmic matter is sketched in the QCD phase diagram.

#### Kurzfassung

In relativistischen Schwerionenkollisionen spielen seltsame Teilchen bei der Untersuchung heißer und dichter Materie eine wichtige Rolle. Dazu wird die Produktion von Hadronen mit Strangeness-Inhalt mit Hilfe eines Transportmodells vom Boltzmann-Ühling-Uhlenbeck (BUU)-Typ numerisch behandelt. Aktuelle Messungen der HADES-Kollaboration bezüglich  $K^{\pm}$ - und  $\phi$ -Spektren bilden dabei den entsprechenden experimentellen Rahmen. Darüber hinaus wird das doppelt-seltsame Hyperon  $\Xi^-$  unterhalb der freien NN-Produktionsschwelle analysiert. Hadronische Multiplizitäten, Transversalimpuls- und Rapiditätsspektren werden mit neuen experimentellen Ergebnissen verglichen. Weiterhin werden Massenverschiebungen im Medium, die nukleare Zustandsgleichung sowie das mittlere Feld der Nukleonen berücksichtigt.

Neben der Untersuchung von Kern-Kern-Stößen bietet sich in Proton-Kern-Kollisionen ein Vergleich mit jüngsten ANKE-Daten im Hinblick auf die  $\phi$ -Ausbeute an. Mit Hilfe des BUU-Transportcodes wurden Tranzparenzverhältnisse ermittelt und die Absorption von  $\phi$ -Mesonen untersucht. Dabei sind sekundäre  $\phi$ -Produktionskanäle, IsospinAsymmetrie und Detektorakzeptanzen von Bedeutung und werden systematisch für verschiedene Systemgrößen analysiert.

Die impulsintegrierten Boltzmann-Gleichungen dienen im Rahmen einer kinetischen Nichtgleichgewichtsdynamik der Beschreibung hochkomprimierter nuklearer Materie auf hadronischem Niveau, wie sie sowohl beim Urknall als auch bei ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen auftritt. Diese Theorie wird am Beispiel von Antiprotonen untersucht und unter Berücksichtigung verschiedener Expansionsmodelle numerisch ausgewertet. Dabei wird die Evolution der Proton- und Antiprotondichten bis zum Ausfrieren für SPS- und RHIC-Energien mittels eines hadro-chemischen Resonanzgasmodells als möglicher Lösungsansatz des "Antiproton-Puzzles" analysiert. Diskutiert wird darüber hinaus das Verhalten baryonischer Materie und Antimaterie im frühen Universum und der adiabatische Pfad kosmischer Materie im QCD-Phasendiagramm.

## Inhaltsverzeichnis

Al	obildu	ingsver	zeichnis	vii		
Та	belle	nverzei	chnis	xi		
1	Einleitung					
2	Had	ronen	mit Strangeness in relativistischen Schwerionenkollisionen	7		
	2.1	Trans	portmodelle	9		
	2.2	Beweg	gungsgleichungen	10		
	2.3	Stöße		11		
	2.4	Initial	isierung und Evolution	13		
	2.5	Zusta	ndsgleichung	13		
	2.6	Effekt	ive in-Medium-Massen	16		
3	$K^{\pm}$	, K <sup>0</sup> , a	$\phi$ und $\Xi^-$ in der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCI	19		
	3.1	Rapid	itätsspektren, Transversalimpuls- und Massenverteilungen	20		
		3.1.1	$K^+$ -Mesonen	20		
		3.1.2	$K^-$ -Mesonen	24		
		3.1.3	$K^0$ -Mesonen	26		
		3.1.4	$\phi$ -Mesonen	27		
		3.1.5	$\Xi^-$ -Hyperonen	28		
		3.1.6	$\Lambda + \Sigma^0$ -Hyperonen, Protonen $p$ und geladene Pionen $\pi^{\pm}$	30		
	3.2	Multiplizitäten und Inkompressibilitätsmodul 3				
	3.3	Zeitev	olution	35		
		3.3.1	Erzeugungsraten und Ausfrierdynamik	35		
		3.3.2	$\phi$ -Zerfall	38		
		3.3.3	Produktions- und Absorptionsverhalten für $K^-$ -Mesonen	41		
	3.4	Zentra	alitätsabhängigkeit individueller Kanäle	43		
	3.5	Vergle	ich mit weiteren HADES-, FOPI- und KaoS-Daten	46		
4	$\phi$ -N	lesoner	ı in Proton-Kern-Stößen	49		
	4.1	$K^{\pm}$ -S	pektren in pA-Kollisionen	49		
	4.2	Glaub	er-Modell in Eikonal-Näherung	50		
	4.3	$\phi$ -Produktion				
	4.4	$\phi$ -Abs	sorption	57		
		4.4.1	Isospin-Asymmetrie	59		
		4.4.2	Sekundäre Produktionskanäle	61		
		4.4.3	ANKE-Akzeptanz	62		

5	Antiprotonen in ultra-relativistischen Schwerionenstößen und im Urknall 67						
	5.1 Antiteilchen in Schwerionenkollisionen						
	5.1.1 Effektive Zahl von Freiheitsgraden $\ldots \ldots \ldots$	<u>;</u> 9					
	5.1.2 Annihilations-Wirkungsquerschnitt	71					
	5.2 Schwerionenstöße (Little Bangs) und Urknall (Big Bang)	71					
	5.2.1 Schwerionenstöße bei SPS- und RHIC-Energien	72					
	5.2.2 Antibaryonen im frühen Universum $\dots \dots \dots$	7					
6	Zusammenfassung 8	81					
Ar	nhänge	15					
Α	Notation und Konventionen 8	35					
в	Ratengleichungen	39					
_	B.1 Impulsintegrierte Boltzmann-Gleichung	39					
	B.2 Expansionsmodelle	)0					
С	Bemerkungen zum BUU-Code	)5					
D	Geometrisches Kollisionsmodell: Partizipanten und Spektatoren	)7					
Е	Kinematik in Schwerionenstößen 9	)9					
F	LVL1-Trigger	13					
G	Akzeptanz des HADES-Detektors 10	)5					
н	Wirkungsquerschnitte für die $\phi$ -Produktion	)9					
I	Produktionskanäle des $\Xi^-$ -Hyperons11	.3					
J	Reaktionskanäle zur Kaonproduktion und -absorption	.7					
κ	Strangeness-Balance	.9					
	Literaturverzeichnis	<b>!1</b>					
	Danksagung13	15					
	Erklärung	37					

# Abbildungsverzeichnis

1.1 1.2 1.3 1.4	Mesonen-Multipletts	2 2 3 4
$2.1 \\ 2.2$	Spezifische Energie pro Nukleon und des mittleren Feldes $\ldots \ldots \ldots$ Massenverschiebungen von $K^+$ , $K^-$ , $\phi$ und $\Xi^- \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	15 16
$3.1 \\ 3.2$	Transversalmassen- und Impulsspektren von $K^+$ -Mesonen	21 22
33	Baniditätsspektren von $K^+$ -Mesonen	 23
$3.4 \\ 3.5$	Transversalmassen- und Impulsspektren von $K^-$ -Mesonen für ausgewählte Rapiditäts-	20 24
	intervalle	25
3.6	Rapiditätsspektren von $K^-$ -Mesonen	25
3.7	Transversalimpuls- und Rapiditätsspektren von $K_S^0$ -Mesonen	27
3.8	Transversalmassen- und Impulsspektren von $\phi$ -Mesonen	28
3.9	Rapiditätsspektren von $\phi$ -Mesonen	29
3.10	Transversalimpulsspektren von $\Xi^-$ -Hyperonen	29
3.11	Rapiditätsspektren von $\Xi^-$ -Hyperonen	30
3.12	Rapiditätsspektren von $\Lambda + \Sigma^0$ und Protonen	31
3.13	Rapiditätsspektrum von $\pi^-$ - und $\pi^+$ -Mesonen	31
3.14	Multiplizitäten von $\Xi^-$ , $\Lambda + \Sigma^0$ , $\phi$ , $K^-$ und $K^+$ für Ar + KCl	34
3.15	Multiplizitäten von $\Xi^-$ , $\Lambda + \Sigma^0$ , $\phi$ , $K^-$ und $K^+$ für Au + Au und Ni + Ni	35
3.16	Erzeugungsraten von $K^+$ , $K^-$ und $\phi$ -Mesonen für Ar + KCl	36
3.17	Erzeugungsraten von $\Lambda + \Sigma^0$ , K <sup>-</sup> -Mesonen und $\Xi^-$ -Hyperonen für Ar +	
	KCl	36
3.18	Netto-Baryonendichte als Funktion der Zeit	36
3.19	Erzeugungsraten von $\phi$ -Mesonen für Ru + Ru	37
3.20	Zeit- und dichteaufgelöste Verteilungen der letzten Interaktion von $K^+$ -,	
	$K^-$ - und $\phi$ -Mesonen	38
3.21	Zeitabhängige $K^+$ -, $K^-$ - und $\phi$ -Multiplizitäten für den $\phi$ -Zerfall	40
3.22	Erzeugungsraten spezieller Kanäle von $K^-$ -Mesonen für Au + Au	41
3.23	Erzeugungsraten spezieller Kanäle von $K^-$ -Mesonen für Ar + KCl $\ldots$	42
3.24	Zeitliche Entwicklung von $K^-$ -Multiplizitäten für verschiedene Potenti-	
	alkombinationen für Au $+$ Au $\ldots$	42
3.25	Zeitliche Entwicklung von $K^-$ -Multiplizitäten für verschiedene Potenti-	
	alkombinationen für Ar + KCl $\ldots$	43

3.26	Impaktparameterabhängige Beiträge einzelner Kanäle zur $K^+$ - und $K^-$ - Produktion	43
3.27	Impaktparameterabhängige Beiträge einzelner Kanäle zur $\phi$ -Produktion	44
3.28	Impaktparameterabhängige Beiträge einzelner Kanäle zur $\Xi^-$ -Produktion für verschiedene Systeme	45
3.29	Rapiditäts- und Transversalmassenspektren von Kaonen in der Reaktion $C + C$	46
3.30	Wirkungsquerschnitte für $K^+$ -Mesonen als Funktion des Laborimpulses für verschiedene Laborwinkel	47
4.1	Verhältnis des differentiellen Wirkungsquerschnitts von $K^-$ und $K^+$ .	50
4.2	Dichteverteilung der Nukleonen des Kerns und deren mittlere Fermi- Impulse	52
4.3	Verteilung der ersten $pN$ -Kollision in $z$ -Richtung für zentrale und periphere Stöße	53
4.4	Verteilung der $\phi$ -Produktion in z-Richtung für zentrale und periphere Stöße	54
4.5	Rapiditäts- und Transversalmassenspektrum des $\phi$ -Mesons für Proton- Kern-Systeme	55
4.6	Produktionskanäle des $\phi$ -Mesons für leichte und schwere Systeme	56
4.7	Beiträge primärer und sekundärer Kanäle zur $\phi$ -Produktion für langsame und schnelle $\phi$ -Mesonen	57
4.8	Produktion und Absorption von $\phi$ -Mesonen für $b = 0. \dots \dots \dots$	57
4.9	Transparenzverhältnisse für $\phi$ -Mesonen durch Attenuation der Nukleonen	59
4.10	Transparenzverhältnisse für $\phi$ -Mesonen mit Absorption und deren Systematik	60
4.11	Transparenzverhältnisse für $\phi$ -Mesonen mit Absorption, Isospin- Asymmetrie und sekundären Produktionskanälen	60
4.12	Transparenzverhältnisse für $\phi$ -Mesonen mit Absorption, Isospin-Asymmetrie, sekundären Produktionskanälen und ANKE-Akzeptanz-	
4 1 0	bedingungen	62
4.13	Transparenzverhaltnisse und Rapiditatsspektren für $\phi$ -Mesonen in spezi- ellen Winkelbereichen	63
4.14	Transparenzverhaltnisse für $\phi$ -Mesonen in speziellen Impulsbereichen in Vorwärtsrichtung	63
4.15	Rapiditätsspektren von Au und C für $\phi$ -Mesonen in speziellen Impulsbe- reichen in Vorwärtsrichtung	64
4.16	Transparenzverhältnisse primärer Produktionskanäle für $\phi$ -Mesonen in Vorwärtsrichtung	64
5.1	Zahl der effektiven Freiheitsgrade als Funktion der Temperatur und	
5.2	Annihilations-Wirkungsquerschnitte	70
	des chemischen Potentials	71
5.3	Temperaturabhängiges Verhältnis von Antiprotonen zu Protonen bei SPS- und RHIC-Anfangsbedingungen	73
5.4	Proton- und Antiprotondichten als Funktion der Temperatur für SPS und RHIC	74

5.5	Dichten von Protonen und Antiprotonen bei einer fixierten Temperatur	
	für SPS und RHIC	76
5.6	Adiabatischer Weg kosmischer Materie im QCD-Phasendiagramm	78
5.7	Entwicklung skalierter Hadronen- und Energiedichten	79
D.1	Schema einer Schwerionenkollision	97
D.2	Relationen zwischen Partizipantenvolumen und Impakt parameter	98
F.1	Impaktparameterverteilungen verschiedener Trigger	104
G.1	Akzeptanzregionen des HADES-Detektors für Protonen	105
G.2	Akzeptanzregionen des HADES-Detektors für $\pi^-$ -Mesonen	106
G.3	Rapiditätsspektren von Protonen und $\pi^-$ -Mesonen unter	
	Berücksichtigung der Detektorakzeptanz	106
H.1	Wirkungsquerschnitte und Verhältnisse für $pn$ und $pp \ (nn)\mbox{-Reaktionen}$ .	109
H.2	Isospin-gemittelte Wirkungsquerschnitte für die $\phi\text{-Meson-Produktion}$	110
H.3	$\sqrt{s}$ -Verteilung und Wirkungsquerschnitte der $\phi$ -Produktion für verschie-	
	dene Reaktionskanäle	111
H.4	$\sqrt{s_{NN}}$ -abhängige Verteilung elastischer und inelastischer Nukleon-Nu-	
	kleon Kollisionen	111
I.1	Wirkungsquerschnitte einzelner Kanäle für die $\Xi^-$ -Produktion	114
I.2	Wirkungsquerschnitte weiterer Kanäle für die $\Xi^-$ -Produktion	114
J.1	Wirkungsquerschnitte für die Produktion von $K^-$ -Mesonen	118

## Tabellenverzeichnis

2.1	Parameter der nuklearen Zustandsgleichung	14
$3.1 \\ 3.2 \\ 3.3$	Multiplizitäten für verschiedene Teilchenspezies $\dots \dots \dots \dots \dots$ Neigungsparameter für verschiedene Teilchenspezies $\dots \dots \dots \dots \dots$ Multiplizitäten der $\phi$ -Mesonen aus verschiedenen Reaktionskanälen für	32 34
3.4	Ni + Ni	47 48
4.1	Koeffizienten des Woods-Saxon-Potentials für C, Cu und Au	52
5.1	Parametrisierungskoeffizienten von $h_{\rm eff}$ für RHIC und SPS	69
A.1	Masse und Breite von Nukleonresonanzen	88
В.1 В 2	Transformationsverhalten von Variablen für 1- bzw. 2-dimensionale Aus- dehungsszenarien	91
D.2	szenarien	92
I.1	Produktionskanäle des $\Xi^-$ -Hyperons	114

### 1 Einleitung

Die moderne Physik stellt ein fundamentales Konzept zur Beschreibung der starken Wechselwirkung zur Verfügung: QCD (Quantenchromodynamik) als nicht-abelsche Eichfeldtheorie. Im Gegensatz zur Theorie der elektromagnetischen Wechselwirkung (QED), tragen die Eichbosonen - die sogenannten Gluonen - selbst auch eine Ladung. Daraus kann die asymptotische Freiheit abgeleitet werden. Darunter versteht man die Wechselwirkung von Quarks und Gluonen, repräsentiert durch eine effektive Kopplung, welche klein wird bei großen Impulsüberträgen oder geringen räumlichen Abständen. So ergibt sich für hohe Energien die Möglichkeit einer störungstheoretischen Behandlung, in deren Bereich die QCD bis heute als präzise bestätigte Theorie gilt. Jedoch erhöht sich der Wert der effektiven Kopplungskonstanten für größere Abstände derart, dass eine einfache perturbative Beschreibung nicht weiter möglich ist. Hier werden die Gleichungen der QCD in diskretisierter Form mit hohem Rechenaufwand numerisch gelöst. In Kombination mit analytischen Methoden sind so Phänomene der Hadronenphysik und insbesondere des Confinements zu beschreiben. Dazu zählen z.B. das Massenspektrum der Hadronen im niederenergetischen Sektor der QCD oder die Vermutung, dass freie Quarks und Gluonen in der Natur nicht auftreten.

Schwerionenkollisionen erzeugen bei relativistischen- und ultra-relativistischen Energien komprimierte und heiße Kernmaterie. Dabei werden Temperaturen in der Reaktionszone (Feuerball) bis zu einigen hundert MeV und Baryonendichten bis zum Vielfachen der Kernsättigungsdichte  $n_0$  erreicht. Solche extremen Bedingungen werden auch in Neutronensternen und insbesondere im frühen Universum vermutet.

Bei niedrigen Dichten und Temperaturen bilden die aus Quarks und Gluonen bestehenden Hadronen die beobachteten physikalischen Freiheitsgrade. Sie können nach ihren Eigenschaften in Multipletts aus Quark-Antiquark-Paaren  $(q\bar{q})$ , den Mesonen (Abb. 1.1), und Systeme aus drei Quarks (qqq), den Baryonen (Abb. 1.2), unterteilt werden. Die für die spätere Analyse wichtigen Hadronen mit Strangeness-Inhalt weisen demzufolge die Valenzquarkstruktur  $K^+(u\bar{s})$ ,  $K^-(s\bar{u})$ ,  $\Lambda(uds)$ ,  $\phi(s\bar{s})$  und  $\Xi^-(dss)$  auf. Dabei bilden gerade diese seltsamen Mesonen bzw. Baryonen (Hyperonen) geeignete Sonden für den heißen Feuerball, da von nuklearer Materie *s*- bzw.  $\bar{s}$ -Quarks nicht ohne vorherige Bildung eines zur Absorption geeigneten weiteren  $\bar{s}$ - bzw. *s*-Quarks gebunden werden können. So verlassen diese sehr seltenen Hadronen den Feuerball teilweise fast ungehindert und gelten als empfindliche Proben, insbesondere von komprimierter Kernmaterie.

Abbildung 1.3 zeigt das Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie. Die von den Beschleunigeranlagen RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) in Brookhaven bzw. LHC (Large Hadron Collider) am CERN<sup>1</sup> in Genf oder dem SIS 300 (Schwerionsynchrotron) der GSI Darmstadt zugänglichen Bereiche bezüglich Baryonendichte und Temperatur sind ebenso ersichtlich, wie die ungefähr überstrichene Region des frühen Universums. Hier soll der Fokus ausschließlich auf den hadronischen Freiheitsgraden

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire.



**Abbildung 1.1:** Multipletts der pseudoskalaren Mesonen (linke Seite) und Vektormesonen (rechte Seite) als Funktion des Isospins I, der Charm-Quantenzahl C und der Hyperladung Y = S + B - C/3. Leichte Mesonen sind in der mittleren, horizontalen Ebene als Nonett zu erkennen. Abbildung aus [194].



**Abbildung 1.2:** SU(4)-Multipletts der aus u-, d-, s- und c-Quarks aufgebauten Baryonen (qqq-Zustände) als Funktion von Isospin, Charm-Quantenzahl und Hyperladung. In der jeweils untersten Ebene ist das SU(3)-Oktett (linke Seite) und Dekuplett (rechte Seite) der leichtesten Baryonen zu erkennen. Abbildung aus [194].



Abbildung 1.3: Schematische Darstellung des QCD-Phasendiagramms stark wechselwirkender Materie mit den Bereichen Quark-Gluon-Plasma (QGP), hadronische Phase und farbsupraleitende Phase. Die Abbildung stammt von der GSI (Gesellschaft für Schwerionenforschung, *http://www.gsi.de*).

liegen und die durch einen Übergangsbereich abgetrennten Bereiche von Quarks und Gluonen sowie die der farbsupraleitenden Phase außer Acht gelassen werden.

Eine relativistische Schwerionenkollision kann schematisch in mehrere Phasen unterteilt werden: Es werden zunächst Strahlenergien, die für Experimente am SIS 18 an der GSI typisch sind, betrachtet. (i) Bei Geschwindigkeiten von  $\beta \approx 0.95$  - je nach Strahlenergie - findet ein Aufeinandertreffen der Kerne statt. Die sich annähernden Kerne sind lorentzkontrahiert. (ii) In der sich anschließenden Kompressionsphase wird die nukleare Materie während einer kurzen Dauer von  $10^{-22}$  s bis zur 3-fachen Sättigungsdichte komprimiert und auf ca. 100 MeV (10<sup>12</sup> K) aufgeheizt. Während dieser Zeit werden Mesonen und Hyperonen durch inelastische Mehrstufenprozesse erzeugt und teilweise auch wieder absorbiert oder annihiliert. Das ist Gegenstand der Untersuchungen in dieser Arbeit, wobei gerade die seltsamen und sehr seltenen Hadronen aufgrund ihrer besonderen Valenzquarkstruktur als empfindliche Sonden für Vorgänge in heißer und dichter Kernmaterie hervorragend geeignet sind. (iii) In der darauf folgenden Expansionsphase verdünnt sich das System, und es kommt (iv) zunächst zu einem chemischen Ausfrieren, da kaum noch inelastische Kollisionen stattfinden, d.h. die Anzahl der Teilchen bleibt, abgesehen von Zerfällen, konstant. (v) Im weiteren Verlauf der Ausdehnung des Feuerballs kommt es schließlich zum thermischen Ausfrieren. Damit sind auch elastische Reaktionen der Teilchen durch die kurzreichweitige starke Wechselwirkung aufgrund des großen mittleren Abstands untereinander eingestellt. So bleiben die Teilchenimpulse fortan konstant und die Fragmente fliegen, radial vom Zentrum weg gerichtet, weitgehend wechselwirkungsfrei auseinander. (vi) Auf langen Zeitskalen können schwache Zerfälle und elektromagnetische Übergänge die Teilchenzusammensetzung modifizieren.

Am häufigsten werden bei inelastischen Nukleon-Nukleon-Stößen Pionen produziert und aufgrund ihrer Wechselwirkung mit eben diesen Nukleonen auch wieder absorbiert. Kaonen mit s-Quarkinhalt entstehen aufgrund der 3.5 mal höheren Masse viel seltener und dienen neben den noch selteneren  $\phi$ -Mesonen als geeignete Sonden. Letztere werden bisher von den meisten Transportmodellen bezüglich der früher zugänglichen Daten zur  $\phi$ -Produktion bei SIS-Energien nicht adäquat beschrieben (" $\phi$ -Puzzle") [1]. Daher wurde wegen der großen Unsicherheiten der Messwerte die Datenlage mit Hilfe des High Acceptance Di-Electron Spectrometer (HADES) [2] verbessert. Neben der direkten Identifikation von Di-Elektronen aus dem leptonischen Zerfallskanal  $\phi \to e^+e^-$  ist dieses Instrument in der Lage, geladene Kaonen aus dem hadronischen Zerfallskanal  $\phi \to K^+K^-$  mit



**Abbildung 1.4:** Schematische Darstellung der nuklearen Zustandsgleichung für die Temperatur T = 0. Bei Kernsättigungsdichte  $n = n_0$  liegt die Bindungsenergie pro Nukleon (ausgeprägtes Minimum) bei  $E_0 = 16$  MeV und wird zusammen mit der Schwerpunktsenergie  $E_{\rm cm}$  der Kollision in thermische Energie  $E_{\rm th}$  und Kompressionsenergie  $E_C$  aufgeteilt. Abbildung aus [176]. Ohne elektromagnetische Wechselwirkung.

hoher Effizienz und gutem Signal-zu-Untergrund-Verhältnis zu detektieren. Damit ist es hervorragend als Grundlage zum Vergleich mit Transportmodellrechnungen geeignet.

Eines der interessantesten Probleme der Kernphysik besteht in einer verlässlichen Bestimmung der hadronischen Zustandsgleichung nuklearer Materie, d.h. der Zusammenhang zwischen den Zustandsvariablen wie Energie, Temperatur, Dichte und Druck. Neben der Relevanz in Schwerionenkollisionen ist dieser Aspekt vor allem in frühen Entwicklungsphasen des Universums sowie für die Neutronensternstruktur und Supernovadynamik (SN IIa) von fundamentaler Bedeutung. Aus einer Energiebilanz kann der Teil der Energie zweier kollidierender Schwerionen abgeleitet werden, der zur Verdichtung der Kernmaterie aufgewandt wird (siehe Abb. 1.4). Ein Teil der Energie wird in thermische (ungerichtete) Bewegung der Nukleonen umgesetzt und steht so auch zur Produktion neuer Hadronen zur Verfügung. Eine weitere Energiekomponente ist den verschiedenen Flussmoden der Kernmaterie zuzuordnen. Der restliche Energieanteil, ähnlich einer potentiellen Energie, entspricht der Kompressionsenergie  $E_C$ . In der Expansionsphase wird diese Energie wieder freigesetzt. Bei vorgegebener Einschussenergie kann man aus der Analyse von Anzahl, Art und Energie neu entstandener Teilchen die Kompressionsenergie und die damit assoziierte Temperatur der durch den Stoß komprimierten Materie abschätzen. Damit kann bei verschwindenden Temperaturen T = 0und Kernsättigungsdichte  $n = n_0$  auf den Inkompressibilitätsparameter

$$\kappa = \left(9n^2 \frac{\partial^2 E_C}{\partial n^2}\right)_{n=n_0},\tag{1.1}$$

d.h. die Krümmung der nuklearen Zustandsgleichung  $E_C(n, T = 0)$ , geschlossen werden. Das dient als Grundlage zur Bestimmung des sogenannten mittleren Feldes, welches die Gesamtheit der Nukleonen auf ein herausgegriffenes einzelnes Nukleon ausübt. Dieses Feld beinhaltet QCD-Effekte und berücksichtigt somit die starke Wechselwirkung in der Kernmaterie.

Ein weiterer bedeutsamer Punkt ist die Analyse von Modifikationen, die Hadronen aufgrund des sie umgebenden Mediums erfahren. Diese Meson (oder Baryon)-Nukleon Wechselwirkung, beschrieben durch Überlagerung eines skalaren und vektoriellen Potentials, verursacht eine Verschiebung zu kleineren (z.B.  $K^-$ -Mesonen) oder größeren (z.B.  $K^+$ -Mesonen) effektiven Massen.<sup>2</sup> Mit zunehmender Baryonendichte steigt der Einfluss des Potentials und wirkt sich entsprechend auf die effektive Masse der Mesonen bzw. Baryonen im Medium aus. Diese effektiven in-Medium-Massen können anhand von relativen Produktionsraten und Rapiditäts- bzw. Transversalmassenspektren untersucht werden. Theoretische Überlegungen im Rahmen von QCD-Summenregeln untermauern diesen Aspekt. Dabei wurde bisher vermutet, dass die Eigenschaften der Hadronen durch chirale Symmetrie der QCD und ihre spontane Brechung kontrolliert werden. Durch eine partielle Restauration der chiralen Symmetrie und der damit einhergehenden Absenkung bzw. Anhebung des Erwartungswertes des chiralen Quarkkondensats  $\langle q\bar{q} \rangle$  werden die Massen von Vektormesonen reduziert bzw. erhöht.

Darüber hinaus ergibt sich in Proton-Kern-Stößen anhand neuer Messdaten des Magnetspektrometers der ANKE<sup>3</sup>-Kollaboration am Cooler Synchrotron (COSY) im Forschungszentrum (FZ) Jülich die Möglichkeit, Produktion und Absorption von  $\phi$ -Mesonen in Abhängigkeit der Systemgröße zu untersuchen. Die Strahlenergie von 2.83 GeV des einlaufenden Projektil-Protons liegt entsprechend den Möglichkeiten des Beschleunigers etwas über der freien NN-Produktionsschwelle der  $\phi$ -Mesonen. Dabei bestimmen neben der Kerngeometrie vor allem Isospin-Asymmetrie, sekundäre  $\phi$ -Produktionskanäle, geometrische Akzeptanzen des Detektors sowie die  $\phi$ -Absorption die Transparenz des Targetkerns hinsichtlich dessen "Ausleuchtung" durch  $\phi$ -Mesonen. Zu jeder Zeit kann im BUU-Modell ein Ort und eine Baryonendichte angegeben werden, anhand derer der zeitliche Ablauf und das Zusammenspiel einzelner Mechanismen studiert werden kann. Die spektrale Verbreiterung des  $\phi$ -Mesons scheint dabei mit dem Effekt der Massenverschiebung zu konkurrieren. Die räumliche Ausschmierung der Verteilung von Nukleonen am Rand des Kerns spielt dabei vermutlich eine entscheidenden Rolle und beeinflusst maßgeblich die Dynamik. Begleitend trägt ein Vergleich mit analytischen Rechnungen zum Hartschalenmodell (Glauber-Modell) und Hochenergie-Limes (Eikonalapproximation) zum Verständnis der hadronischen Vorgänge in Proton-Kern-Kollisionen bei.

Bei noch höheren kinetischen Strahlenergien im Bereich von über zehn GeV pro Nukleon bis hin zu mehreren hundert GeV pro Nukleon, wie sie bereits am Super Proton Synchrotron (SPS) am CERN mit  $\sqrt{s_{NN}} = 17.2$  GeV bzw. am RHIC mit  $\sqrt{s_{NN}} =$ 200 GeV und künftig auch am LHC mit bis zu  $\sqrt{s_{NN}} = 5.5$  TeV erreicht werden, dominieren andere physikalische Effekte, wie beispielsweise Proton-Antiprotonwechselwirkungen. In Zukunft steht wohl eine weitere Beschleunigeranlage derartiger Energieregionen zur Verfügung: Das Compressed Baryon Matter (CBM)-Experiment an der Facility for Antiproton and Ion Research (FAIR) in Darmstadt ist mit Schwerpunktsenergien von  $\sqrt{s_{NN}} = 5 \dots 45$  GeV ab 2015 geplant. Bezüglich SPS- und RHIC-Energien wird ein Entropie-pro-Baryonendichte-Verhältnis von 23 bzw. 250 und eine Temperatur von 100 – 170 MeV der verdichteten Materie erzielt. Diese extremen Beding-

 $<sup>^{2}</sup>$ Mit effektiver Masse eines Teilchens ist in dem hier verwendeten Kontext die Energie bei verschwindendem Impuls gemeint. Es wird dabei unterstellt, dass der Imaginärteil der Selbstwechselwirkung klein ist und eine Quasiteilchennäherung Gültigkeit besitzt.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Apparat zum Studium von Nukleon- und Kaon-Ejektilen.

ungen produzieren unter anderem vermehrt Antiprotonen und können zum Studium der Proton-Antiproton-Annihilation genutzt werden. Dabei bestimmt der Wirkungsquerschnitt der Annihilation sowie die Entartungsfunktion maßgeblich die Dynamik von Protonen und Antiprotonen abseits des Gleichgewichts in dem betrachteten Temperaturbereich. Darüber hinaus kann man neben adiabatischer Ausdehnung verschiedene - auch mehrdimensionale - Expansionsmodelle zugrunde legen und mit Hilfe des experimentell für unser Universum verifizierten Asymmetrieparameters von Materie und Antimaterie  $\eta \sim 10^{-10}$  Hadronen- und Entropiedichte sowie das baryochemische Potential für den Big Bang und Little Bangs untersuchen und vergleichen.

Die vorliegende Arbeit stellt Untersuchungen des Verhaltens von seltsamen Hadronen und Antiprotonen in relativistischen und ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen vor. Dazu werden in Kapitel II zunächst das hier verwendete BUU-Transportmodell sowie relevante physikalische Effekte diskutiert, wie beispielsweise die Frage nach der Kompressibilität von Kernmaterie, die nukleare Zustandsgleichung sowie Massenverschiebungen von Hadronen als eine einfache Methode, Modifikationen der spektralen Eigenschaften zu erfassen. Am Beispiel der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl werden Ergebnisse in Kapitel III vorgestellt und mit den aktuellen HADES-Daten [175] verglichen. Daraus werden hinsichtlich verschiedener Observablen seltsame Hadronen, wie  $K^{\pm}$ ,  $\phi$  und  $\Xi^{-}$ , behandelt. Deren Produktions- und Zerfallsdynamik, vor allem aber Propagation und Wechselwirkungen mit komprimierter nuklearer Materie werden detailliert untersucht. Schließlich bildet eine Systematik bezüglich Stoßzentralität und Strahlenergie den Abschluss dieses Kapitels, wobei auf weitere Mesonen und experimentelle Daten Bezug genommen wird. In Kapitel IV werden aktuelle ANKE-Daten aufgegriffen und das Verhalten des  $\phi$ -Mesons in Proton-Kern-Stößen bei einer Strahlenergie von 2.83 GeV analysiert. Es werden Überlegungen zum Glauber-Modell in Eikonalapproximation vorgestellt und die eigentliche Fragestellung des Transparenzverhältnisses nach Produktions- und Absorptionsmechanismen mittels BUU-Transportrechnungen untersucht. Das Kapitel V umfasst einen kleinen Exkurs zu ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen am RHIC und SPS und den Vergleich von verschiedenen Expansionsmodellen mit der Expansionsdynamik des frühen Universums. Hier wird mit Hilfe analytischer Näherungen und numerischer Lösungsverfahren zur Boltzmann-Gleichung für diese zwei grundlegenden Szenarien das Verhalten baryonischer und antibaryonischer Materie untersucht. Abgeschlossen wird diese Arbeit in Kapitel VI mit einer Zusammenfassung und einem Ausblick. Zur Verbesserung der Lesbarkeit der Arbeit sind Notationen und technische Details in den Anhängen zu finden.

Einige Resultate, die bei der Erarbeitung der vorliegenden Schrift erzielt wurden, sind in [154, 168, 169, 170, 212, 214] publiziert.

### 2 Hadronen mit Strangeness in relativistischen Schwerionenkollisionen

Für die Beschreibung von Schwerionenkollisionen wäre es grundsätzlich wünschenswert, von einer geschlossenen quantenfeldtheoretischen Basis auszugehen. Für die hier verfolgten Ziele gibt es diese Basis bestenfalls in Ansätzen. Da relativistische Schwerionenkollisionen zu modellieren sind, ist eine manifest kovariante Formulierung nötig. Die Erzeugung sekundärer Teilchen (Hadronen und deren Zerfallsprodukte) machen die Einbeziehung von quantenmechanischen Übergangsamplituden mit verschiedenen Teilchensorten in Anfangs- und Endzuständen notwendig. Die Konversion von der gerichteten Bewegung der Atomkerne vor dem Stoß in teilweise abgebremste Nukleonen mit weiterhin longitudinaler Bewegung und der Entstehung einer starken transversalen Bewegung durchläuft Nichtgleichgewichtsstadien. Die Formierung von Fragmenten würde die Lösung des nuklearen Vielteilchenproblems erfordern.

In dieser Situation sind eine ganze Anzahl von verschiedenen Modellen entwickelt worden, die zumindest teilweise die genannten Anforderungen erfüllen. Für eine Orientierung ist es nützlich, auf die Separation von Skalen zu verweisen: In relativistischen Schwerionenkollisionen sind die Anfangsimpulse der Nukleonen groß (man verwendet bei dieser Betrachtung zweckmäßig das Schwerpunktsystem der kollidierenden Kerne) gegenüber den Fermi-Impulsen der Nukleonen in den jeweiligen Kernen. Damit kann für viele Zwecke auf die exakte Behandlung des nuklearen Vielteilchensystems verzichtet werden und eine vereinfachte Beschreibung verwendet werden. Die Atomkerne werden somit als Ensembles von Nukleonen beschrieben, deren niederenergetische Anregungsmoden vernachlässigt werden.

Makroskopische Beschreibungen, wie z.B. hydrodynamische Modelle, gehen von einer lokalen Gleichgewichtsdynamik aus und behandeln so die Kernmaterie wie ein nukleares Fluid. Voraussetzungen dieser Modelle sind eine hohe Anzahl an Freiheitsgraden und eine kurze mittlere freie Weglänge des Nukleons im Vergleich zur räumlichen Ausdehnung des Systems und des Gradienten. Quanteneffekte werden in der nuklearen Zustandsgleichung berücksichtigt. Phänomene abseits des Gleichgewichts können durch dissipative Terme, die z.B. mit Viskositäten und Wärmeleitung verknüpft sind, beschrieben werden, solange Abweichungen vom lokalen Gleichgewicht hinreichend klein sind. Weiterhin sind Fragmentformation sowie Teilchenerzeugung- und Vernichtung, wie sie als relevante Prozesse in Schwerionenkollisionen auftreten, teilweise berücksichtigt. Stärkere Abweichungen vom lokalen Gleichgewicht sind nicht, bzw. nur mit speziellen Ansätzen wie in Multifluid-Modellen, zu erfassen. Ein großer Vorteil ist die zentrale Rolle der nuklearen Zustandsgleichung, die prinzipiell mit Methoden der Quantenstatistik zu berechnen ist und deren Untersuchung im Fokus andauernder Forschung steht. Fluiddynamische Modelle eignen sich insbesondere für gewisse Abschnitte in der Dynamik, z.B. der Expansionsphase nach dem Zustand maximaler Kompression, in dem die Entropieproduktion weitgehend abgeschlossen ist und lokale Äquilibrierung erreicht wurde.

Außerdem kann die Beschreibung der Dynamik eines Schwerionenstoßes von der

Anfangsphase bis zum Ausfrieren <sup>1</sup> auf mikroskopischer (kinetischer) Ebene betrachtet werden. Diese sogenannten Transportmodelle dienen als Erweiterung der Kaskadenmodelle [89, 93], in denen Schwerionenkollisionen zunächst durch die zeitliche Abfolge von Baryon-Baryon- und Meson-Baryon-Wechselwirkungen beschrieben werden, wobei die Produktion und Absorption von Mesonen durch Population und Zerfall von Nukleonresonanzen realisiert ist. Das führt zu Modellen, in denen Nichtgleichgewichtsprozesse in adäquater Weise behandelt werden können und Teilchenensembles als Verteilungsfunktion im Phasenraum beschrieben werden. Somit können Teilcheneigenschaften, die durch die Anwesenheit eines äußeren Mediums hervorgerufen werden, durch die zusätzliche Implementierung von mittleren Feldern bzw. Potentialen ebenso behandelt werden wie in-Medium-Wirkungsquerschnitte und Zerfallsbreiten - je nachdem, in welcher lokalen Umgebung das Teilchen gerade propagiert. So lassen sich beispielsweise Änderungen der spektralen Eigenschaften von Hadronen beschreiben, welche häufig durch "Massenverschiebungen" und Kollisionsverbreiterungen parametrisiert werden.

Zunächst existieren, aufbauend auf [89, 93], zwei große Kategorien von Transporttheorien, im Rahmen derer die Physik von Schwerionenstößen untersucht werden kann: Auf der einen Seite existiert die Quantenmolekulardynamik (QMD) [94], mit verschiedenen Spezialisierungen und Erweiterungen auf relativistische (RQMD) [167]- und ultrarelativistische (UrQMD) [166] Effekte mit Berücksichtigung des Isospins (IQMD) [165]. Dabei wird im Wesentlichen in all diesen Ansätzen von Vielteilchenverteilungsfunktionen ausgegangen, wobei jedem durch den Raum propagierenden Teilchen ein Gauß'sches Wellenpaket im Orts- und Impulsraum zugeordnet wird. Dem gegenüber steht die Realisierung von Teilchentransport über die quasi-klassische Boltzmann-Gleichung der Einteilchenverteilungsfunktion mit einem speziellen Kollisionsintegral, auch Boltzmann-(Vlasov)-Ühling-Uhlenbeck (BUU)-Theorie [81, 91, 92] genannt. Darin ist, ausgehend von [89], neben der Berücksichtigung von Isospineffekten und relativistischer Kinematik [88, 90, 150] die Teilchenwechselwirkung über eine (ggf. nicht-relativistische) Behandlung eines mittleren Feldpotentials realisiert. Zweiteilchenkorrelationen und Phänomene der Fragmentformation können durch Zusatzannahmen implementiert werden.<sup>2</sup>

Mit diesen Möglichkeiten zur Beschreibung der Dynamik des Feuerballs können elastische und inelastische Teilchenkollisionen innerhalb dieses heißen und dichten Mediums simuliert werden. Darüber hinaus werden neben den bereits vorhandenen Kernteilchen (Protonen und Neutronen) eine Vielzahl weiterer Baryonen und Mesonen erzeugt und teilweise auch wieder absorbiert. Dabei entstehen bei SIS 18-Energien unter anderem seltene Hadronen mit Strangeness-Inhalt, wie z.B.  $K^+$ -Mesonen  $(u\bar{s}), K^-$ -Mesonen  $(s\bar{u}),$  $\phi$ -Mesonen  $(s\bar{s}), \Lambda$ - und  $\Sigma$ -Hyperonen (uds, dds, uus) und  $\Xi^-$ -Hyperonen (dss).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Unter dem Ausfrieren versteht man die Desintegration des nuklearen Feuerballs in einem Stadium, in dem die mittleren Hadronenabstände größer als die Reichweite der starken Wechselwirkung zwischen den Hadronen sind.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Natürlich existieren auch noch weitere Ansätze im Rahmen kinetischer Theorien, wie z.B. die Bogolyubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon (BBGKY)-Hierarchie als zweckmäßige (verallgemeinerte) Definition für Verteilungsfunktionen oder die Hadronendynamik im Rahmen der Stringtheorie (HSD) aus dem BUU-Modell der Gießen-Gruppe [85, 86, 87]. Für niedrige kinetische Strahlenergien  $E_{\text{beam}} < 1 \text{ GeV}$  pro Nukleon wird eine Molekularfeldtheorie (MFT) bevorzugt, wie z.B. die Time-Dependent Hartree-Fock Approximation (TDHF). Dabei wird ein N-Körper-System durch ein Ein-Körper-Problem mit externem Feld ersetzt. Im Hochenergiesektor  $E_{\text{beam}} > 1 \text{ AGeV}$  werden genau solche Zwei-Körper-Stöße und Teilchenproduktionen wichtig und müssen entsprechend berücksichtigt werden. Das kann über verschiedene Ansätze nach Kadanoff-Baym, Boltzmann-Nordheim, Ühling-Uhlenbeck oder Landau-Vlasov erfolgen.

#### 2.1 Transportmodelle

In dieser Arbeit sind die vorgestellten Resultate überwiegend mit einer kinetischen (Transport-) Theorie auf Einteilchenniveau simuliert worden. Die numerische Umsetzung erfolgte im Budapest-Rossendorf-BUU-Code [81], dessen Grundlagen nun besprochen werden sollen.

Die zeitliche Entwicklung der skalaren Einteilchenverteilungsfunktion  $f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)$  der Teilchensorte *i* kann im Rahmen einer mikroskopischen und semiklassisch-relativistischen Transporttheorie über gekoppelte Gleichungen vom BUU-Typ

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{\partial H_i}{\partial \vec{p}} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{r}} - \frac{\partial H_i}{\partial \vec{r}} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{p}} = \sum_j \mathcal{C}_{ij} + \sum_j \mathcal{G}_{j \to i} + \sum_j \mathcal{L}_{i \to j}$$
(2.1)

beschrieben werden. Dabei steht auf der linken Seite der Liouville-Operator (die ersten beiden Terme, der zweite Term wird auch Driftterm genannt). Der Liouville-Anteil kann manifest kovariant als  $p_{\mu}\partial f/\partial x^{\mu}$  geschrieben werden. Der dritte Term repräsentiert den Vlasov-Term, der wiederum manifest-kovariant als  $F^{\mu}\partial f/\partial p^{\mu}$  zu notieren wäre. Da die externe Kraft  $F^{\mu}$  Einschränkungen unterliegt, kann auf den rein räumlichen Anteil projiziert werden. In Anlehnung an die nicht-relativistische Notation werden dann Drift-Term und Vlasov-Term wie in Gl. (2.1) behandelt, wobei in der Kopplung an das mittlere Feld die Dynamik des Systems mittels einer approximierten Hamilton-Funktion

$$H_i(\vec{r}, \vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + (m_i + U_i^r(\vec{r}, \vec{p}\,))^2} \approx \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2} + U_i(\vec{r}, \vec{p}\,)$$
(2.2)

im Quasiteilchenlimit auf hadronischer Ebene repräsentiert wird. Die Näherung bezieht sich hier auf einen nicht-relativistischen Grenzwert, indem das mittlere Feld  $U_i$  additiv zur Gesamtenergie hinzugefügt wird. Im lokalen Ruhesystem der Materie wird die Ruhemasse  $m_i$  einer speziellen Hadronenspezies *i* und der räumliche Impuls  $\vec{p}$  definiert.

Neben der einfachen partiellen Zeitableitung der Einteilchenverteilungsfunktion berücksichtigt der Vlasov-Term die Drift des entsprechenden Nukleons ebenso wie die Tatsache, dass das einzelne Nukleon die Anwesenheit der restlichen Kernteilchen über das mittlere Feld  $U_i$  wahrnimmt. Das mittlere Feld ist kein externes, vorgegebenes Feld, sondern selbstkonsistent mit der Verteilungsfunktion  $f_i$  zu berechnen. Dieses skalare und impulsabhängige Nukleon-Nukleus-Potential berücksichtigt keine direkten "harten" Wechselwirkungen der Teilchen untereinander, sondern repräsentiert die Dynamik des Systems (sogenannte weiche Interaktionen). Im vorliegenden Code ist das mittlere Feld aus einem dichteabhängigen Skyrme-Anteil und einem impulsabhängigen Term zusammengesetzt:

$$U = A\frac{n}{n_0} + B\left(\frac{n}{n_0}\right)^{\tau} + C\frac{2}{n_0}\int \frac{d^3p'}{(2\pi)^3} \frac{f(\vec{r}, \vec{p}')}{1 + (\frac{\vec{p} - \vec{p}'}{\Lambda})^2}.$$
(2.3)

Dabei steht n und  $n_0$  für die Baryonendichte bzw. die Sättigungsdichte normaler Kernmaterie. Eine detaillierte Erläuterung dieses speziellen mittleren Feldes findet sich in Abschnitt 2.5.

Um eine konsistente Beschreibung der Prozesse in einem Vielteilchensystem außerhalb des kinetischen und chemischen Gleichgewichtszustands zu erhalten, ist es nötig, direkte Zwei-Teilchen-Wechselwirkungen, wie elastische und inelastische Stöße, sowie deren differentielle Produktionsquerschnitte in Gl. (2.1) zu implementieren. Das geschieht über den binären Stoßterm  $C_{ij}$  (erster Term auf der rechten Seite von Gl. (2.1))

$$C_{i} = \sum_{j} C_{ij} = -\frac{1}{(2\pi)^{9}} \int d^{3}p_{1'} d^{3}p_{2'} d^{3}p_{2} \cdot d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} v_{12}$$
(2.4)

$$\times [f_i f_2 (1 - f_{1'})(1 - f_{2'}) - f_{1'} f_{2'} (1 - f_i)(1 - f_2)] \times (2\pi)^3 \delta^3 (\vec{p} + \vec{p}_2 - \vec{p}_{1'} - \vec{p}_{2'}),$$

der somit (2.1) zu einem Satz nicht-linearer partieller Integro-Differentialgleichungen formt. Der Stoßterm beinhaltet zunächst den Beitrag elastischer Streuung durch den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\sqrt{s})$ .<sup>3</sup> Die Relativgeschwindigkeit von Hadron 1 und 2 wird durch  $v_{12}$  beschrieben. Im Fall von Fermionen als entsprechende Spin-1/2-Hadronensorte *i* ist das Pauli'sche Ausschließungsprinzip durch eine Kombination der Pauli-blocking-Faktoren  $(1 - f_i), (1 - f_{1'}), (1 - f_{2'})$  und  $(1 - f_2)$  realisiert.

Neben Reaktionen wie beispielsweise  $i + 2 \rightarrow 1' + 2'$  und deren Umkehrreaktionen  $1' + 2' \rightarrow i + 2$  (detaillierte Balance), wird das Stoßintegral  $C_{ij}$  durch weitere mögliche inelastische Stöße, z.B.  $1 + 2 \rightarrow 1' + 2' + 3'$ , erweitert. Diese können laut (2.1) additiv durch einen Gewinnterm  $\mathcal{G}_{j\rightarrow i}$ , d.h. eine Verstärkungsreaktion des *i*-ten Teilchenkanals  $1 \rightarrow i + 1'$ , oder einen Verlustterm  $\mathcal{L}_{i\rightarrow j}$  in *i*, also die Verlustreaktionen  $i + 1 \rightarrow 1'$ ,  $i \rightarrow 1' + 2'$  etc., ausgedrückt werden. Dabei können Teilchengewinne und -verluste als Umwandlungsmechanismen bzw. Zerfälle instabiler Teilchen interpretiert werden. Die korrekte Implementierung der detaillierten Ballance für Vielteilchenstöße  $1+2+3+n \rightarrow 1'+2'$  stellt ein notorisches Problem dar.

#### 2.2 Bewegungsgleichungen

Die Auswertung dieser gekoppelten partiellen Integro-Differentialgleichungen ist aufgrund ihrer Komplexität in realistischen Anwendungen nur numerisch möglich. Für relativistische Schwerionenstöße kann dazu die Methode der Parallelensembles <sup>4</sup> verwendet werden, welche Gl. (2.1) in ein Gleichungssystem gewöhnlicher Differentialgleichungen überführt (siehe [81, 98, 99, 152, 186] und im Detail [89, 153]). So wird die Verteilungsfunktion  $f_i(\vec{r}, \vec{p}, t)$  in eine Summe von orts- und impulsabhängigen Deltadistributionen zerlegt,

$$f_i(\vec{r}, \vec{p}, t) = \frac{1}{\tilde{N}N} \sum_{n=1}^{N \times N} \delta^{(3)}(\vec{r} - \vec{r}_i^{(n)}(t)) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}_i^{(n)}(t)).$$
(2.5)

Dabei steht N für die Gesamtzahl der Parallelensembles bei einem Testteilchen pro Nukleon, N = 1. So erhält man die Hamilton'sche Bewegungsgleichungen der Nukleonen (i = N) als

$$\frac{d\vec{r}_i^{(n)}}{dt} = \frac{\partial H_i}{\partial \vec{p}_i^{(n)}} = \vec{v}_i^{(n)},\tag{2.6}$$

$$\frac{d\vec{p}_i^{(n)}}{dt} = -\frac{\partial H_i}{\partial \vec{r}_i^{(n)}} = -\vec{\nabla}_r U_i(n(\vec{r}), \vec{p})$$
(2.7)

mit dem mittleren Feld (Kopplung über starke Wechselwirkung) als Repräsentant des Nukleon-Nukleus Potentials. Man verfolgt die klassischen Trajektorien jedes einzelnen

 $<sup>{}^{3}</sup>s = (p_1 + p_2)^2$  ist die Mandelstam-Variable, die in invarianter Weise das Quadrat der Gesamtenergie zweier Teilchen beschreibt.  $p_{1,2}$  sind die entsprechenden Viererimpulse der Teilchen 1 und 2.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Aufgrund des limitierten temporären Speichers gegenwärtig verfügbarer Computer beträgt die Obergrenze der Anzahl an Parallelensembles  $\tilde{N} \leq 10^5/(A_P + A_T)$ . Die Massenzahlen von Projektil und Target sind durch  $A_P$  bzw.  $A_T$  symbolisiert.

Nukleons der insgesamt  $(N_A + N_B)$  an der Kollision beteiligten Nukleonen in jedem Zeitschritt. Da bei der Formulierung von (2.1) eine genügend "glatte" Verteilungsfunktion  $f_i$  vorausgesetzt wurde, die aber mit dem Ansatz (2.5) für N = 1 (Parallelensemble-Methode) keinesfalls realisiert ist, nimmt man in jedem Zeitschritt bei der Lösung von (2.6, 2.7) eine Mittlung über Parallelensembles als Überlagerung von Deltadistributionen vor. Das gilt für die Berechnung von Größen, in die lokale Eigenschaften der Verteilungsfunktionen eingehen, d.h. für das mittlere Feld  $U_i$  in (2.7) und dessen Gradient. Wie in [163] gezeigt wurde, erhält man, falls nur elastische Stöße betrachtet werden, im Limit  $\tilde{N} \to \infty$  eine approximative Lösung von (2.1, 2.4) - im Vergleich zur exakten Lösung bei Anwendung des Grenzwertes  $N = \infty$  der sogenannten "full ensemble"-Methode. Um die Statistik der Observablen zu verbessern, wird nach jedem Durchlauf der vollen Simulationsdauer über alle voneinander völlig unabhängigen subsequenten Durchgänge K summiert und arithmetisch gemittelt. Diese zusätzliche Mittlung führt zu einer Berechnungsdauer  $\sim \tilde{N}K$ . Analoge Betrachtungen gelten für die anderen Teilchen.

#### 2.3 Stöße

Binäre elastische Kollisionen  $i + 1 \rightarrow i' + 1'$  sind im Stoßterm (2.4) bereits enthalten. Binäre inelastische Stöße vom Typ  $i + 1 \rightarrow 1' + 2'$  (Verlustterm) und  $1 + 2 \rightarrow i + 2'$  (Gewinnterm), wobei 1, 2 und 1' + 2' nicht die Teilchensorte *i* beinhalten, sind analog zu implementieren und realisieren das Prinzip der detaillierten Balance. Inelastische Stöße vom Typ  $1+2 \rightarrow 1'+2'+X$  können ebenfalls mit einer in diesem Abschnitt beschriebenen Methode berücksichtigt werden; allerdings erfordert die Rückreaktion  $1+2+X \rightarrow 1'+2'$  gesonderte Betrachtungen.

Vermöge der Lösungen von (2.6, 2.7) wird die Trajektorie jedes Nukleons in jedem Parallelensemble verfolgt. Eine harte Kollision (Stoß) findet statt, wenn zwei Teilchen *i* und *j* eine Annäherung [211]

$$\delta \le b_{\max} = \sqrt{\frac{\sigma_{ij}^{\text{tot}}(\sqrt{s})}{\pi}} \tag{2.8}$$

innerhalb des Zeitintervalls  $\delta t$  unterschreiten. Gewichtet nach den Anteilen der elastischen und inelastischen Wirkungsquerschnitte wird dann entschieden, ob die Streuung elastisch oder inelastisch ist. Exemplarisch sollen hier für die Kollision zweier Nukleonen (i = j = N) die einzelnen Streuwahrscheinlichkeiten zum totalen Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{NN}^{\text{tot}} = \sigma_{NN}^{\text{el}} + \sigma_{NN}^{\text{inel}}$  betrachtet werden. Für die elastische Streuung findet man die Parametrisierung [89] mit  $\sqrt{s}$  in GeV zu

$$\sigma_{NN}^{\rm el}(\sqrt{s}) = \begin{cases} 55 \text{ mb } \text{für } \sqrt{s} < 1.8993 \text{ GeV} ,\\ 20 \text{ mb } + \frac{35 \text{ mb}}{1 + 100 \text{ GeV}^{-2} \left(s - 1.8993^2 \text{ GeV}^2\right)} \text{ für } \sqrt{s} > 1.8993 \text{ GeV}, \end{cases}$$

$$(2.9)$$

sowie für die inelastischen binären Stöße  $NN \to N\Delta$  und  $NN \to \Delta\Delta$  (One Boson Exchange (OBE)-Modellrechnungen von Dmitriev und Sushkov [95] und von Huber und Aichelin [35]), die näherungsweise ebenfalls parametrisiert werden können durch [89]

$$\sigma_{NN\to N\Delta}^{\text{inel}}(\sqrt{s}) = \begin{cases} 0 \text{ für } \sqrt{s} < 2.015 \text{ GeV} .\\ \frac{20 \text{ mb } (\sqrt{s} - 2.015 \text{ GeV})^2 \text{ GeV}^{-2}}{0.015 + (\sqrt{s} - 2.015 \text{ GeV})^2 \text{ GeV}^{-2}} \text{ für } \sqrt{s} > 2.015 \text{ GeV} . \end{cases}$$
(2.10)

Die Rückreaktion lautet formal

$$\sigma_{N\Delta \to NN}^{\text{inel}}(\sqrt{s}) = (p_f/p_i)^2 \frac{1}{8} \sigma_{NN \to N\Delta}^{\text{inel}}$$
(2.11)

und folgt aus der detaillierten Balance [89], wobei  $p_i = 1/\sqrt{s}([s - (m_N - m_{\Delta})^2] \times [s - (m_N + m_{\Delta})^2])^{1/2}$  bzw.  $p_f = \sqrt{s/4 - m_N^2}$  für die Eingangs- bzw. Ausgangsimpulse der Baryonen im Schwerpunktsystem stehen. Der Faktor 1/8, welcher Spin, Isospin und identische Teilchen im Ausgangskanal berücksichtigt, wurde entsprechend für alle möglichen Kombinationen der Nukleonen angepasst. Der Wert 2.015 GeV in Gl. (2.10) ist gerade die minimale Grenzenergie  $(2m_N + m_{\pi})$ , die zur Bildung eines  $\Delta$ -Baryons notwendig ist, das anschließend in ein Nukleon und ein Pion zerfällt. Der Abschneideparameter für den elastischen Wirkungsquerschnitt von 55 mb in Gl. (2.9) ergibt sich bei Schwerpunktsenergien kleiner als  $(2m_N [\text{GeV}] + 0.02 \text{ GeV})$ .

Ein Problem ist die Behandlung von Nukleon-Nukleon-Kollisionen für kleine Abstände. Es muss verhindert werden, dass ein Nukleon in dem Kraftfeld des anderen innerhalb des Zeitschritts  $\delta t$  "gefangen" bleibt, falls die Entfernung zu gering ist. Einen Ausweg aus diesem Dilemma findet man, indem für eine gewisse Anzahl an Zeitschritten (beispielsweise  $10\delta t$ ) eine Wechselwirkung dieses Nukleons explizit ausgeschlossen wird und sich so seine Entfernung zum anderen Nukleon vergrößern kann.

Bei der inelastischen Streuung wird vielfach von einer isotropen Emission des neu gebildeten Teilchens (z.B. Delta-Resonanz) ausgegangen und ein konkreter Streuwinkel nach einer Gleichverteilung bestimmt. Obwohl Gl. (2.6) und (2.7) klassische Trajektorien bestimmen, wird in der Realisierung der Stöße ein vom lokalen Impaktparameter unabhängiges stochastisches Element eingeführt, welches einen Teil des quantenmechanischen Charakters einer Streuung realisieren soll.

Für "weiche Kollisionen" ist das mittlere Feld, welches von der starken Wechselwirkung mit der das Nukleon umgebenden baryonischen Materie ausgeht, verantwortlich. Diese Interaktion zwischen einem Teilchen und der umgebenden Kernmaterie wird für jedes einzelne Teilchen zu jedem Zeitschritt sukzessive berechnet.

Insgesamt verläuft die kinetische Simulation im BUU-Code wie folgt ab: (i) Initialisieren der Phasenraumverteilungen der Nukleonen in den Ruhesystemen der betrachteten Schwerionen  $A_1$  und  $A_2$  (für Details siehe Anhang A, D und der folgende Abschnitt) für  $\tilde{N}$  Parallelensembles, (ii) Boosten jeweils zweier Kerne  $A_1$  und  $A_2$  mit dem Impaktparameter b im Impuls-Schwerpunktsystem, um Relativgeschwindigkeiten zu minimieren, (iii) individuelles Verfolgen der Dynamik in den Parallelensembles; bei der Berechnung von mittleren Feldern und deren Charakteristika ist in jedem Zeitschritt über die Parallelensembles zu mitteln.

Zusätzlich zum Impuls eines Teilchens wird der Fermi-Impuls aufgrund der Unschärfe innerhalb des Kerns berücksichtigt und die Wahrscheinlichkeit einer Streuung durch Pauli-blocking für Fermionen, insbesondere Nukleonen, beeinflusst. Auch die elektromagnetische Wechselwirkung als weitere fundamentale Kraft in der Natur wird durch ein Coulomb-Potential repräsentiert, wodurch jedem geladenen Teilchen ein Ladungsradius zugeordnet wird. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist jedoch im Vergleich zur starken Wechselwirkung stark unterdrückt und wurde deshalb bei den hier durchgeführten Rechnungen nicht berücksichtigt.

#### 2.4 Initialisierung und Evolution

Zunächst ist es notwendig, die Frage zu beantworten, wann, wo und ob überhaupt Teilchen miteinander stoßen. Dazu müssen die Eingangskonditionen fixiert werden. So wird die komplette Simulationsdauer von 60 fm/c in gleichgroße Zeitschritte  $\delta t$  zu je 0.5 fm/c <sup>5</sup> aufgeteilt. Zum Anfangszeitpunkt t = 0 werden die Positionen innerhalb des Kerns und Impulse sämtlicher partizipierenden, zunächst als punktförmig angenommenen Protonen und Neutronen über Monte-Carlo (MC)-sampling festgelegt, ausgehend vom betrachteten System kollidierender Ionen und deren Stoßzentralität. Dabei wird eine Distanz der Kerne von  $r_{\text{dist}} = 2.9$  fm festgelegt, um die Zeit bis zum Kontakt der Kerne zu minimieren und gerade noch den Einfluss des mittleren Feldes auf den jeweils anderen Kern beim Start der Simulation gewährleisten zu können. Die Entfernung der Kernzentren bei t = 0 beträgt

$$r_{\max} = r_P + r_T + r_{\text{dist}} \tag{2.12}$$

mit  $r_P$  und  $r_T$  als Projektil- und Targetradius (siehe Anhang D). Dabei wird der Ursprung des Koordinatensystems in Strahlrichtung, abhängig vom Bezugssystem, auf  $z_0 = 0$  (CM-System, Ort des Massenmittelpunkts der Kerne) bzw.  $z_0 = r_{\max}(A_P/(A_P + A_T)) + 20 \text{ fm} - r_P - r_{\max}$  (Laborsystem, Ort des Targetzentrums) fixiert, wobei  $A_P$  und  $A_T$  wieder die Massenzahlen des Projektils und des Targets repräsentieren. Während der Simulation wird zu jedem Zeitschritt nicht nur Ort und Impuls jedes Teilchens aufgezeichnet, sondern auch eine Reihe weiterer elementarer Informationen, wie z.B. Typus, Ladung, Isospin, letzter Kollisionspartner, Anzahl an Wiedererzeugungen und Absorptionen, Target- oder Projektilzugehörigkeit etc.. Im Allgemeinen verfolgt man so die Dynamik bis zu 60 fm/c nach Beginn der Simulation und speichert dann zur Auswertung die Phasenraumverteilungen der einzelnen Teilchen.

#### 2.5 Zustandsgleichung

Eine wichtige Größe in relativistischen Schwerionenkollisionen ist die Zustandsgleichung der nuklearen Materie. Über sie kann, ähnlich wie für eine Flüssigkeit oder ein Gas, die Inkompressibilität  $\kappa$  ausgedrückt werden. Das Schwerionsynchrotron SIS 18 an der GSI wurde gebaut, um die nukleare Zustandsgleichung experimentell zu bestimmen. Das verdeutlicht die Bedeutung dieser Observable. In der Tat waren die Experimente der Kollaborationen FOPI <sup>6</sup> und KaoS <sup>7</sup> darauf gerichtet, die nukleare Inkompressibilität zu quantifizieren. Im hier verwendeten Zugang stellt das mittlere Feld (2.3) für Nukleonen den besten Zugang zur nuklearen Zustandsgleichung dar. Die Parameter A, B, C,  $\Lambda$  und  $\tau$  in U (2.3) legen die Inkompressibilität  $\kappa$  eindeutig durch folgende Nebenbedingungen [160, 161, 162] fest:

$$X_1(C) = A + B, (2.13)$$

$$X_2(C) = \frac{3A}{2} + \frac{3B\tau}{\tau + 1},\tag{2.14}$$

 $<sup>{}^{5}</sup>$ Es kann angenommen werden, dass innerhalb dieses Zeitintervalls höchstens eine Streuung eines Teilchens an einem anderen Teilchen stattfindet.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Das Akronym "FOPI" steht für " $4\pi$ " und bezeichnet die nahezu vollständige Raumwinkelabdeckung des Detektors der GSI.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Eine Abkürzung für das frühere Kaonen-Spektrometer bei der GSI in Darmstadt.

$\kappa \; [ \; {\rm MeV} ]$	$A \;[\mathrm{MeV}]$	B [ MeV]	C [ MeV]	$\Lambda \ [1/\mathrm{fm}]$	au
185 (SS)	-582.49	529.29	/	/	1.09
185 (SSm)	-997.15	1027.65	-64.65	2.16	1.03
215 (S)	-285.10	231.92	/	/	1.22
215 (Sm)	-120.30	150.80	-64.65	2.16	1.23
290 (M)	-158.64	105.45	/	/	1.57
290 (Mm)	-26.09	56.59	-64.65	2.16	1.76
380 (H)	-124.17	70.98	/	/	2.00
380 (Hm)	-7.44	37.94	-64.65	2.16	2.40

**Tabelle 2.1:** Parameter für unterschiedliche Steifheiten (SS, S, M oder H) der nuklearen Zustandsgleichung mit (m) und ohne Impulsabhängigkeit. Letzterer Fall macht einen Eintrag für  $\Lambda$  aufgrund von C = 0 bedeutungslos.

$$\kappa = 3A + \frac{3B\tau}{\tau+1}(3\tau-1) + 42.03 \text{ MeV} - 138.63 \text{ MeV}$$
(2.15)

mit den Fallunterscheidungen bezüglich der Impulsabhängigkeiten für  $C \neq 0$  und C = 0:

$$C = 0 \begin{cases} X_1 = -53.20 & \text{MeV} \\ X_2 = -44.45 & \text{MeV} \end{cases}, \quad C \neq 0 \begin{cases} X_1 = 30.50 & \text{MeV} \\ X_2 = 68.98 & \text{MeV} \end{cases}$$
(2.16)

Die Parameter C und  $\Lambda$  sind wiederum eindeutig durch die Randbedingungen

$$U(p=0) = -75.0 \text{ MeV},$$
 (2.17)

$$U(p = \infty) = 30.5 \quad \text{MeV} \tag{2.18}$$

für den Fall  $n = n_0$  fixiert (siehe auch [161, 185]). Tabelle 2.1 zeigt die Werte der einzelnen Parameter für entsprechende Inkompressibilitäten. Dadurch wird die Steifheit der Zustandsgleichung bestimmt, und man kann nach der Terminologie von [81] zwischen extrem weicher (super soft - SS), weicher (soft - S), mittlerer (medium - M) und harter (hard - H) Zustandsgleichung differenzieren. Hinzu kommt die mögliche Impulsabhängigkeit (m) im letzten Term des mittleren Feldes (Gl. (2.3)), die sich mit dem Parameter C = 0 oder  $C \neq 0$  einfach steuern lässt. Das bedeutet aber auch, dass zwei mögliche Potentialverläufe, eben solche, die zu C = 0 bzw.  $C \neq 0$  gehören, zu einer speziellen Inkompressibilität  $\kappa$  existieren.

Friert man die Parameter, die die Inkompressibilität steuern, ein (siehe [168]), ergibt sich das Inkompressibilitätsmodul  $\kappa$  zu

$$\kappa \equiv 9n^2 \frac{\partial^2}{\partial n^2} \left(\frac{E}{A}(n)\right)_{n=n_0}$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{m_N}{p_F}\right)^3 \left[ \left(3\frac{p_F}{m_N} + \left(\frac{p_F}{m_N}\right)^3\right) \left(1 + \left(\frac{p_F}{m_N}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} - 3\ln\left(\frac{p_F}{m_N} + \sqrt{1 + \left(\frac{p_F}{m_N}\right)^2}\right) \right] + 3A + \frac{3B\tau(3\tau - 1)}{\tau + 1} + \frac{C}{2\pi^4} \frac{\Lambda^6}{n_0^2} \left[ - \left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^2\right) \ln\left(1 + \left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^2\right) \right].$$

$$(2.19)$$



**Abbildung 2.1:** Spezifische Energie pro Nukleon (linke Seite) und des mittleren Feldes (rechte Seite) für T = 0 in Abhängigkeit der Baryonendichte für die verschiedenen Fälle unterschiedlicher Kompressibilität nach Tab. 2.1.

Für Temperaturen am absoluten Nullpunkt T = 0 und in lokaler Dichteapproximation ergibt sich eine dichteabhängige Kompressionsenergie pro Nukleon zu  $E/A(n, T = 0) = (1/n) \int U dn$  mit dem Fermi-Impuls  $p_F(n) = (1.5\pi^2 n)^{1/3}$ . Damit erhält man durch Integration des Potentials die Energie pro Nukleon bei p = 0

$$\frac{E}{A}(n/n_0) = \frac{3}{8}m_N \left(\frac{m_N}{p_F}\right)^3 \left[ \left(\frac{p_F}{m_N} + 2\left(\frac{p_F}{m_N}\right)^3\right) \left(1 + \left(\frac{p_F}{m_N}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} (2.20) - \ln\left(\frac{p_F}{m_N} + \sqrt{1 + \left(\frac{p_F}{m_N}\right)^2}\right) \right] - m_N + \frac{A}{2}\frac{n}{n_0} + \frac{B}{\tau + 1}\left(\frac{n}{n_0}\right)^{\tau} + \frac{C}{24\pi^4}\frac{\Lambda^6}{n_0^2}\left(\frac{n}{n_0}\right)^{-1} \left[ -\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^2 - \pi\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^3 + \frac{3}{2}\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^4 + 2\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^3 \left(\arctan\left(\frac{\Lambda}{2p_F}\right) - \arctan\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)\right) + \left(1 + 3\left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^2\right) \ln\left(1 + \left(\frac{2p_F}{\Lambda}\right)^2\right) \right],$$

die in Abb. 2.1 (linke Seite) dargestellt ist. Dabei bewirkt der zusätzliche impulsabhängige Term nur eine marginale Erhöhung (für harte EoS) bzw. Verringerung (mittlere, weiche und extrem weiche EoS) der Kompressionsenergie bei Dichten von  $n \sim 3n_0$ . Bei Kernsättigungsdichte tritt in allen Fällen das Minimum bei  $E/A(n = n_0) =$ -16 MeV auf, was der typischen Bindungsenergie pro Nukleon ohne Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkung entspricht (siehe Gl. (2.17)).

Dem voraus geht die Bestimmung des mittleren Potentials [162] zu

$$U(n/n_0) = A \frac{n}{n_0} + B \left(\frac{n}{n_0}\right)^{\tau} + \frac{C\Lambda^3}{\pi^2 n_0} \left[\frac{p_F^2 + \Lambda^2 - p^2}{2p\Lambda} \ln \frac{(p+p_F)^2 + \Lambda^2}{(p-p_F)^2 + \Lambda^2} + \frac{2p_F}{\Lambda} - 2\left(\arctan\left(\frac{p+p_F}{\Lambda}\right) - \arctan\left(\frac{p-p_F}{\Lambda}\right)\right)\right].$$
(2.21)



Abbildung 2.2: Massenverschiebungen von Kaonen- und Antikaonen (linke Seite) bzw.  $\phi$ - und  $\Xi$ --Massenverschiebungen (rechte Seite) in Abhängigkeit der normierten Baryonendichte für verschiedene Konstanten  $C_i$  der Parametrisierung (2.23) (ausgedrückt durch eine Massenveränderung bei Kernsättigungsdichte).

Abbildung 2.1 (rechte Seite) zeigt den funktionalen Verlauf U(n) eines in der Materie ruhenden Nukleons (p = 0). Dabei fallen die verschiedenen Werte des mittleren Feldes mit bzw. ohne Impulsabhängigkeit bei Sättigungsdichte ins Auge. Für den Fall C = 0 beträgt der Wert von U gemäß der ersten Forderung in Gl. (2.13) -53.2 MeV, was gleichzeitig das Minimum darstellt. Bei einer Impulsabhängigkeit liest man für alle Kompressibilitäten einen Wert von -75.0 MeV ab (siehe Gl. (2.15)), welcher aber für größer werdende Dichten noch geringfügig abnimmt.

Ein Vergleich mit [158, 164, 165] und der dort verwendeten Impulsabhängigkeit

$$U = A\frac{n}{n_0} + B\left(\frac{n}{n_0}\right)^{\tau} + \delta \ln^2 \left(\epsilon (\Delta \vec{p})^2 + 1\right) \left(\frac{n}{n_0}\right)$$
(2.22)

ist schwierig, weil sich der impulsunabhängige Anteil von Gl. (2.5) unterscheidet. In beiden Fällen steigt der impulsabhängige Anteil, falls der Impuls seinerseits sich erhöht. In dem hier betrachteten Fall (siehe Gl. (2.18)) läuft der Impuls von  $-\infty$  bis 0 und im Ansatz (2.20) beträgt der abgedeckte Impulsbereich 0 bis  $\infty$ .

Im Kapitel III wird der Einfluss der Zustandsgleichung auf die Produktionsraten der Hadronen  $K^{\pm}$ ,  $\Lambda + \Sigma^{0}$ ,  $\phi$  und  $\Xi^{-}$  betrachtet.

#### 2.6 Effektive in-Medium-Massen

Die betrachteten Teilchen mit Strangeness-Inhalt sind bei ihrer Erzeugung und Ausbreitung durch das Medium von nuklearer Materie umgeben. Das führt zu verschiedenen lokalen Meson-Nukleon-Potentialen, was sich in variierenden effektiven  $K^{\pm}$ - und  $\phi$ -Massenverschiebungen äußert. Diese Massenveränderungen wirken sich ihrerseits wiederum auf das Medium aus. Im Folgenden soll dieses Konzept näher erläutert und auf die spezielle  $\Xi^-N$ -Wechselwirkung erweitert werden.

Meson-Nukleon-Interaktionen werden entsprechend mehrerer theoretischer Ansätze am Beispiel von Kaonen [68, 69, 80, 215] durch die Superposition eines skalaren und eines vektoriellen Potentials auf hadronischem Niveau beschrieben. Dieses optische Potential, auch als skalare Selbstenergie  $\Pi^{\pm}(n, p_{K^{\pm}})$  bezeichnet, kann mittels einer Niederdichtenäherung mit dem Realteil der  $K^{\pm}N$ -Streuamplitude, die mit der Dispersionsrelation verknüpft ist, in Verbindung gebracht werden. Die Spektralfunktion ihrerseits ist über den Imaginärteil des Propagators definiert und liefert für Teilchen ohne Breite reelle Werte. Für  $K^+$ -Mesonen übertrifft somit das repulsive Vektorpotential den skalaren Anteil, wobei sich bei Antikaonen die beiden attraktiven Beiträge addieren. Folglich spüren  $K^+$ -Mesonen ein schwach repulsives,  $K^-$ -Mesonen ein stärkeres attraktives KN-Potential, mit dem eine Veränderung der Energie im Medium einhergeht [62, 63, 64, 65, 66]. Das äußert sich in einer dichteabhängigen Massenverschiebung

$$\Delta m_{K^{\pm}} = 1 + C_{K^{\pm}} \frac{n}{n_0}.$$
(2.23)

Damit steigt der resultierende Einfluss der Potentiale mit zunehmender Netto-Baryonendichte n linear mit entsprechenden Auswirkungen auf die effektive Kaon- bzw. Antikaonmasse. Dieses Verhalten verdeutlicht die linke Seite der Abb. 2.2 für Massenshifts bei Sättigungsdichte  $n_0$  von  $\Delta m_{K^+} = +23.5$  MeV ... +42.1 MeV und  $\Delta m_{K^-} = -97.6$  MeV ... -75.2 MeV mit  $C_{K^+} = 0.05$  (für  $\Delta m_{K^+} = +25$  MeV) bzw.  $C_{K^-} = -0.16$  (für  $\Delta m_{K^-} = -80$  MeV). Die Kaonen werden also schwerer mit zunehmender Dichte. Dabei verhalten sich die  $K^{\pm}$ -Mesonen in Materie wie Quasiteilchen mit schmaler Breite, weshalb sie als stabile, durch das Medium propagierende, Teilchen angenommen werden können. Für  $K^-$  ist die Wechselwirkung bei verschwindender Baryonendichte abstoßend. Schon bei moderaten Dichten verhält sich das Potential anziehend, woraus eine Massenverringerung für steigende Dichten resultiert. In [108] wird von Sibirtsev und Cassing ein über den Fermi-Impuls gemitteltes impulsabhängiges Potential

$$U_{K^{-}} = n \left( a + b e^{-cp_{K^{-}}(\text{GeV/c})^{-1}} \right)$$
(2.24)

mit a = -0.341 GeV, b = -0.823 GeV, c = -2.5 und 0 GeV/c  $< p_{K^-} < 3.5$  GeV/c mit typischerweise  $p_{K^-} \approx 1.5$  GeV/c vorgeschlagen. In Abb. 2.2, links, ist dafür das Sibirtsev-Cassing-Potential (2.24) mit  $\Delta m_{K^-} = -57.6$  MeV bei  $n = n_0$  als strichpunktierte Linie dargestellt.

Ähnlich wie das  $K^-$ -Meson verhält sich auch das  $\phi$ -Meson (vergleiche [100, 119]) im Medium, wobei die Massenreduktion mit  $\Delta m_{\phi} = -9.9$  MeV ... -33.7 MeV weniger stark als bei Antikaonen ausfällt (siehe blaue Linien der Abb. 2.2, rechts). Nach dem Ansatz von Kuwabara und Hatsuda [179] wird eine effektive Langrange-Dichte benutzt, um die verschobene  $\phi$ -Masse in Kernmaterie zu erhalten. Daraus ergibt sich ein effektiver (negativer) Beitrag von -21.75 MeV; die umgebende nukleare Materie wirkt folglich attraktiv und verleiht so dem  $\phi$ -Meson eine (dichteabhängige) verringerte in-Medium-Masse von 998.75 MeV bei Kernsättigungsdichte.

Dafür wurde mit einer sogenannten Operator-Produkt-Entwicklung (OPE) im Rahmen von QCD-Summenregeln ein Massenshift im Medium [117, 120, 121, 122, 123, 124, 125] für  $\phi$ -Mesonen (sowie für weitere Vektormesonen  $\rho$  und  $\omega$ ) der Massenshift ermittelt und ein anziehendes  $\phi N$ -Potential von -10 MeV bis -20 MeV gefunden.<sup>8</sup> Auch die Ergebnisse verschiedener hadronischer Modelle aus [126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134] bewegen sich in einem Bereich für die Massenverschiebung des  $\phi$ -Mesons bis

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Interessanterweise hängt die Stärke der Massenverschiebung im Medium von dem wenig bekannten Strangeness-Anteil des Nukleons ab.

ca. -33 MeV bei nuklearer Sättigungsdichte. Evidenzen dafür konnten experimentell durch die KEK-PS <sup>9</sup> E325-Kollaboration [136, 137] geliefert werden.

Das  $\phi$ -Meson hat - im Gegensatz zu  $K^{\pm}$ -Mesonen als leichteste Vertreter mit Strangeness-Inhalt - eine wesentlich geringere Lebensdauer und besitzt demzufolge eine größere spektrale Breite [133, 134], wobei in [135] beträchtliche Verbreiterungseffekte aufgrund der Vorwärts-Streuamplitude mit dem Ergebnis einer kleinen Verschiebung des spektralen Peaks gefunden wurden. Deshalb kann das  $\phi$ -Meson im Allgemeinen nicht als stabil angesehen werden, und dessen (hadronischer) Zerfall spielt im folgenden Kapitel III auf den untersuchten Zeitskalen von bis zu 60 fm/c eine nicht zu vernachlässigende Rolle.

Darüber hinaus soll ebenfalls auf das  $\Xi^-N$ -Potential des doppelt-seltsamen Hyperons  $\Xi^-$  eingegangen werden. Dieses Potential kann aus bereits bekannten Ansätzen für Meson-Nukleon-Interaktionen von  $\phi$ -Mesonen [179] auch für die Baryon-Nukleon-Wechselwirkung gewonnen und auf  $\Xi^-$ -Hyperonen erweitert werden [180, 181]. Das Fenster der Massenverschiebung bei Kernsättigungsdichte reicht dabei von  $\Delta m_{\Xi^-} = -21.1$  MeV als oberster Wert bis zu einer hypothetischen Untergrenze von  $\Delta m_{\Xi^-} = -100.0$  MeV, was in der Abb. 2.2, rechts, durch graue Linien visualisiert ist.

Das folgende Kapitel III beinhaltet Rapiditätsspektren und Multiplizitäten von Hadronen mit Strangeness-Inhalt als wesentlichen Bestandteil der Analyse dieser in-Medium-Massenverschiebungen.

 $<sup>^9 \</sup>rm Das$  Akronym steht für ein 12 GeV Proton Synchrotron aus Japan, das zur Messung von hadronischen sowie leptonischen Zerfällen von Vektormesonen und deren in-Medium-Modifikationen geeignet ist.

### 3 $K^{\pm}$ , $K^{0}$ , $\phi$ und $\Xi^{-}$ in der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl

Seltsame Hadronen dienen als nützliche Proben der Reaktionsdynamik, der nuklearen Zustandsgleichung und hadronischen Mediummodifikationen [57, 58, 59, 60, 61, 147] und werden in Schwerionenreaktionen bei Strahlenergien von 1-2 AGeV betrachtet. Das unterschiedliche Verhalten von  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen kann auf repulsive und attraktive Potentiale durch die umgebende Materie zurückgeführt werden, wobei diese als effektive Massenverschiebungen interpretiert werden können (siehe Abschnitt 2.6) [59, 60, 62, 63, 64, 66, 67, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 217]. Photon-induzierte  $K^{\pm}$ -Produktion in Kernen wurde diesbezüglich experimentell in [79] untersucht, während besonders für  $K^-$ -Mesonen eine detaillierte gekoppelte-Kanäle-Rechnung [80] einen größeren Einfluss der  $K^{\pm}$ -Spektralfunktion vorhersagt.

Aktuelle experimentelle Resultate der HADES-Kollaboration liefern ein Multiplizitätsverhältnis von  $\phi/K^- = 0.37 \pm 0.13$  für die Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl, wobei ein Transversalimpulsspektrum für  $\phi$ -Mesonen im Rapiditätsintervall y = 0.2 - 0.6gemessen wurde [175]. Damit ist es möglich, der in [1] aufgeworfenen Frage nach der Relevanz der Strangeness-Transferkanäle  $\pi Y \to NK^-$  ( $Y = \Lambda, \Sigma$ ) und  $BY \to NNK^ (B = N, \Delta)$  und des  $\phi$ -Zerfalls als Quelle von  $K^-$ -Produktion nachzugehen. Bisher wurden in Transport-Modellrechnungen die Strangeness-Transferreaktionen als dominierende Prozesse zur  $K^-$ -Erzeugung angesehen [57, 58, 61]. Obwohl in solchen Transportsimulationen viele binäre hadronische Reaktionen berücksichtigt worden sind [81, 82, 83, 85], ist dennoch der Zerfallskanal  $\phi \to K^+K^-$  mit einem Verzweigungsverhältnis von 49.2% nicht ausreichend untersucht worden. In Abschnitt 3.3.2 wird dem Rechnung getragen.

Tatsächlich war die experimentelle Information über das  $\phi$ -Meson bis dato unzureichend. Frühere Messungen der FOPI-Kollaboration für die Reaktionen Ni (1.93 AGeV) + Ni und Ru (1.69 AGeV) + Ru [96, 97] identifizierten die  $\phi$ 's durch die invariante Massenverteilung von  $K^+ - K^-$ -Paaren in sehr begrenzten Phasenraumgebieten. Diese Restriktion erschwerte die Datenextrapolation und erlaubte somit, allenfalls Multiplizitäten anzugeben. So ist der BUU-Transportcode [81] dazu verwendet worden, die FOPI-Daten [96, 97] zu analysieren (siehe [98]) und für  $\phi$ -Multiplizitäten in pA-Reaktionen Vorhersagen zu treffen [99]. In Abschnitt 3.5 werden diese Überlegungen aufgegriffen und weitergeführt.

In elementaren Hadronenstößen, vor allem in Proton-Proton-Kollisionen, ist die Untersuchung der  $\phi$ -Produktion (vergleiche [101]) eng mit der OZI-Regel und der  $\phi$ -N- und  $\phi$ - $\Delta(N^*)$ -Kopplung verbunden, wobei gebundene Zustände des  $\phi$ -N-Systems in [102] untersucht wurden. Nützliche experimentelle Informationen über  $\phi$ -Erzeugung nahe der Produktionsschwelle wurden durch Messungen der ANKE-Kollaboration [103] erhalten, in denen quasi-freie Proton-Nukleon-Reaktionen [104] berücksichtigt wurden. Für weitergehende Untersuchungen wird auf [105, 106, 107] verwiesen. Photon-induzierte  $\phi$ -Erzeugung in Kernen wurde auf experimenteller Ebene durch die CEBAF<sup>-1</sup> Large

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Continuous Electron Beam Accelerator Facility.

Acceptance Spectrometer (CLAS)-Kollaboration [109] studiert, wobei eine beträchtliche spektrale Verbreiterung des  $\phi$ -Mesons gefunden wurde [109]. In Proton-induzierter  $\phi$ -Produktion wurde hingegen theoretisch eine nicht-triviale Abhängigkeit von der atomaren Massenzahl vorhergesagt [111, 116, 118]. Abschnitt 3.5 sowie Anhang H wird Gegenstand solcher Untersuchungen bezüglich Isospinabhängigkeiten sein.

Das erste Subschwellen- $\Xi^-$ -Signal, ein echtes Multistrange-Objekt, wurde kürzlich in Schwerionenkollisionen durch die HADES-Kollaboration [159] detektiert. Dessen Multiplizität wurde im Vergleich zu dem ansonsten so erfolgreichen thermo-statistischen Modell um Faktor 10 überschätzt [3, 5]. Das bildet die Motivation zur genauen Untersuchung des  $\Xi^-$ -Hyperons in Abschnitt 3.1.5. Das Verhalten in nuklearer Materie mit speziellen Inkompressibilitäten sowie Massenverschiebungen im Medium werden dabei eine zentrale Rolle einnehmen.

Mit den Standard-Parametern des BUU-Transportcodes (siehe Anhang A) ist es möglich, zunächst die Transversalimpulsspektren, sowie Rapiditätsverteilungen und Multiplizitäten von Hadronen mit Strangeness-Inhalt ( $K^{\pm}$ ,  $K^0$ ,  $\Lambda + \Sigma^0$ ,  $\phi$  und  $\Xi^-$ ) zu analysieren und anschließend mit den aktuellen HADES-Daten für die Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl [175] zu vergleichen. Desweiteren können die Dynamik der Kernteilchen selbst und erste angeregte Zustände der Materie (Pionen) in diesem Rahmen untersucht werden.

#### 3.1 Rapiditätsspektren, Transversalimpuls- und Massenverteilungen

Im Folgenden wird auf die einzelnen Teilchenspektren der HADES-Daten [175] eingegangen und mit den Ergebnissen hinsichtlich des Systems Ar (1.756 AGeV) + KCl verglichen. Dabei wurde für den BUU-Code das Standard-Setting des Parametersatzes benutzt (siehe Anhang A) und für die betrachteten Hadronensorten die entsprechende Potentialstärke sowie die Kompressibilität des Mediums variiert. Letztere ist durch das mittlere Feld des Nukleons und dessen Impulsabhängigkeit definiert und wurde an der Bindungsenergie des Nukleons bei Kernsättigungsdichte und an einer "weichen" Zustandsgleichung adjustiert [161].

Zur Visualisierung dieser Effekte ist <br/>es sinnvoll, anstatt der Transversalimpulsverteilung  $d^2N/dp_tdy$  <br/>die auf das Quadrat der transversalen Masse

$$m_t = \sqrt{m^2 + p_t^2} \tag{3.1}$$

normierte Verteilung  $m_t^{-2} d^2 N/dm_t dy$  zu betrachten. Damit ergibt sich bei einer Maxwell-Boltzmann-artigen Verteilung ein nahezu linearer Verlauf in logarithmischer Darstellung als Funktion der um die Ruhemasse reduzierten transversalen Masse  $m_t - m$ für verschiedene Rapiditätsintervalle. Hierbei dient (3.1) zur Umrechnung von Transversalmasse  $m_t$  und Transversalimpuls  $p_t$ . Kinematische Details sind diesbezüglich in Anhang E zu finden.

#### 3.1.1 $K^+$ -Mesonen

In Abb. 3.1, links, ist die Verteilung von  $K^+$ -Mesonen dargestellt. Die verschiedenen Rapiditätsintervalle der Breite 0.1 sind zur besseren Veranschaulichung mit entsprechend ansteigenden Zehnerpotenzen skaliert worden. Dabei stimmt die Simulation (Histogramme), vor allem für Rapiditäten abseits der Midrapidität, recht gut mit den



Abbildung 3.1: Linke Seite: Transversalmassenspektren von  $K^+$ -Mesonen für sechs verschiedene Rapiditätsintervalle (von unten nach oben: 0.1 < y < 0.2bis 0.6 < y < 0.7 mit Skalierungsfaktoren von  $10^0$  bis  $10^5$ ). Daten (Symbole) sind aus [175]. Rechte Seite: Transversalimpulsspektren der entsprechenden Rapiditätsintervalle mit der Massenverschiebung  $\Delta m_{K^+} = 0$  (durchgezogene Kurven) und  $\Delta m_{K^+} = +23$  MeV (gestrichelte Kurven).

HADES-Daten [175] (Symbole) überein. Nur im Midrapiditätsbereich werden die Daten - soweit das in einem logarithmischen Maßstab erkennbar ist - geringfügig überschätzt. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass gerade in diesen Rapiditätsintervallen die Anzahl der Datenpunkte geringerer Transversalimpulse aufgrund der Akzeptanz der HADES-Apparatur reduziert ist. Die schlechtere Auflösung für kleine Impulse macht ein Vergleich dieses interessanten Bereiches schwierig, und eine leichte Abweichung von einem linearen Fit (E.6) ist erkennbar. Über den Anstieg der Kurven unterschiedlicher Rapiditätsbins kann ebenfalls mittels Gl. (E.6) eine effektive Temperatur des Entkoppelns vom Medium ermittelt werden. Diese liegt für  $K^+$ -Mesonen bei  $T_{\rm eff} = 89$  MeV, worauf im Abschnitt 3.3.1 noch näher eingegangen wird.

Die Darstellung der transversalen Massenspektren in Abb. 3.1 (linke Seite) dehnt sich über acht Größenordnungen aus, weshalb ein Vergleich mit den Daten [175] in dieser logarithmischen Skala schwierig ist. Die rechte Seite der Abb. 3.1 zeigt die Transversalimpulsspektren mit der  $K^+$ -Vakuummasse (durchgezogene Kurven) und der in-Medium-Masse  $\Delta m_{K^+} = +23$  MeV (gestrichelte Kurven) für die entsprechenden Rapiditätsbereiche. Daraus wird ersichtlich, dass zwar aufgrund der linearen Darstellungsweise eine bessere Differenzierung als bei logarithmischer Darstellung der Transversalmassenverteilung erreicht werden kann, aber dennoch, gerade im höheren Impulsbereich, die Unterschiede der Spektren schlecht aufzulösen sind. Die modifizierte Phasenraumverteilung (generell tiefer verlaufende Kurven für in-Medium-Potential im Vergleich zu verschwindendem Potential des Vakuumfalls) ist mit der repulsiven Wechselwirkung mit den umgebenden Nukleonen zu erklären.

Natürlich kann für jedes Rapiditätsintervall gesondert das Transversalimpulsspektrum in linearer Darstellung betrachtet werden. In Abb. 3.2 ist das für Midrapidität  $-0.26 < y_{c.m.} < -0.16$  (links) und der Rückwärtsrapidität  $-0.76 < y_{c.m.} < -0.66$ (rechts) für vier verschiedene Potentialstärken dargestellt. Nur für den rückwärtigen Rapiditätsbereich kann aufgrund der Datenlage für kleinere Impulsbereiche eine verlässliche Aussage über die Potentialstärke getroffen werden. Damit bestätigt sich der Standardwert von U = +23.5 MeV für Kernsättigungsdichte. Im Midrapiditätsbereich ist die Streuung der Daten zu groß; erst präzisere Daten für  $p_t \leq 200$  MeV/c führen zu einer



**Abbildung 3.2:** Transversalimpulsverteilungen für  $K^+$ -Mesonen im Bereich der Midrapidität  $-0.26 < y_{c.m.} < -0.16$  (links) und der Rückwärtsrapidität  $-0.76 < y_{c.m.} < -0.66$  (rechts) für vier verschiedene Potentialstärken. Die HADES-Daten stammen aus [175].

verbesserten Glaubwürdigkeit der aktuellen Werte des Kaonpotentials.

Wird über alle Transversalimpulse integriert und somit ein dynamischer Freiheitsgrad eliminiert (siehe Gl. (E.7)), entsteht eine Rapiditätsverteilung, wie sie in Abb. 3.3 für verschiedene Parameter dargestellt ist. Dabei ist erwartungsgemäß eine gute Übereinstimmung mit den HADES-Daten [175] abzulesen. Im Midrapiditätsbereich ( $y_{c.m.} \approx 0$ ) sind die experimentellen Daten aufgrund der weniger guten Statistik im transversalen Massenspektrum stärker variabel als für die übrigen Rapiditätsintervalle. <sup>2</sup> Die Daten werden im Standard-Parametersatz für das  $K^+$ -Potential mit  $U_{K^+} = +23.5$  MeV und dem Inkompressibilitätsparameter  $\kappa = 215$  MeV am besten reproduziert.

Zunächst ist aber der Frage nachgegangen worden, inwieweit ein konstanter Impaktparameter zur Imitation der Level-1 (LVL1)-getriggerten HADES-Daten [175] geeignet ist. Wie in Abb. 3.3, oben rechts, angedeutet, gelingt eine Reproduktion sowohl der Daten als auch der LVL1-Verteilung (vergleiche [144] und Anhang F) mit Hilfe eines Impaktparameters von b = 3.9 fm. In [144] wurde das durch einen mittleren Wert von b = 3.6 fm erreicht, was in dieser Arbeit zu einer 20%igen Überschätzung der LVL1getriggerten Kurve führen würde. Erst eine Vergrößerung des Impaktparameters um ca. 8% führt zu einem Optimum an Konkordanz. Die Formgleichheit beider Kurven in Abb. 3.3, oben rechts, bestätigt die Vermutung, dass eine weitgehende Unabhängigkeit der Teilchenproduktionskanäle vom Impaktparameter in dem relativ kleinen betrachteten System Ar + KCl vorliegt. <sup>3</sup> Weiterführende Überlegungen diesbezüglich werden in Abschnitt 3.4 vorgenommen.

Die linke obere Seite der Abb. 3.3 zeigt die Abhängigkeit des  $K^+$ -Rapiditätsspektrums von der Potentialtiefe. Dabei wurde vorerst nur das (repulsive)  $K^+N$ -Potential variiert und die Potentiale der  $K^-$ - und  $\phi$ -Mesonen konstant gelassen (nach Standard-Parametern). Wie in [83] ebenfalls vermutet, liegt der optimale Wert der  $K^+$ -Potential-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Es sei darauf hingewiesen, dass die einzelnen Rapiditäten in Abb. 3.3 (rechte Seite) arithmetische Mittlungen der speziellen Rapiditätsintervalle darstellen. Die Datenpunkte können aus messtechnischen Gründen nur zwischen Projektilrapidität und  $y_{c.m.} = 0$  rangieren und sind für  $y_{c.m.} > 0$ , im Gegensatz zur BUU-Simulation, an  $y_{c.m.} = 0$  gespiegelt.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Dieses Ergebnis wurde auf alle anderen Teilchenspezies übertragen und rechtfertigt somit einen globalen mittleren Impaktparameter von b = 3.9 fm als gute Approximation zur Reproduktion der verschiedenen Teilchenspektren.



Abbildung 3.3: Die durch Integration der Transversalmassenverteilungen gewonnenen Rapiditätsverteilungen der  $K^+$ -Mesonen im Schwerpunktsystem mit dem Einfluss der effektiven Masse  $m_{K^+}^* = m_{K^+} + \Delta m_{K^+}$  (links oben) für verschiedene Werte von  $\Delta m_{K^+}$  (siehe Legende) und für Inkompressibilitätsparameter (rechts unten) zu  $\kappa = 215$  MeV, 290 MeV und 380 MeV. Die linke untere Seite zeigt Kombinationen von Kaon- und Antikaonpotentialen: (1) ohne  $K^+$ -Potential, ohne  $K^-$ -Potential, (2) mit  $K^+$ -Potential, mit  $K^-$ -Potential, (3) ohne  $K^+$ -Potential, mit  $K^-$ -Potential und (4) mit  $K^+$ -Potential, ohne  $K^-$ -Potential mit den Standard-Potentialstärken für  $K^+$ ,  $K^-$  und  $\phi$ . Dabei ist das  $\phi N$ -Potential mit U = -22.2 MeV ebenfalls berücksichtigt worden. Rechts oben ist das Spektrum für b = 3.9 fm (durchgezogene Kurve) und für den LVL1-Trigger (gestrichelte Kurve) des Standard-Parametersatzes dargestellt. Pfeile kennzeichnen die Projektil- und Targetrapiditäten von  $y_{cm} = \pm 0.858$ . Daten (Symbole) sind aus [175].

tiefe bei U = +23.5 MeV (schwarze Kurve) für Kernsättigungsdichte - hiermit werden die HADES-Daten [175] am besten reproduziert.

Schaltet man kombinatorisch die Kaon- und Antikaonpotentiale ein und aus, wie in der unteren linken Seite der Abb. 3.3 dargestellt ist, bestätigt sich das unbedingte Vorhandensein sowohl des  $K^+$ - als auch des  $K^-$ -Potentials als direkte Auswirkung des umgebenden Mediums. Erwähnenswert ist an dieser Stelle, dass ohne  $K^-N$ -Wechselwirkung keine ausreichende Beschreibung der Daten gelingt. Der Grund dafür liegt in der assozierten Produktion von  $K^+$ - und  $K^-$ -Mesonen, verknüpft durch die Produktion eines  $\Lambda$ -Hyperons (Strangeness-Transfer). Diese Vermutung wurde bereits in [59] bestätigt und anhand der Auswirkung von  $K^+N$ -Interaktionen auf das  $K^-$ -Spektrum in Au + Au-Reaktionen diskutiert. Werden beide  $K^{\pm}$ -Potentiale ausgeschaltet, ergibt sich eine marginale Erhöhung der  $K^+$ -Produktion um ca. 15% (rote gestrichelte Kurve) gegenüber dem Fall eingeschalteter Potentiale, was mit dem schwach repulsiven  $K^+$ -Potential im



Abbildung 3.4: Linke Seite: Transversalmassenspektren von  $K^-$ -Mesonen für sechs verschiedene Rapiditätsintervalle (von unten nach oben: 0.1 < y < 0.2 bis 0.6 < y < 0.7 mit Skalierungsfaktoren von  $10^0$  bis  $10^5$ ). Daten (Symbole) sind aus [175]. Rechte Seite: Transversalimpulsspektren der entsprechenden Rapiditätsintervalle mit der effektiven Massenverschiebung  $\Delta m_{K^-} = -75.2$  MeV.

Vergleich zu dem stark attraktiven  $K^-N$ -Potential erklärt werden kann. In Abschnitt 3.3.3 wird dieses Verhalten ausführlich für die  $K^-$ -Produktion analysiert.

Die untere rechte Seite der Abb. 3.3 zeigt die Auswirkung einer veränderten nuklearen Zustandsgleichung mit Inkompressibilitätsmoduln von  $\kappa = 215$  MeV, 290 MeV und 380 MeV (vergleiche [145]). Dabei ist fast kein Effekt feststellbar, d.h. die Orte an denen (hauptsächlich durch primäre NN-Kollisionen)  $K^+$ -Produktion stattfindet, befinden sich in weniger verdichteter Kernmaterie. Deshalb ist kein Einfluss der Kompressibilität der Materie auf das Rapiditätsspektrum nachweisbar und dient somit als Hinweis auf Produktionsort, -zeit und -dichte sowie auf spezielle dominante Produktionskanäle. <sup>4</sup> Im Detail wird das in den Abschnitten 3.3 bzw. 3.4 weiter ausgeführt.

Es sollte betont werden, dass bei den oben angeführten Variationen der Kaonenpotentiale und Inkompressibilitäten jeweils alle anderen Parameter des Modells fixiert bleiben. Das betrifft vor allem Wirkungsquerschnitte.

#### 3.1.2 $K^-$ -Mesonen

Bei den betrachteten Strahlenergien liegt die Energieschwelle für die Erzeugung von  $K^-$ -Mesonen unterhalb der freien NN-Schwelle. Das bedeutet, die Erzeugung von  $K^-$ -Mesonen hängt in stärkerem Maße als bei  $K^+$ -Mesonen von dem KN-Potential und dem mittleren Feld der nuklearen Materie ab. Im Vergleich zu  $K^+$ -Mesonen werden  $K^-$ -Mesonen ca. 30 mal seltener produziert und sind demzufolge auch schwerer nachweisbar. Dennoch konnte ein verlässliches Transversalmassenspektrum durch die HADES-Kollaboration [175] (Symbole in Abb. 3.4, links) gewonnen werden. Die BUU-Simulation (Histogramme) kann die Daten mit einer leichten Überschätzung gut reproduzieren. Dafür wurde eine Potentialtiefe für  $K^-$ -Mesonen von U = -75.2 MeV zugrunde gelegt. Dieser Wert ist konsistent mit der Analyse der Reaktion p + A  $\rightarrow K^-$  + X in [79]. Wieder kann der Slope-Parameter (effektive Temperatur bei Ausfrieren) ermittelt werden und beträgt  $T_{\rm eff} = 69$  MeV. Dieser geringere Temperaturparameter im Vergleich zur Ausfriertemperatur für  $K^+$ -Mesonen ist zu erwarten gewesen. Das bestätigt

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Dabei spielt durchaus eine Rolle, in wieweit es sich hierbei um eine Subschwellenproduktion handelt.


**Abbildung 3.5:** Transversalimpulsverteilungen für  $K^-$ -Mesonen im Bereich der Midrapidität  $-0.26 < y_{c.m.} < -0.16$  (links) und der Rückwärtsrapidität  $-0.66 < y_{c.m.} < -0.56$  (rechts) für 3 verschiedene Potentialstärken. Die HADES-Daten stammen aus [175].



Abbildung 3.6: Wie Abb. 3.3, unten, aber für  $K^-$ -Mesonen. Zusätzlich wurde im Rapiditätsspektrum (linke Seite) die Sibirtsev-Cassing-Parametrisierung (2.24) in (2<sup>\*</sup>) berücksichtigt.

die Vermutung [146], dass  $K^-$ -Mesonen zu einem späteren Zeitpunkt ausfrieren, was in Abschnitt 3.3.1 näher untersucht wird.

Die entsprechende  $p_t$ -Verteilung ist auf der rechten Seite der Abb. 3.4 bzw. in Abb. 3.5 dargestellt. Wie bereits für Kaonen (Abb. 3.2) ist hier eine noch größere Unsicherheit aufgrund der schlechten Statistik in der Bestimmung des  $K^-N$ -Potentials vorhanden [175], wodurch eine Ermittlung des Potentialwertes kaum möglich ist. Der Standardwert U = -75.2 MeV scheint konsistent mit den Daten zu sein. Die weiter unten diskutierten Rapiditätsspektren liefern dazu eine genauere Abschätzung.

Die Auswirkungen von ein- und ausgeschalteten in-Medium-Wechselwirkungen für Kaonen und Antikaonen ist auf der linken Seite der Abb. 3.6 gezeigt. Ähnlich des Verhaltens der verschiedenen Potentialkombination für  $K^+$ -Mesonen (siehe Abb. 3.3, links unten) ist auch hier das Spektrum durch die Kombination (3) von oben und (4) von unten begrenzt. Allerdings sind die Aufspaltungen durch die größere absolute Massenverschiebung erhöht und verursachen so eine genauere Differenzierung und Bestimmung der Potentialstärke. Zusätzlich wurde nur in der Kombination (2<sup>\*</sup>) die Sibirtsev-Cassing-Parametrisierung (2.24) aus [108] des  $K^-N$ -Potentials verwendet. Erneut zeigt sich, dass der Standardwert von U = -75.2 MeV eine gute Beschreibung der HADES-Daten [175] liefert, wobei das dynamische Potential (2.24) mit einer Massenverschiebung bei Kernsättigungsdichte von  $\Delta m_{K^-} = -57.6$  MeV ebenfalls eine gute Überdeckung der Datenpunkte [175] im Rahmen der Fehlergrenzen ergibt. <sup>5</sup> Dabei spielt die Impulsabhängigkeit des Potentials offenbar nur eine untergeordnete Rolle, da die Form der Rapiditätsverteilung nahezu identisch zu Kurve (2) mit konstanter Massenverschiebung bei  $n = n_0$  ist. Für den Fall sowohl ohne  $K^+N$ - als auch ohne  $K^-N$ -Potential reduziert sich das Spektrum um ca. 40% (rote gestrichelte Kurve) im Vergleich zu eingeschalteten  $K^{\pm}N$ -Potentialen. Bei separater Abschaltung des  $K^+N$ - und  $K^-N$ -Potentials zeigt sich eine starke Abhängigkeit der  $K^-$ -Produktion von dem attraktiven  $K^-N$ -Potential und eine schwache Abhängigkeit von dem repulsiven  $K^+N$ -Potential. Diese Resultate sind qualitativ analog zu denen aus [60], wobei dort das schwere System Au (1.5 AGeV) + Au analysiert wurde.

Die rechte Seite der Abb. 3.6 visualisiert die Auswirkung unterschiedlicher "Härtegrade" der nuklearen Zustandsgleichung ( $\kappa = 215$  MeV, 290 MeV und 380 MeV) auf das  $K^-$ -Rapiditätsspektrum. Dabei wurde eine impulsabhängige Wechselwirkung in der Zustandsgleichung vorausgesetzt (siehe Abschnitt 2.5). Damit wird ein Effekt von ca. 11% zwischen harter und weicher Zustandsgleichung mit einer Reduktion der Spektren für zunehmende Inkompressibilität erreicht. In Übereinstimmung mit [145] kann das folgendermaßen interpretiert werden: Ein stärkeres mittleres Feld erlaubt weniger Spielraum in der Kompression der Materie und folglich finden weniger harte NN-Stöße statt. Diese sind aber neben Mehrstufenprozessen, verbunden mit der assoziierten Hyperon- $K^+$ -Erzeugung, gerade die dominierenden Kanäle der  $K^-$ -Produktion. Demzufolge werden weniger  $K^-$ -Mesonen produziert als für weichere Zustandsgleichungen.

## 3.1.3 $K^0$ -Mesonen

Ein wichtiger Punkt in Bezug auf die Bestimmung des Kaonpotentials ist die Betrachtung des  $K^0$ -Mesons. Es kann hinsichtlich seiner Ruhemasse und seiner in-Medium-Eigenschaften ( $K^0N$ -Potential) im Wesentlichen wie ein geladenes Kaon behandelt werden. Dennoch ergeben sich signifikante Unterschiede, z.B. beim Zerfall und der daraus zu detektierenden Zerfallsprodukte. So kann aufgrund der voraus genannten Eigenschaften beider geladener Kaonen das Potential der  $K^0$ -Mesonen mit dem der  $K^+$ -Mesonen approximiert werden, was sich durch den ähnlichen Quarkinhalt von  $K^+$ und  $K^0$ -Mesonen begründen lässt. Wie bereits in Abschnitt 2.6 erwähnt, geht man dabei üblicherweise von einer Potentialtiefe von ca. +24 MeV bei Kernsättigungsdichte aus. Im HADES-Experiment sind Rapiditäts- und Transversalimpulsspektren der kurzlebigen  $K_S^0$ -Mesonen gemessen worden [216], wobei die Besonderheit gegenüber bisherigen Spektren von  $K^0$ -Mesonen [176] in der gesteigerten Auflösung vor allem für kleine Transversalimpulse liegt. Das hat seinen Grund im direkten Nachweis der Zerfallsprodukte (zwei geladene Pionen), die auch für kleine  $p_t$  des  $K_S^0$  noch in der Akzeptanzregion des Spektrometers liegen und somit gut detektierbar sind. Um einen direkten Vergleich mit den Messdaten [216] zu erhalten, ist es notwendig, die ungeladenen Kaonen in kurz- und langlebige Anteile aufzuspalten. Dies geschieht üblicherweise zu gleichen Teilen durch  $K^0 = K_S^0 + K_L^0$ , denn so wird der überlagerte quantenmechanische Zustand  $|K(t)\rangle = \alpha(t)|K^0\rangle + \beta(t)|\bar{K^0}\rangle$  aus den zwei in der Natur vorkommenden kurzlebigen  $|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K^0}\rangle)$  und langlebigen  $|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K^0}\rangle)$  Zuständen zusam-

 $<sup>^{5}</sup>$ Diese Analyse verschiedener Potentialkombinationen wird in Abschnitt 3.3.3 erneut aufgegriffen und anhand zeitlicher Entwicklung untersucht.



**Abbildung 3.7:** Linke Seite: Transversalimpulsspektren der kurzlebigen, neutralen  $K_S^0$ -Mesonen im Midrapiditätsbereich  $-0.07 < y_{c.m.} < 0.07$  für verschiedene Potentialtiefen in der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl mit Impaktparameter b= 3.9 fm. Die HADES-Daten stammen aus [216]. Rechte Seite: Rapiditätsspektren für  $K_S^0$ -Mesonen mit Daten aus [176]. Konditionen wie die der linken Seite.

mengesetzt. Dabei ist der kurzlebige Zustand mit einer Zerfallslänge von  $c\tau_S = 2.68$  cm leichter zu detektieren als der Zustand  $K_L^0$  mit  $c\tau_L = 15.33$  m.

Die Abb. 3.7, links, zeigt die Transversalimpulsspektren des  $K_S^0$ -Mesons für verschiedene in-Medium-Massenverschiebungen im Midrapiditätsbereich. Dabei zeichnen sich die HADES-Daten [216] durch ihre gute Auflösung im Niederimpulsbereich aus. Demzufolge kann im Rahmen der Fehlergrenzen eine Einschränkung der Potentialtiefe beim Vergleich der Rechnung mit den Datenpunkten vorgenommen werden. Für das Potential U = +42.1 MeV scheint die Übereinstimmung am besten zu funktionieren. Für die vorläufigen HADES-Daten in [176] ist in Form eines Rapiditätsspektrums (siehe rechte Seite der Abb. 3.7) eher eine Tendenz zu einem etwas geringeren Potential abzulesen; der Potentialwert von U = +23.5 MeV scheint aber deutlich zu gering zu sein. Falls sich das größere Potential von U = +42.1 MeV bestätigen ließe, ist die Erklärung der Diskrepanz zum  $K^+$ -Potential von U = +23.5 MeV dennoch weitgehend unverstanden. Denn aufgrund des minimalen Massenunterschieds bezüglich des Valenzquarkinhalts  $(K^+: (u\bar{s}), K^0: (d\bar{s}))^6$  sollte sich das Mediumverhalten beider Hadronen nicht wesentlich unterscheiden. Möglicherweise liefert der überlagerte Zustand des  $K_S^0$ -Mesons dafür eine plausible Erklärung. Dies bedürfte aber noch weiterer Untersuchungen. Ebenso wären systematische Unsicherheiten bei der absoluten Normierung der Spektren von  $K^+$  und  $K^0_S$  in verschiedenen Rapiditätsbereichen denkbar.

#### 3.1.4 $\phi$ -Mesonen

Massereiche sekundäre und energetische Teilchen werden hauptsächlich in der Hochdichtephase einer Schwerionenreaktion produziert. Daher eignet sich die Analyse der Teilchen aus der Produktion weit unterhalb der freien Nukleon-Nukleon-Energieschwelle (subthreshold) hervorragend zur Untersuchung der Dynamik einer Schwerionenkollision. Das  $\phi$ -Meson wird unterhalb der freien NN-Schwelle produziert <sup>7</sup> ( $E_{\text{thres}} = 3.74$  GeV bei

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Die elektrischen Ladungsunterschiede zwischen  $K^+$ - und  $K^0$ -Mesonen könnten aufgrund ihrer Schwäche gegenüber QCD-Effekten dafür nicht verantwortlich gemacht werden.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Das  $\phi$ -Meson kann auch durch Drei-Körper-Kollisionen erzeugt werden. Die  $\phi$ -Produktionsamplitude solcher Reaktionen wird dominiert durch die Amplitude von Zwei-Körper-Stößen [210].



Abbildung 3.8: Wie Abb. 3.4, aber für  $\phi$ -Mesonen im Rapiditätsintervall 0.2 < y < 0.6.

der gleichzeitigen Erzeugung eines Kaon-Antikaon-Paares zur Strangeness-Erhaltung) und besitzt eine dominierende  $s\bar{s}$ -Komponente und demzufolge eine Netto-Strangeness von 0. Deshalb eignet es sich als eine gute pseudo-Multistrange-Sonde von verdichteter Kernmaterie, wobei ein klarer Unterschied zu echten Multistrange-Hadronen mit nichtverschwindender Strangeness existiert, wie z.B. das doppelt-seltsame  $\Xi^-$ -Baryonen (dss) [173, 174, 182]. Solche höchst seltenen Teilchen, die bei Strahlenergien von 1.756 AGeV durch Mehrstufenprozesse weit unterhalb der Schwelle erzeugt werden, sind noch sensitiver auf elementare Eigenschaften hochdichter Kernmaterie und sollen im Abschnitt 3.1.5 näher betrachtet werden.

Im Folgenden werden die Phasenraumverteilungen des  $\phi$ -Mesons hinsichtlich der Empfindlichkeit auf die nukleare Zustandsgleichung und Massenverschiebung untersucht. Die Abb. 3.8 zeigt das Transversalmassenspektrum im Rapiditätsintervall 0.2 < y < 0.6 (links) und das entsprechende Transversalimpulsspektrum (rechts) im Vergleich zu den HADES-Daten [175]. Dabei ist eine leichte Unterschätzung für die Standard-Parameter der Inkompressibilität  $\kappa = 215$  MeV und der in-Medium-Massenverschiebung von  $\Delta m_{\phi} = -22.2$  MeV zu verzeichnen.

Einen anderen Blickwinkel erhält man bei der Betrachtung der Rapiditätsspektren in Abb. 3.9. Bei verschwindendem  $\phi$ -Potential (links, gestricheltes Histogramm) liegt die Kurve nur marginal unterhalb der Kurve für den Vakuumfall U = 0 (links, durchgezogenes Histogramm). Ähnlich verhält es sich mit der Empfindlichkeit der Rapiditätsverteilung gegenüber Veränderungen des Kompressibilitätsmoduls (rechts). Es können nur geringe Unterschiede im Prozentbereich zwischen harter, mittlerer und weicher Zustandsgleichung ( $\kappa = 215 \text{ MeV}, 290 \text{ MeV}$  bzw. 380 MeV) deduziert werden. Diese relativen Insensitivitäten könnten darauf hindeuten, dass die dominante  $\phi$ -Produktion am inneren Rand der Korona in der Reaktionszone vonstatten geht. Damit ist eine genauere zeit- und dichteaufgelöste Analyse zum besseren Verständnis der  $\phi$ -Erzeugung sinnvoll und wird im Abschnitt 3.3.1 durchgeführt.

## 3.1.5 $\Xi^-$ -Hyperonen

Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, wäre es hilfreich, das  $\Xi^-$ -Hyperon experimentell zu verifizieren und so einen Zugang zu gesteigerter Empfindlichkeit gegenüber des nuklearen Mediums zu erhalten. Dies gelang jüngst der HADES-Kollaboration in der Bestimmung der relativen Multiplizität bei tiefer Subschwellenproduktion



Abbildung 3.9: Linke Seite: Wie Abb. 3.3, links oben, aber für  $\phi$ -Mesonen mit einer Massenverschiebung  $\Delta m_{\phi} = 0$  (gestricheltes Histogramm) und  $\Delta m_{\phi} = -22.2$ MeV (durchgezogenes Histogramm). Rechte Seite: Wie Abb. 3.3, rechts unten, aber für  $\phi$ -Mesonen mit den Inkompressibilitäten  $\kappa = 215$  MeV, 290 MeV und 380 MeV (von oben nach unten: durchgezogenes, gestricheltes und gepunktetes Histogramm). Daten stammen aus [175].



Abbildung 3.10: Transversalimpulsspektren von  $\Xi^-$ -Hyperonen bei Midrapidität mit einer Variation verschiedener  $\Xi^-N$ -Potentiale (linke Seite) von -100 MeV (strichpunktierte Kurven), -20 MeV (durchgezogene Kurven) und 0 MeV (gepunktete Kurven) bei Kernsättigungsdichte für einen Inkompressibilitätsmodul von  $\kappa = 215$  MeV. Die rechte Seite zeigt die Verteilung für eine weiche Zustandsgleichung  $\kappa = 185$  MeV (durchgezogene Kurven) und eine harte Zustandsgleichung  $\kappa$ = 380 MeV (gestrichelte Kurven).

[159]. Leider ist bisher die Multiplizität der einzige experimentelle Anhaltspunkt des  $\Xi^-$ -Hyperons. Damit ist es umso erstrebenswerter, für weitere Daten eine Vorhersage bezüglich Transversalimpuls- und Rapiditätsspektren zu treffen. Dies wurde im Folgenden mit Hilfe des BUU-Transportcodes umgesetzt.

Die Abb. 3.10 zeigt Transversalimpulsspektren für verschiedene  $\Xi^-$ -Potentialstärken (links) und für variierende Inkompressibilitäten (rechts) für den Midrapiditätsbereich  $-0.25 < y_{c.m.} < -0.15$  und dem Standard-Parametersatz (siehe Anhang A). Dabei ist eine signifikante Sensitivität sowohl von der Potentialtiefe als auch von der "Steifheit" der komprimierten Kernmaterie zu erkennen. Damit eignet sich der Transversalimpuls,



Abbildung 3.11: Rapiditätsspektren von  $\Xi^-$ -Hyperonen für entsprechende Variation der  $\Xi^-N$ -Potentiale (linke Seite) und des Inkompressibilitätsmoduls (rechte Seite), gewonnen durch Integration der entsprechenden Transversalimpulsverteilungen (siehe Abb. 3.10).

zumindest in dem hier analysierten Rapiditätsbereich, als gute Observable für einen Vergleich mit zukünftigen Daten.

Die entsprechenden Rapiditätsspektren sind in Abb. 3.11 dargestellt. Auch hier ist über den gesamten Rapiditätsbereich eine gute Empfindlichkeit bei Veränderung der Parameter vorhanden. In beiden Parameteranalysen variieren die Spektren bis zu 60%. Damit liefern diese Betrachtungen einen ersten Hinweis darauf, dass das  $\Xi^-$ -Hyperon offenbar eine gute Sonde dichter Medien darstellt.

# 3.1.6 $\Lambda + \Sigma^0$ -Hyperonen, Protonen p und geladene Pionen $\pi^{\pm}$

Eine weitere Observable zur Analyse von Strangeness in Schwerionenkollisionen bildet die Phasenraumverteilung und Multiplizität des leichtesten Baryons mit *s*-Quarkinhalt  $\Lambda$  (*uds*). Da mit dem gegenwärtigen Aufbau von HADES experimentell nicht zwischen den beiden ungeladenen  $\Lambda$ - und  $\Sigma^0$ -Hyperonen (gleicher Valenzquarkinhalt wie  $\Lambda$  aber ungleicher Isospin) unterschieden werden kann, wird hier das durch beide Teilchen superponierte Spektrum analysiert.  $\Lambda$  und  $\Sigma^0$  übernehmen eine Schlüsselrolle als relevante Reaktionsprodukte bei der Erzeugung von  $K^{\pm}$ -Mesonen, vor allem aber bei Strangeness-Austauschreaktionen. Deshalb ist es wichtig, diesen Hadronenkanal ebenfalls zu untersuchen. Im Experiment wurden diese Hyperonen für C (2 AGeV) + C [196] und Ar (1.756 AGeV) + KCl [176, 177] mit den zugehörigen Multiplizitäten gemessen. Andere Analysen bezüglich der  $\Lambda p$ -Korrelationsfunktion [139] und schwellennahe Proton-Proton-induzierte Hyperonproduktion in COSY-ANKE [218] sind Gegenstand aktueller Untersuchungen.

Die Abb. 3.12, links, zeigt das Rapiditätsspektrum von  $\Lambda + \Sigma^0$  mit den vorläufigen HADES-Daten [176]. Eine leichte Überschätzung der Datenpunkte ist nur für Midrapidität erkennbar, der übrige Bereich kann gut reproduziert werden.

Protonen verhalten sich völlig anders im Vergleich zu allen bisher untersuchten Teilchenspezies. Das ist damit zu begründen, dass schon von Anfang an Protonen (und Neutronen) als Kernteilchen der Schwerionen vorliegen. Die rechte Seite der Abb. 3.12 verdeutlicht diesen Sachverhalt mit einem signifikanten Peak bei Projektil- und Targetrapidität (siehe Pfeile). Daran ist ersichtlich, dass der BUU-Transportcode in seiner



**Abbildung 3.12:** Rapiditätsspektren für  $\Lambda + \Sigma^0$  (linke Seite) und Protonen (rechte Seite) für b = 3.9 fm. Die vorläufigen Datenpunkte stammen von der HADES-Kollaboration [176].



**Abbildung 3.13:** Rapiditätsspektrum von  $\pi^-$ -Mesonen (linke Seite) und  $\pi^+$ -Mesonen (rechte Seite) für b = 3.9 fm. Die Datenpunkte stammen von der Integration der Transversalimpulsspektren aus [206].

momentanen Entwicklungsstufe nicht zur Beschreibung von Protonspektren geeignet ist, da die Datenpunkte gerade für diese beiden Rapiditätsbereiche nicht beschrieben werden können. Würden auch Protonen im HADES-Detektor gezählt werden können, die in Strahlrichtung den Feuerball verlassen (keine Akzeptanzfilterung), müsste das Rapiditätsspektrum dem Verlauf des Histogramms folgen. Die Peakhöhe muss demzufolge mit der Ladungszahl des jeweiligen Schwerions übereinstimmen. Ein ungelöstes Problem stellt weiterhin die Möglichkeit der Fragmentbildung, insbesondere von Deuteronen, dar. Kürzlich wurden auch experimentell geladene Pionen im System Ar + KCl sowie C + C im Bereich 0.8 AGeV bis 2 AGeV untersucht [206, 216]. <sup>8</sup> Das bietet die Möglichkeit, die Pionspektren mit den Daten zu vergleichen. Als erste angeregte Zustände der Materie sind sie praktisch an der Bildung (und dem Zerfall) jedes höher angeregten Zustands beteiligt und beeinflussen damit auch die  $\Delta$ -Resonanz als nächst höheren baryonischen Zustand.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Erste Abschätzungen der Pionmultiplizität in Abhängigkeit der Energie gelangen in [208] im Niederenergiesektor für Ar (0.8 AGeV) + KCl für zentrale Stöße. Für eine aktuelle Übersicht über Pionenspektren in relativistischen Schwerionenkollisionen siehe [219].

	Multiplizität (BUU-Code)	Multiplizität (HADES-Kollaboration
$K^+$	$2.7 \times 10^{-2}$	$2.8  imes 10^{-2}$
$K_S^0$	$1.4 \times 10^{-2}$	$1.15 \times 10^{-2}$
$K^{-}$	$7.8 \times 10^{-4}$	$7.1 \times 10^{-4}$
$\phi$	$2.2 \times 10^{-4}$	$2.6 \times 10^{-4}$
Ξ	$2.1 \times 10^{-5}$	$2.3 \times 10^{-4}$
$\Lambda + \Sigma^0$	$3.9 \times 10^{-2}$	$4.09 \times 10^{-2}$
$\pi^{-}$	$4.2 \times 10^0$	$3.9 \times 10^0$
$\pi^+$	$3.8 \times 10^0$	$3.0 \times 10^0$

**Tabelle 3.1:** Multiplizitäten für verschiedene Teilchenspezies mit dem Standard-Parametersatz der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl für einem mittleren Impaktparameter von b = 3.9 fm. Die experimentell ermittelten Multiplizitäten stammen von der HADES-Kollaboration [159, 175, 176, 206, 216, 221] und sind hier ohne statistische und systematische Fehler angegeben.

Abbildung 3.13 veranschaulicht das  $\pi^-$  (links)- und  $\pi^+$  (rechts)-Rapiditätsspektrum mit den entsprechenden Datenpunkten aus [206] für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl. Für negativ geladene Pionen gelingt eine Datenreproduktion mit dem Standard-Parametersatz noch recht gut, im  $\pi^+$ -Rapiditätsspektrum ist jedoch eine Überschätzung von ca. 20% zu erkennen. Eine mögliche Ursache dafür könnte die spektrale Verbreiterung der  $\Delta$ -Resonanz sein, da sich der Zerfall des  $\Delta$ -Baryons direkt auf die Bildung von Pionen auswirkt. Es ist erstaunlich, dass die Beschreibung von Phasenraumverteilungen von sekundären Teilchen mit Strangeness  $\pm 1$  und mit verborgener Strangeness im BUU-Code ausgezeichnet gute Resultate erlaubt, aber die häufiger gebildeten Pionen sowie die Protonenrapiditätsverteilungen offensichtlich auf Defizite der Modellierung hinweisen. Die Pionendynamik ist eng an die  $\Delta$ -Dynamik gekoppelt. Möglicherweise kann die explizite Propagation der  $\Delta$ -Anregungen mit breiten Spektralfunktionen (siehe [220] für die Implementierung von Spelktralfunktionen im BUU-Code) eine Verbesserung erreichen.

## 3.2 Multiplizitäten und Inkompressibilitätsmodul

Wird eine erneute Integration über den gesamten Rapiditätsbereich vorgenommen, erhält man die Multiplizität der betrachteten Hadronen. In Tab. 3.1 ist diese für den Standard-Parametersatz aufgeführt. Für  $K^+$ -Mesonen ergibt sich ein Wert von  $2.7 \times 10^{-2}$ , der mit dem experimentell ermittelten Wert von  $(2.8 \pm 0.4) \times 10^{-2}$  [175] zu vergleichen ist und im Rahmen der Fehlergrenzen, mit einer leichten Überschätzung von ca. 3%, gut übereinstimmt. Die  $K^-$ -Mesonen haben eine Multiplizität von  $7.8 \times 10^{-4}$ und die Daten  $(7.1 \pm 1.9) \times 10^{-4}$  [175] werden damit etwas mehr als bei  $K^+$ -Mesonen überschätzt. Darüber hinaus wurden in [207] effizienzkorrigierte und  $4\pi$ -extrapolierte Pion-Multiplizitäten von  $N_{\pi^+} = 1.19 \pm 0.06 \pm 0.11$  und  $N_{\pi^-} = 1.28 \pm 0.06 \pm 0.12$  für das System C + (2 AGeV) + C gemessen, welche mit  $N_{\pi^+} = 1.36$  und  $N_{\pi^-} = 1.21$  die leichte Überschätzung von positiv geladenen Pionen (siehe obiger Abschnitt für Ar + KCl) auch in diesem leichteren System bestätigen.

Die Multiplizität für  $\Lambda + \Sigma^0$  mit einem Wert von  $3.9 \times 10^{-2}$  bestätigt im Rahmen der Fehlergrenzen den experimentell ermittelten Wert von  $(4.09 \pm 0.1^{+0.24}_{-0.41}) \times 10^{-2}$  [221] sehr gut. Die resultierende  $\phi$ -Multiplizität liegt bei  $2.2 \times 10^{-4}$  und reproduziert damit innerhalb eines 15%-Fehlers die Daten  $(2.6 \pm 0.8) \times 10^{-4}$  [175]. Das daraus folgende Verhältnis  $\phi/K^-$  beträgt 0.28, während [175] einen Wert von  $0.37 \pm 0.13$  angibt. Für diese Diskrepanz kann eine leichte Überschätzung der  $K^-$ -Multiplizität von 10% und eine Unterschätzung der  $\phi$ -Multiplizität von 15% verantwortlich gemacht werden. Das ergibt ein um 30% niedrigeres  $\phi/K^-$ -Verhältnis als im Experiment [175] ermittelt wurde. An dieser Stelle soll die Rolle der  $\phi$ -Absorptionsstärke nicht unerwähnt bleiben. Im folgenden Kapitel IV wird die Absorption für Proton-Kern-Systeme untersucht und u.a. die Stärke der  $\phi n$ -Absorption bis zu 50 mb variiert. Für bisherige Rechnungen wurde ein Absorptionsquerschnitt von ca. 3.6 mb vorausgesetzt (siehe Gl. (4.6) in Abschnitt 4.4). Für einen konstanten Wert von 20 mb, wie er in Kapitel IV für pA-Reaktionen gefunden wird, reduziert sich nur die  $\phi$ -Multiplizität um ein Fünftel der ursprünglichen mit dem dynamischen Querschnitt berechneten Multiplizität. <sup>9</sup> Die Multiplizitäten aller anderen Teilchen bleiben davon nahezu unberührt.

In der Reaktion Ar (1.756 A GeV) + KCl wurde jüngst experimentell ein Verhältnis der Multiplizitäten von  $\Xi^{-}/(\Lambda + \Sigma^{0})$  mit  $(5.6 \pm 1.2^{+1.8}_{-1.7}) \times 10^{-3}$  mit einer Standardabweichung von  $\pm 1\sigma$  angegebenen [159]. Dieser Wert ist signifikant höher als die Vorhersagen thermo-statistischer Modelle [3, 5]. Das hier ermittelte Verhältnis liegt bei  $N_{\Xi^{-}}/N_{\Lambda+\Sigma^{0}} = 4.9 \times 10^{-4}$  und ist damit um Faktor 11.5 kleiner als das Resultat aus [159]. Andere Zugänge [171] unterschätzen dieses Verhältnis ebenfalls, wobei hier mit einer Übereinstimmung von 85% die Ergebnisse aus [171], auch ohne die Implementierung von  $\Xi^{-}$ -Absorption, bestätigt werden konnten.

Das dreifach-seltsame  $\Omega^-$ -Baryon würde noch empfindlicher auf Mediummodifikationen reagieren und demzufolge eine geeignetere Probe darstellen. Zumindest heutzutage ist diese in Schwerionenreaktionen für Strahlenergien von 1–2 AGeV nicht detektierbar, weil es zu selten erzeugt wird. Eine Abschätzung mittels thermo-statistischer Modelle liefert ein Multiplizitätsverhältnis von  $\Omega^-/\Xi^- \approx 10^{-4}$ .

Generell lässt sich also erkennen, dass die Hadronenmultiplizitäten auch gut mit denen des statistischen Modells "THERMUS" aus [178] übereinstimmen, inklusive der  $\Xi^-$ -Multiplizität. Die Ausbeute an  $\Xi^-$ -Hyperonen wird jedoch, sowohl von THERMUS als auch von der hier vorgestellten BUU-Transportrechnung, bezüglich des experimentell ermittelten Wertes [159] um ungefähr eine Größenordnung unterschätzt.

Für Strahlenergien bis zu einigen GeV pro Nukleon komprimiert sich in Schwerionenkollisionen die nukleare Materie bis zum vielfachen der Kernsättigungsdichte, wobei merkliche Mesonproduktion erst bei höheren Strahlenergien einsetzt [155]. Deshalb ist zu erwarten, dass nicht zu hohe Energien dazu geeignet sind, die Dynamik des baryondominierten stark wechselwirkenden Mediums zu untersuchen, beispielsweise die nukleare Zustandsgleichung [205]. Sie bestimmt wiederum einige wichtige physikalische Zusammenhänge in Neutronensternen [156] und in späten Phasen kollabierender Supernovae vom Typ II. So verursacht eine hohe Kompressibilität (weiche Zustandsgleichung) der Materie mehr inelastische (harte) Nukleon-Nukleon-Stöße, welche ihrerseits die Erzeugung sekundärer Hadronen hervorrufen. Möglicherweise überdecken die effektiven in-medium-Massen der Hadronen eine direkt sichtbare Relation zwischen nuklearer Inkompressibilität und Multiplizität der produzierten Hadronen [57]. Es wird allgemein erwartet, dass besonders seltsame und seltene Hadronen, welche tief unterhalb der energetischen Produktionsschwelle erzeugt wurden, eine signifikante Sensitivität auf die Kompressibilität besitzen. Dieser Vermutung soll durch eine Analyse der Multiplizitäten für verschiedene Einstellungen der Zustandsgleichung nachgegangen werden.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Allerdings bleibt fraglich, ob die für pA-Reaktionen gefundene  $\phi$ -Absorptionsstärke (ohne weitere Überlegungen mit einzubeziehen) auch auf AA-Systeme anwendbar ist.



Abbildung 3.14: Multiplizitäten von  $\Xi^-$ ,  $\Lambda + \Sigma^0$ ,  $\phi$ ,  $K^-$  und  $K^+$  mit den zugehörigen experimentellen Daten (siehe entsprechende Referenzen in der Abbildung) als Funktion des nuklearen Inkompressibilitätsmoduls  $\kappa$ . Solide Fehlerbalken stehen für den statistischen Fehler wobei gepunktete Fehlerbalken auf systematische Fehler mit einer Standardabweichung von  $\pm 3\sigma$  hinweisen. Durchgezogene (gestrichelte) Kurven repräsentieren  $C \neq 0$  (C = 0), d.h. mit (ohne) impulsabhängiger Wechselwirkung bei der Kollision von Ar (1.756 AGeV) + KCl mit Impaktparameter b = 3.9 fm.

	$C \neq 0$	C = 0
$\Lambda + \Sigma^0$	-0.18	0.03
$K^+$	-0.17	0.02
$K^{-}$	-0.64	-0.54
$\phi$	-0.55	-0.65
Ξ_	-1.10	-1.39

**Tabelle 3.2:** Normierte Neigungsparameter  $S = N^{-1} dN/d\kappa$  in GeV<sup>-1</sup> für die verschiedenen Teilchenspezies mit  $(C \neq 0)$  oder ohne (C = 0) einem impulsabhängigen Term im mittleren Feld des Nukleons, korrespondierend zu Abb. 3.14.

Die Abb. 3.14 zeigt die Resultate für die Multiplizitäten von  $\Xi^-$ ,  $\Lambda + \Sigma^0$ ,  $\phi$  und  $K^{\pm}$  in Abhängigkeit der Kompressibilität  $\kappa$  zwischen 185 MeV und 380 MeV. Man kann erkennen, dass eine begrenzte und im logarithmischen Maßstab schwer erkennbare Abhängigkeit vorhanden ist. Um die Abhängigkeit zu quantifizieren, sind in Tab. 3.2 die normierten Neigungsparameter  $S = N^{-1} dN / d\kappa$  für die Fälle mit und ohne einer impulsabhängigen Wechselwirkung der Zustandsgleichung zusammengefasst. Für  $\Lambda + \Sigma^0$  und  $K^+$  ist eine schwache Abhängigkeit erkennbar, während  $K^-$ - und  $\phi$ -Multiplizitäten eine stärkere Sensitivität erkennen lassen. Die  $\Xi^{-}$ -Empfindlichkeit ist gegenüber  $\kappa$  eindeutig am stärksten: Fixiert man alle Parameter und variiert  $\kappa$  von 185 MeV bis 380 MeV, fällt  $N_{\Xi^-}$  um einen Faktor von 1.24 ab. Das scheint die Frage zu beantworten, ob die  $\Xi^{-}$ -Multiplizität stärker von der nuklearen Kompressibilität abhängt als  $K^{-}$  und  $\phi$ -Multiplizitäten. Diese Aussage bleibt auch dann gültig, wenn die Impulsabhängigkeit des mittleren Feldes eliminiert wird (C = 0). Das Maß für den Abfall der Multiplizität steigt dann sogar geringfügig auf 1.31 an. Die Neigungsparameter für  $K^-$ ,  $\phi$  und  $\Xi^$ ändern sich nur wenig, wie Tab. 3.2 erkennen lässt. Im Gegensatz dazu vergrößern sich die Abhängigkeiten minimal für  $\Lambda + \Sigma^0$  und  $K^+$ . Dieses Verhalten scheint sich für große Systeme zu verstärken (siehe Abb. 3.15 für Ni + Ni und Au + Au).



**Abbildung 3.15:** Wie Abb. 3.14, aber für die Systeme Au (1.50 AGeV) + Au (linke Seite) und Ni (1.93 AGeV) + Ni (rechte Seite) mit entsprechend gemitteltem Impaktparameter.

## 3.3 Zeitevolution

Das zeitliche Verhalten der betrachteten Hadronen soll im Folgenden untersucht werden und bildet die Grundlage zum Verständnis der Dynamik des Systems. Dabei demonstriert der Zeitbeginn der Evolutionsdarstellungen immer den Anfang der Simulation, noch bevor die Kerne kollidieren. Da die aufeinander zulaufenden Schwerionen mit einer Anfangsdistanz von  $r_{\text{dist}}$  versehen sind, finden die ersten NN-Stöße erst ab ca. 4 fm/c bei verschwindendem Impaktparameter statt. Entsprechend später beginnen die ersten Teilcheninteraktionen für größere Impaktparameter (siehe Abschnitt 2.4 und Anhänge A und D).

### 3.3.1 Erzeugungsraten und Ausfrierdynamik

In Abb. 3.16, links, sind die Erzeugungsraten von  $K^+$ -,  $K^-$ - und  $\phi$ -Mesonen in Abhängigkeit von der Zeit für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl dargestellt. Dabei sind die Multiplizitäten auf jene bei t = 60 fm/c normiert worden. Die Raten für  $K^+$  und  $\phi$ erreichen ihr Maximum bei ca. 7 fm/c, während die Produktionsrate für  $K^-$ -Mesonen um ca. 1 fm/c versetzt ihr Maximum erreicht und ein langsamer abklingendes Verhalten aufweist. Die linke Seite der Abb. 3.17 zeigt neben der bereits diskutierten Erzeugungsrate für  $K^-$ -Mesonen zusätzlich die Produktion für  $\Lambda + \Sigma^0$ - und  $\Xi^-$ -Hyperonen. Es orientieren sich  $\Lambda + \Sigma^0$  stark am Verhalten für  $K^-$ ; jedoch ist darauf bezogen die Produktion des Hyperons  $\Xi^-$  leicht verzögert.

Um eine Aussage über den Produktionsort bzw. die lokale Dichte am Produktionsort von  $K^{\pm}$ ,  $\phi$ ,  $\Lambda + \Sigma^0$  und  $\Xi^-$  treffen zu können, ist ein Zusammenhang zwischen Baryondichte und Zeitevolution erforderlich. Dieser ist in Abb. 3.18 für ein zentrales Volumenelement dargestellt, welches als ein 3-dimensionaler Würfel mit einer Kantenlänge im Ortsraum von 1 fm<sup>3</sup> im Code realisiert ist. Dabei ist der gesamte berücksichtigte Raum mit einer Ausdehnung von 100 fm<sup>3</sup> in diese Würfel unterteilt, um für jeden Ort die lokale Dichte berechnen zu können. Somit ergibt sich für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl eine maximale Dichte von 2.4  $n_0$  nach einer Zeitdauer von 7.5 fm/c.

Mit Hilfe dieses Zusammenhangs von Zeiten und Dichten kann eine zu Abb. 3.16, links, äquivalente Darstellung ermittelt werden, die angibt, bei welchen typischen Baryonendichten die Mesonen  $K^{\pm}$  und  $\phi$  gebildet werden. Die rechte Seite der Abb. 3.16



Abbildung 3.16: Normierte Erzeugungsrate von  $K^+$ -Mesonen (schmale schwarze Balken),  $K^-$ -Mesonen (rotes Histogramm) und  $\phi$ -Mesonen (breite graue Balken) als Funktion von Zeit (linke Seite) und lokaler Dichte (rechte Seite). Die Normierung erfolgte auf die Multiplizität bei t = 60 fm/c für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl und für Standardwerte des mittleren Stoßparameters und des Inkompressibilitätsmoduls.



**Abbildung 3.17:** Wie Abb. 3.16, aber für  $\Lambda + \Sigma^0$  (schwarze schmale Balken),  $\Xi^-$  (rotes Histogramm) und  $K^-$  (graue breite Balken).



Abbildung 3.18: Normierte Netto-Baryonendichte  $n/n_0$  in einem zentralen Volumenelement als Funktion der Zeit t für Ar (1.756 AGeV) + KCl und b = 3.9 fm.



**Abbildung 3.19:** Wie in Abb. 3.16, aber nur für  $\phi$ -Mesonen des Systems Ru (1.69 AGeV) + Ru für einen Impaktparameter von b = 2.8 fm (vergleiche rechte Seite mit Abbildung 4 in [98]). Auch hier wurde eine Normierung auf die Multiplizität bei t = 60 fm/c durchgeführt.

zeigt diese Dichteabhängigkeit für  $\phi$  und  $K^{\pm}$ , wobei sich ein einheitliches Maximum bei 1.75  $n_0$  und eine für alle betrachteten Teilchen gemeinsame maximale Dichte bis 2.3  $n_0$  ergibt. Dabei findet  $K^{\pm}$ -Produktion auch bei sehr geringen Dichten statt; hingegen setzt die  $\phi$ -Erzeugung erst bei 0.3  $n_0$  ein. Für  $\Xi^-$ -Hyperonen zeigt Abb. 3.17, rechts, ein ähnliches Verhalten wie für  $\Lambda + \Sigma^0$  bzw.  $K^-$ , wobei diesbezüglich nur im Bereich subnuklearer Dichten eine geringfügig höhere Erzeugungsrate zu verzeichnen ist.

Interessant ist, das sowohl zeitliche als auch dichteabhängige Produktionsverhalten für  $\phi$ -Mesonen des Systems Ru (1.69 AGeV) + Ru (siehe Abb. 3.19) mit der bisher betrachteten Reaktion Ar + KCl zu kontrastieren. Aufgrund des schwereren Systems ergibt sich ein zu größeren Dichten verschobenes und breiteres Maximum der Erzeugung. Demzufolge geschieht die  $\phi$ -Produktion auch bei größeren Zeiten. Die Reaktion Ru (1.69 AGeV) + Ru wurde von der FOPI-Kollaboration untersucht und in [98] interpretiert.

Zeit- und dichteaufgelöste Verteilungen der letzten Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungen liefern Aufschluss darüber, bei welchen Bedingungen die Hadronen kinetisch von der Materie entkoppeln. Den letzten Kontakt von  $K^{\pm}$ - und  $\phi$ -Mesonen mit dem umgebenden hadronischen Medium zeigt die Abb. 3.20 in Abhängigkeit der Zeit (linke Seite) und der lokalen Baryonendichte (rechte Seite). Der Zeitpunkt, an dem die meisten  $\phi$ -Mesonen ausfrieren, liegt bei ca. 9 fm/c. Damit entkoppeln  $\phi$ -Mesonen im Mittel um 1 fm/c früher als  $K^+$ -Mesonen. <sup>10</sup> Für  $K^-$ -Mesonen liegt die maximale Rate des Entkoppelns bei 12 fm/c, womit ein signifikant späteres Ausfrieren gegenüber  $\phi$  und  $K^+$  zu verzeichnen ist. Dies erklärt sich durch den größeren totalen Wirkungsquerschnitt von  $K^-$ -Mesonen und die somit verursachte kleinere mittlere freie Weglänge. Das bestätigt sowohl die Überlegungen in [146] als auch die Resultate aus Abschnitt 3.1.1 und 3.1.2, in denen die effektive Temperatur des kinetischen Entkoppelns  $T_{\rm eff}$ , deduziert aus den inversen Slope-Parametern der Transversalmassenspektren, für  $K^+$  höher als für  $K^-$ -Mesonen lag [177]. Dieser Unterschied wird ebenfalls ersichtlich, wenn man das Ausfrier-

 $<sup>^{10}</sup>$ Im Gegensatz zu relativistischen Stößen wird in ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen erwartet, dass aufgrund des kleinen Wechselwirkungsquerschnitts das  $\phi$ -Meson noch eher abkoppelt als bei geringerer Strahlenergie [138]. Dies erlaubt differentielle Untersuchungsmethoden der Ausfrierbedingungen [140, 141].



Abbildung 3.20: Normierte Verteilung der letzten Interaktion mit nuklearer Materie (Zeitpunkt des Ausfrierens) von  $K^+$ -Mesonen (schwarze schmale Balken),  $K^-$ -Mesonen (rotes Histogramm) und  $\phi$ -Mesonen (graue breite Balken) als Funktion der Zeit (linke Seite) und der lokalen Dichte (rechte Seite). Die Normierung erfolgte für entsprechende Multiplizitäten bei t = 60 fm/c. Für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl und für Standardwerte des mittleren Impaktparameters und des Inkompressibilitätsmoduls.

verhalten als Funktion der lokalen Dichte betrachtet (siehe rechte Seite der Abb. 3.20).  $K^-$ -Mesonen entkoppeln in wesentlich geringeren Dichten als  $K^+$ - und  $\phi$ -Mesonen. Das macht  $K^-$  zu hervorragenden Sonden für Dichten unterhalb von 0.5  $n_0$ ; hingegen reagieren  $K^+$ - und  $\phi$ -Mesonen sensitiv auf sämtliche lokale Dichten bis zu 2.4  $n_0$ . Dieses Resultat modifiziert die Vermutung aus Abschnitt 3.1.4 bezüglich der Produktion von  $\phi$ -Mesonen in der Korona dahingehend, dass auch in dichteren Regionen  $\phi$ 's auftreten können.

#### 3.3.2 $\phi$ -Zerfall

Im System Ar + KCl mit der Strahlenergie von 1.756 AGeV spielt der hadronische  $\phi$ -Zerfall in zwei unterschiedlich geladene Kaonen durch die relativistische Zeitdilatation der Eigenzeit  $\tau$  eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Bei diesem Zerfall bestehen zur technischen Umsetzung zwei Möglichkeiten: Gespeichert werden können der Zerfall als real stattfindendes bzw. ausbleibendes Ereignis oder die Angabe der entsprechenden Zerfallswahrscheinlichkeit. Hier ist die zweite (perturbative) Variante bevorzugt worden. Dadurch beeinflusst der Zerfall des  $\phi$ -Mesons die Dynamik des Feuerballs nicht. Das Verzweigungsverhältnis für den Zwei-Körper-Zerfall in ein  $K^+ - K^-$ -Paar kann dabei folgendermaßen berechnet werden [187]: Die Ruhemasse des Mutterteilchens  $\phi$  im Ruhesystem des Mediums (gekennzeichnet durch Größen mit einem "\*") lautet

$$M \equiv m_{\phi}^* = E_{K^+}^* + E_{K^-}^* = \sqrt{m_{K^+}^{*2} + p^{*2}} + \sqrt{m_{K^-}^{*2} + p^{*2}}$$
(3.2)

bei Ausnutzung von  $\vec{p}_{K^+}=-\vec{p}_{K^-}$ aufgrund von Impulserhaltung. Daraus ergibt sich für das Medium

$$2m_{\phi}^*p^* = \sqrt{\left(m_{\phi}^{*2} - (m_{K^+}^* - m_{K^-}^*)^2\right) \left(m_{\phi}^{*2} - (m_{K^+}^* + m_{K^-}^*)^2\right)}$$
(3.3)

und für den Vakuumfall bei Massengleichheit von Kaonen und Antikaonen

$$2m_{\phi}p = \sqrt{m_{\phi}^4 - 4m_{\phi}^2 m_K^2}.$$
(3.4)

Für die Zerfallsbreite  $\Gamma_K^*$  der  $\phi$ -Mesonen in Kaonen im Medium wird die Vakuumzerfallsbreite  $\Gamma_K$  noch mit einem mediumabhängigen Faktor  $F^*$  multipliziert, der die Kinematik in nuklearer Materie berücksichtigt (Energieabhängigkeit der p-Welle):

$$\Gamma_K^* = \Gamma_K \frac{m_{\phi}^2/p^3}{m_{\phi}^{*2}/p^{*3}} = \Gamma_{\phi} (1 - BR_{3\pi}) F^*.$$
(3.5)

Die totale Zerfallsbreite der  $\phi$ -Mesonen setzt sich additiv aus einer festen Breite  $\Gamma_{3\pi}^{11}$ und einer dynamischen Breite

$$\Gamma_{\phi} = \Gamma_{3\pi} + \Gamma_K \tag{3.6}$$

der Kaonen zusammen. Für das gewünschte Verzweigungsverhältnis für den  $\phi$ -Zerfall in  $K^+ - K^-$ -Paare <sup>12</sup> im Medium ergibt sich folglich mit  $\Gamma_K^* = \Gamma_K F^*$ 

$$BR_K^* = \frac{\Gamma_K^*}{\Gamma_\phi^*} \frac{BR_K}{1 - BR_{3\pi}}$$
(3.7)

und schließlich die Wahrscheinlichkeit, dass ein  $\phi$ -Meson zerfällt zu

$$P_{\phi}^{*} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau^{*}}} \operatorname{mit} \gamma^{*} \tau^{*} = \frac{1}{\Gamma_{\phi}^{*}}$$
(3.8)

mit dem boost-Parameter  $\gamma^* = E_{\phi}^*/m_{\phi}^*$  des Mediums. Damit erhält man die Auftrittswahrscheinlichkeit  $P_K^{*A}$  eines geladenen Kaons im Medium über die Auftrittswahrscheinlichkeit  $P_{\phi}^{*A}$  noch nicht zerfallener  $\phi$ -Mesonen mittels

$$P_K^{*A} = P_\phi^{*A} B R_K^*. ag{3.9}$$

Die festen Verzweigungsverhältnisse  $BR_{3\pi}$  und  $BR_K$  sowie die Vakuumzerfallsbreite  $\Gamma_{\phi}$  sind aus [194] übernommen worden.

Natürlich ist vor allem experimentell die Frage bedeutsam, wieviel geladene Kaonen bzw. Antikaonen explizit aus dem  $\phi$ -Zerfall stammen, um die Relevanz dieses Zerfallskanals und damit die Wichtigkeit des  $\phi$ -Mesons in der Zerfallskette zu verifizieren. Dazu teilt man zunächst die Anzahl aller momentan auftretenden Kaonen in solche, die vom  $\phi$ -Zerfall herrühren und jene, die von anderen Zerfällen stammen, auf:

$$N_K = N'_K + N^{\phi}_K.$$
 (3.10)

Betrachtet man nun beispielsweise nur die  $K^-$  nach dem chemischen Ausfrieren für t > 60 fm/c, sind nahezu alle  $\phi$ -Mesonen in Kaon-Antikaon-Paare zerfallen und "füttern" so in die  $K^-$ -Multiplizität. Der Rest, der nach 60 fm/c noch nicht zerfallen ist, wird kumulativ erfasst, um die späteren Zeitpunkte zu simulieren, d.h.

$$\frac{N'_{K^-}}{N_{K^-}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{N_{\phi}}{N_{K^-}}.$$
(3.11)

Damit ergibt sich ein theoretischer (experimenteller) Anteil an  $K^-$ -Mesonen von ca. 14% (18%) [175], die aus dem  $\phi$ -Zerfall stammen.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup>Der entsprechende dritt-häufigste Zerfallskanal des  $\phi$ -Mesons mit ca. 15% Zerfallswahrscheinlichkeit ist  $\phi \rightarrow \rho \pi + \pi^+ \pi^- \pi^0$ .

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup>Dabei ist die explizite Erzeugung ungeladener Kaonenpaare vernachlässigt worden, da  $K^0$ -Mesonen ca. 100 mal häufiger auftreten als  $\phi$ -Mesonen und folglich der  $\phi$ -Zerfall durch den Kanal  $\phi \to K_L^0 K_S^0$  mit einer Zerfallswahrscheinlichkeit von ca. 34% kaum zur  $K_S^0$ -Multiplizität beiträgt.



Abbildung 3.21: Linke Seite: Anzahl an  $K^+$ -Mesonen (schwarze Kurven) und  $K^-$ -Mesonen (rote Kurven) pro Stoßereignis (b = 3.9 fm) als Funktion der Zeit, die von allen Produktionskanälen stammen (durchgezogene Kurven) und solchen, du nur aus dem  $\phi$ -Zerfall (gestrichelte Kurven) kommen. Der schwache Offset der gestrichelten roten (schwarzen) Kurve bei t = 60 fm/c zeigt die Beiträge zu der Anzahl an  $K^-$  ( $K^+$ )-Mesonen, die zu einem späteren Zeitpunkt zerfallen. Rechte Seite: Anzahl aller erzeugten (lang-gestrichelte Kurve) und momentan noch vorhandenen (durchgezogene Kurve)  $\phi$ 's pro Ereignis als Funktion der Zeit. Die totale Anzahl an durch  $\phi$ -Mesonen zerfallenen  $K^+ - K^-$ -Paaren (kurz-gestrichelte Kurve) ist ebenso dargestellt wie diejenigen Paare, die im invarianten Massenfenster 995 MeV  $< \sqrt{(p_{K^+} + p_{K^-})^2} < 1045$  MeV (gepunktete Kurve) und zusätzlich auch in der HADES-Akzeptanzregion (strichpunktierte Kurve) liegen. Zerfälle von  $K^{\pm}$ -Mesonen während der Flugzeit bis zum Detektor sind hier nicht berücksichtigt.

Im vorangegangenen Abschnitt ist die im Vergleich zu  $K^+$ - und  $\phi$ -Mesonen verzögerte Produktion von  $K^-$ -Mesonen diskutiert worden. Dieses Verhalten ist in den totalen Multiplizitäten von  $K^+$  und  $K^-$  in Abb. 3.21, links, ebenfalls erkennbar (durchgezogene Kurven). Darüber hinaus zeigt sich für die Anzahl an  $K^-$ -Mesonen eine minimale Reduktion kurz nach dem Peak bei ca. 10 fm/c. Das ist auf die Absorptionskanäle zurückzuführen und wird im nächsten Abschnitt analysiert. Die gestrichelten Kurven zeigen die  $K^+$  (schwarz)- und  $K^-$  (rot)-Mesonen, die aus dem  $\phi$ -Zerfall stammen. Dabei ist der Anteil für  $K^+$  vernachlässigbar gegenüber der Gesamtausbeute. Wie bereits erwähnt, zerfallen nach einer Simulationsdauer von 60 fm/c alle noch verbliebenen  $\phi$ -Mesonen in  $K^+-K^-$ -Paare. Dies ist mit einem Anstieg der  $K^{\pm}$ -Multiplizität verbunden. Für  $K^-$  ist dadurch dieser Zerfallsbeitrag von unter 10% bis 60 fm/c auf 14% gestiegen. Dennoch dominiert der  $\phi$ -Zerfall den  $K^-$ -Produktionsprozess nicht, sondern bildet nur einen zu berücksichtigenden Kanal.

Im Experiment [175] werden die  $\phi$ -Mesonen über den hadronischen Zerfallskanal und damit durch die invariante Masse von  $K^+ - K^-$ -Paaren rekonstruiert. Dafür steht ein Intervall von 995 – 1045 MeV/c<sup>2</sup> zur Verfügung. Werden beide oder nur eines der  $K^{\pm}$ -Mesonen aus diesem Bereich herausgestreut oder absorbiert, kann kein  $\phi$  rekonstruiert werden. Weiterhin dürfen die Zerfallsprodukte  $K^+$  und/oder  $K^-$  nicht außerhalb der geometrischen HADES-Akzeptanz liegen (siehe Anhang G). Das wird durch die rechte Seite der Abb. 3.21 verdeutlicht. Die durchgezogene Kurve bezeichnet alle momentan vorhandenen  $\phi$ -Mesonen, wobei deren Maximum bei ca. 10 fm/c mit dem der durch  $K^+ - K^-$ -Paare rekonstruierten  $\phi$ -Mesonen (kurz-gestrichelte Kurve) nach t > 60 fm/c übereinstimmen muss. In logarithmischer Darstellung der momentanen  $\phi$ -Multiplizität ergibt sich zwangsläufig durch das exponentielle Zerfallsgesetz (3.8) ein lineares Abklin-



Abbildung 3.22: Linke Seite: Zeitabhängige Raten dN/dt von  $K^-$ -Mesonen für folgende Kanäle: (i)  $\pi Y \to K^- N$ , (ii)  $\pi N \to NK^+K^-$ , (iii)  $BB \to BBK^+K^-$ , (iv)  $NY \to NNK^-$  und (v)  $NK^- \to \pi Y$  (Absorptionskanal). Rechte Seite: Erzeugungsrate, Absorptionsrate und die daraus durch Summation resultierende Rate von  $K^-$ -Mesonen in Abhängigkeit der Zeit. Beide Darstellungen sind für das System Au (1.5 AGeV) + Au für zentrale Stöße (b = 0) dargestellt (vergleiche mit [60]).

gen der Kurve. Die lang-gestrichelte Kurve symbolisiert alle erzeugten  $\phi$ 's ohne Absorption. Aufgrund von Rückstreuung und Absorption ist die Anzahl an  $K^+ - K^-$ -Paaren in dem Fenster der invarianten Masse nach t > 60 fm/c um 26% gegenüber aller erzeugten  $K^+ - K^-$ -Paare reduziert (gepunktete Kurve). Diese Prozesse liefern die Begründung dafür, weshalb die Anzahl an  $K^-$ -Mesonen aus dem  $\phi$ -Zerfall geringer ist als die der entsprechenden  $K^+$ -Mesonen (siehe linke Seite der Abb. 3.21). Die Anzahl an noch mit HADES detektierbaren  $K^+ - K^-$ -Paaren, die innerhalb des Massenfensters liegen, ist nochmal um 63% geringer (strichpunktierte Kurve).

### 3.3.3 Produktions- und Absorptionsverhalten für $K^-$ -Mesonen

Im Folgenden wird der Einfluss verschiedener Produktions- und Absorptionskanäle sowie effektiver in-Medium-Massen von  $K^{\pm}$ -Mesonen auf die Erzeugung von  $K^{-}$ -Mesonen zeitlich aufgelöst untersucht.

Die Produktionsraten für  $K^-$ -Mesonen sind für die einzelne Kanäle (i)  $\pi Y \to K^- N$ , (ii)  $\pi N \to NK^+K^-$ , (iii)  $BB \to BBK^+K^-$  mit B = N,  $\Delta$  und (iv)  $NY \to NNK^-$  in Abb. 3.22 mittels durchgezogener Kurven für Au (1.5 AGeV) + Au dargestellt. Dabei sind die Kanäle für die assoziierte  $K^+ - K^-$ -Produktion (ii) und (iii) weniger relevant; wichtig erscheinen die Reaktionen (i) sowie die Strangeness-Austauschreaktion  $NY \to NNK^-$  (iv), wobei diese mit etwa gleicher Stärke bei 14 bzw. 16 fm/c ihr Maximum erreichen. Die Absorptionsreaktionen  $NK^- \to \pi Y$  (v) sind durch eine gestrichelte Kurve symbolisiert und stellen den (betragsmäßig) größten Teil der Raten dar. Deren Maximum liegt bei 15 fm/c. Addiert man die entsprechenden Raten der Produktionskanäle (i) - (iv) und subtrahiert davon die Raten des Absorptionskanals (v), erhält man eine resultierende Rate, wie in Abb. 3.22, rechts, gezeigt ist. Dabei ist der Einfluss der Absorption so stark, dass ab einem Zeitpunkt von ca. 20 fm/c die absolute Anzahl an  $K^-$ -Mesonen nicht mehr steigt, sondern sogar abnimmt - zunächst schnell, dann asymptotisch immer langsamer. Dieses Verhalten bestätigt die Resultate aus [60].

Das leichtere System Ar (1.756 AGeV) + KCl zeigt ein ähnliches zeitliches Verhalten



**Abbildung 3.23:** Wie Abb. 3.22, aber für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl und b = 3.9 fm.



Abbildung 3.24: Zeitliche Entwicklung der Anzahl von  $K^-$ -Mesonen (ohne diejenigen  $K^-$ -Mesonen, die aus dem  $\phi$ -Zerfall stammen) für verschiedene Kombinationen von Kaon- und Antikaonpotentialen des Systems Au (1.5 AGeV) + Au für für zentrale Stöße: (1) mit  $K^+$ -Potential, mit  $K^-$ -Potential, (2) mit  $K^+$ -Potential, ohne  $K^-$ -Potential, (3) ohne  $K^+$ -Potential, mit  $K^-$ -Potential und (4) ohne  $K^+$ -Potential, ohne  $K^-$ -Potential.

(siehe linke Seite der Abb. 3.23), wobei die einzelnen Maxima aufgrund der geringeren Systemgröße um ca. 4 fm/c eher erreicht werden als bei Au + Au (Abb. 3.22, links). Weiterhin ist der Einfluss des Strangeness-Austauschkanals (iv) größer und führt demzufolge zu einem schwächeren Beitrag der Absorption, wie die marginal negative resultierende Rate (blaue Kurve) in Abb. 3.23, rechts, ab ca. 15 fm/c zeigt.

Analysiert man die zeitliche Entwicklung der Anzahl an  $K^-$ -Mesonen im System Au (1.5 AGeV) + Au und Ar (1.756 AGeV) + KCl mit und ohne  $K^{\pm}N$ -Potentiale in unterschiedlichen Kombinationen, ergibt das die Abhängigkeiten in Abb. 3.24 bzw. Abb. 3.25. Dabei ist dieselbe Hierarchie festzustellen, wie das bereits für Rapiditätsspektren in Abschnitt 3.1.1 und 3.1.2 gezeigt wurde. Nach 20 bzw. 12 fm/c bildet sich die maximale Anzahl an momentan vorhandenen  $K^-$ -Mesonen, um sich dann aufgrund von Absorption wieder leicht zu verringern. Dieser Effekt ist mit eingeschaltetem  $K^-N$ -Potential größer als für den Vakuumfall  $\Delta m_{K^-} = 0$ . Das Potential  $K^+N$  verstärkt dieses Verhalten, da es die  $K^-$ -Produktion unterdrückt. Diese Hierarchie wird qualitativ in [59, 60]



**Abbildung 3.25:** Wie Abb. 3.24, aber für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl und b = 3.9 fm. Hier ist der  $\phi$ -Zerfall in ein  $K^+ - K^-$ -Paar in der Ausbeute an  $K^-$ -Mesonen berücksichtigt. Der sprunghafte Anstieg der  $K^-$ -Multiplizität bei t = 60 fm/c stammt aus dem künstlichen Zerfall der bis dahin noch verbliebenen  $\phi$ -Mesonen in ein  $K^+ - K^-$ -Paar.



**Abbildung 3.26:** Beiträge der einzelnen Kanäle zur gesamten  $K^+$ -Produktion (linke Seite) und  $K^-$ -Produktion (rechte Seite) für verschiedene Impaktparameter b. Die einzelnen Kanäle sind in Anhang J, Gl. (J.1) - (J.5), aufgelistet.

bestätigt.

Berücksichtigt man zusätzlich den (notwendigen) Kanal  $\phi \to K^+ K^-$  für die  $K^-$ -Ausbeute, wirkt dieser der Absorption entgegen und erhöht die Anzahl der  $K^-$ -Mesonen geringfügig. Dies zeigt Abb. 3.25 für Ar (1.756 AGeV) + KCl, wobei der Anstieg nach t = 60 fm/c auf die restlichen zerfallenen  $\phi$ -Mesonen zurückzuführen ist.

## 3.4 Zentralitätsabhängigkeit individueller Kanäle

Neben der Strahlenergie und der Systemgröße (siehe dazu auch Abschnitt 3.5) spielt die Zentralität, d.h. die Abhängigkeit der Observablen vom Stoßparameter, in Schwerionenreaktionen eine wichtige Rolle.

Für das  $K^+$ -Meson ist diese Abhängigkeit, normiert auf die Gesamtausbeute der jeweiligen Impaktparameter, in Abb. 3.26, links, dargestellt. Die jeweiligen Produktionsund Absorptionskanäle mit den entsprechenden Wirkungsquerschnitten sind in Anhang



**Abbildung 3.27:** Wie 3.26, aber für  $\phi$ -Mesonen. Die Kanäle, die ein  $\phi$ -Meson und zwei Nukleonen im Ausgangskanal produzieren, sind pp, nn, pn und  $B\Delta$  (=  $N\Delta$ ,  $\Delta\Delta$  und N + Resonanzen ( $N^*$ )). Ein Nukleon und ein  $\phi$ -Meson werden über  $\pi + p$ ,  $\pi + n$ ,  $\pi + \Delta$ ,  $\pi + N(1440)$ ,  $\pi + N(1520)$ ,  $\rho + p$ ,  $\rho + n$  und  $\rho + \Delta$  Kollisionen produziert. Der Kanal  $\pi + \rho$  erzeugt nur ein einzelnes  $\phi$ -Meson.

J zu finden, wobei die parametrisierten Wirkungsquerschnitte der Kaonproduktionskanäle  $NN \rightarrow NYK^+$  durch [84] gegeben sind. Für steigende (fallende) Impaktparameter nimmt das Gewicht der Kanäle NN ( $N\Delta$ ) leicht zu (ab), beträgt aber in der Summe für alle Zentralitäten ca. 75% der Gesamtausbeute an  $K^+$ -Mesonen. Ein weiterer signifikanter Kanal ist  $\pi N$ ; dagegen spielt der hadronische Zerfallskanal des  $\phi$ -Mesons keine Rolle.

Die rechte Seite der Abb. 3.26 zeigt die Zentralitätsabhängigkeit der  $K^-$ -Mesonen. Hier sind die primären Produktionskanäle in den Hintergrund gerückt, und es dominieren die Strangeness-Transferreaktionen  $\pi\Lambda(\Sigma) \leftrightarrow K^-N$  und besonders  $BY \leftrightarrow NNK^-$ . Dabei steigen bzw. fallen die Beiträge für  $\pi N$  bzw.  $\pi Y$  mit zunehmendem Impaktparameter. Diese Zentralitätsabhängigkeiten können mit den Ergebnissen aus [59] für das schwere System Au + Au bei einer kinetischen Strahlenergie von 1.5 AGeV verglichen werden, wobei in [59] eine stärkere Impaktparameterabhängigkeit der  $K^{\pm}$ -Mesonen beobachtet wurde. Für zentrale Kollisionen liefern die Strangeness-Transferkanäle  $\pi\Lambda(\Sigma) \leftrightarrow$   $K^-N$  einen Beitrag von ca. 67% zur totalen  $K^-$ -Produktion (vergleiche [59]), welcher mit dem hier ermittelten Wert von 42% für Ar (1.756 AGeV) + KCl vergleichbar ist. Dabei ist zu beachten, dass in [59] der Zerfallskanal  $\phi \to K^+K^-$  nicht berücksichtigt wurde. Eine dementsprechend modifizierte Rechnung ohne  $\phi$ -Zerfall ergibt für Ar + KCl einen Beitrag der Strangeness-Austauschkanäle  $\pi\Lambda(\Sigma) \leftrightarrow K^-N$  zur Gesamtausbeute an  $K^-$ -Mesonen von 62%. Dieses Ergebnis steht im Einklang mit dem Resultat aus [59].

Die Erzeugung von  $\phi$ -Mesonen ist in elementaren hadronischen Reaktionen aufgrund der Okubo-Zweig-Izuka (OZI)-Regel [142] unterdrückt; aber bei der Produktion von  $\phi$ -Mesonen mit einem zusätzlichen Hyperon im Ausgangskanal sind katalytische Reaktionen, wie z.B.  $\pi Y \to \phi Y$  und  $\bar{K}N \to \phi Y$ , OZI-erlaubt und bisher außer Acht gelassen worden. Zwar sind die Wirkungsquerschnitte um einen Faktor 50 bzw. 60 größer im Vergleich zum Wirkungsquerschnitt für  $\pi N \to \phi N$ , aber eine wesentlich geringere Auftrittswahrscheinlichkeit an Hyperonen und Antikaonen gegenüber Nukleonen und Pionen schwächen diesen Effekt wieder deutlich ab. In [143] wurden Überlegungen angestellt, dass diese Kanäle insgesamt einen nicht unerheblichen Beitrag zur totalen  $\phi$ -Multiplizität leisten könnten.

In Abb. 3.27 ist die Impaktparameterabhängigkeit für einzelne Beiträge der  $\phi$ -



Abbildung 3.28: Linke Seite: Beiträge der einzelnen Kanäle zur  $\Xi^-$ -Produktion für variierende Stoßparameter *b*. Die entsprechenden Kanäle, die ein  $\Xi^-$ -Hyperon produzieren, sind in Tab. I.1 in Anhang I aufgelistet. Rechte Seite: Beiträge einzelner Kanäle zur gesamten  $\Xi^-$ -Multiplizität für verschiedene Systeme mit geringfügig unterschiedlicher kinetischer Strahlenergie für b = 1 fm und  $\kappa = 215$  MeV mit impulsabhängiger Wechselwirkung.

Produktion dargestellt. Ähnlich des Verhaltens für  $K^+$ -Mesonen ist auch hier nur eine schwache Abhängigkeit von der Zentralität der Kollision feststellbar. Für periphere Stöße fällt der Beitrag der Kanäle NN und  $B\Delta$ ; hingegen steigen die Anteile von  $\pi N$ und  $\rho N$ . Dominierende Beiträge liefern die Kanäle NN,  $\rho N$  und  $B\Delta$ .

Neben den bisher zufriedenstellend reproduzierbaren Hadronenspektren wird nun den einzelnen Produktionskanälen für das  $\Xi^-$ -Hyperon nachgegangen. Diese Kanäle und deren Wirkungsquerschnitte sind detailliert in Anhang I dargestellt und erläutert. Dabei wurde die  $\Xi^-$ -Absorption aufgrund ihres im Vergleich zu Produktionsprozessen vernachlässigbaren Wirkungsquerschnitts außer Acht gelassen.

Zunächst kann mit den Ergebnissen aus [171] bezüglich der  $\Xi^-$ -Multiplizität verglichen werden, wobei in [171] nur die Kanäle  $K^-Y \leftrightarrow \pi \Xi^-$  und  $K^-Y \leftrightarrow \eta \Xi^-$  mit  $Y = \Lambda$ ,  $\Sigma$  berücksichtigt worden sind. Dabei konnte für die speziellen Systeme Ni (1.93 AGeV) + Ni sowie Au (1.5 AGeV) + Au mit der Konfiguration b = 1 fm und  $\kappa = 215$  MeV das Ergebnis aus [171] im Rahmen der Fehlergrenzen reproduziert werden. Die verwendeten Kanäle zur  $\Xi^-$ -Produktion ergeben jedoch nur einen Bruchteil der gesamten  $\Xi^-$ -Multiplizität, wie die rechte Seite der Abb. 3.28 zeigt. Sowohl für diese schweren Systeme als auch für das leichte System Ar (1.756 AGeV) + KCl dominiert die Pioninduzierte Produktion aus  $\pi Y$ , wobei dieser Effekt von 80% für Ar + KCl bis 70% für Au + Au für größere Systeme an Stärke verliert.

Einen Zusammenhang zwischen Impaktparameter und den Anteilen der einzelnen Produktionskanäle an der Gesamtausbeute an  $\Xi^-$ -Hyperonen für Ar (1.756 AGeV) + KCl mit b = 3.9 fm verdeutlicht die linke Seite der Abb. 3.28. Hierin ist zu erkennen, dass mit steigender Zentralität des Stoßes die  $K^-$ -induzierte  $\Xi^-$ -Produktion zwar an Relevanz gewinnt (bis zu 20%), jedoch immer noch stark gegenüber den Kanälen  $\pi Y \to K^+\Xi^-$  unterdrückt ist. Trotz der Tatsache, dass die Reaktionen  $K^-Y \to \pi\Xi^$ exotherm verlaufen, werden weniger  $K^-$ -Mesonen als Pionen produziert (Nukleonen sind schon vorhanden). Der energetische Vorteil dieser exothermen Reaktionen im Vergleich zu den häufig aber endotherm verlaufenden Reaktionen ist nicht ausreichend, um den Produktionsprozess zu dominieren.

Zusammenfassend zeigt sich, dass für die hier betrachteten Hadronenspezies nur eine



Abbildung 3.29: Interpoliertes  $K^+$ -Spektrum (rote Kurven) in Abhängigkeit der reduzierten transversalen Kaonmasse für verschiedene Rapiditätsintervalle (linke Seite) mit Skalierung (von unten nach oben):  $-0.35 \leq y_{c.m.} < -0.30, \times 10^0$ ,  $-0.45 \leq y_{c.m.} < -0.35, \times 10^1, -0.55 \leq y_{c.m.} < -0.45, \times 10^2, -0.65 \leq y_{c.m.} < -0.55, \times 10^3, -0.75 \leq y_{c.m.} < -0.65, \times 10^4, -0.85 \leq y_{c.m.} < -0.75, \times 10^5$  und Rapiditätsspektrum (rechte Seite) von  $K^+$ -Mesonen für C (2.0 AGeV) + C mit einem Impaktparameter von b = 2.7 fm und dem Standard-Kaonpotential (siehe Anhang A). Die HADES-Daten (schwarze Fehlerbalken) und Datenfits (schwarze Linien) stammen aus [195].

schwache Abhängigkeit der Produktionskanäle von der Zentralität vorliegt. Das rechtfertigt die Vereinfachung, die Verteilung des LVL1-Triggers im System Ar (1.756 AGeV) + KCl bei der Darstellung von Hadronenspektren auf einen mittleren Impaktparameter von b = 3.9 fm zu reduzieren (siehe Anhang F). Bei einer signifikanten Impaktparameterabhängigkeit wäre diese hilfreiche Approximation nicht gerechtfertigt.

# 3.5 Vergleich mit weiteren HADES-, FOPI- und KaoS-Daten

Zum Vergleich und zur Adjustierung der Parameter des BUU-Transportcodes ist mit früheren Messungen hinsichtlich ausgewählter  $K^+$ - und  $\phi$ -Multiplizitäten und Spektren verglichen worden.

Abbildung 3.29 zeigt Transversalmassen- und Rapiditätsspektren für das  $K^+$ -Meson für die Reaktion C + C bei 2 AGeV. Dabei beträgt der geometrische Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\rm geo} = \pi r_0^2 (A_P^{\frac{1}{3}} + A_T^{\frac{1}{3}})^2 = 948 \text{ mb}, \qquad (3.12)$$

und die BUU-Rechnungen stimmen hervorragend mit den HADES-Daten [195] überein.

In Abb. 3.30 sind differentielle Wirkungsquerschnitte für  $K^+$ -Mesonen für verschiedene Laborwinkel als Funktion des Laborimpulses dargestellt. Hier kann ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den KaoS-Daten [201] konstatiert werden. Weiterhin wurden durch die KaoS-Kollaboration doppelte Kaonmultiplizitäten und das auf die Zentralität (ausgedrückt durch  $A_{part}$ ) normierte Verhältnis zwischen  $K^+$ -Multiplizitäten verschiedener Systeme gemessen [201]. Dabei hat sich diese Größe als eine weitere sensitive Observable sowohl auf  $K^+$ -Potentiale als auch auf die Steifheit der nuklearen Zustandsgleichung herausgestellt und wurde für verschiedene Systemgrößen, beispielsweise das schwere System Au + Au und das leichte C + C-System, in Abhängigkeit der Strahlenergie analysiert [201]. In [202, 203, 204] sind weitere Untersuchungen von Kaon- und



**Abbildung 3.30:** Wirkungsquerschnitte für  $K^+$ -Mesonen als Funktion des Laborimpulses  $p_{\text{lab}}$  für verschiedene Laborwinkel  $\theta$  im Vergleich mit den KaoS-Daten aus [201] (siehe Abbildung 7, unten). Das Stoßsystem ist C + C bei einer Strahlenergie von 1.8 AGeV. Der Impaktparameter beträgt b = 2.7 fm.

Multiplizitäten aus	Ni (1.93  AGeV) + Ni
B + B	$11.2 \times 10^{-4}$
$\pi + B$	$2.4 \times 10^{-4}$
$\rho + B$	$8.6 \times 10^{-4}$
$\pi + \rho$	$1.5 \times 10^{-4}$
$\pi + N(1440)$	$0.6 \times 10^{-4}$
$\pi + N(1520)$	$0.5  imes 10^{-4}$
totale Multiplizität	$2.5 \times 10^{-3}$
Daten vom Experiment [96]	
für $T = 130$ MeV	$(1.2 \pm 0.4 \pm 0.6) \times 10^{-3}$
für $T = 70 \text{ MeV}$	$(4.5 \pm 1.4 \pm 2.2) \times 10^{-3}$

**Tabelle 3.3:** Vergleich der Beiträge verschiedener Kanäle  $(B = N, \Delta)$  und der Gesamtausbeute an  $\phi$ -Mesonen mit den FOPI-Daten [96] für zwei unterschiedliche Annahmen des Slope-Parameters T (Temperatur) der  $\phi$ -Phasenraumverteilung. Für Ni (1.93 AGeV) + Ni mit b = 1 fm.

Antikaonspektren im Energiebereich von 0.6 AGeV bis 10 AGeV durchgeführt worden. Diese Ergebnisse könnten als weiterer Test für die Qualität der hier verwendeten Parameter-Einstellungen des BUU-Codes dienen.

Die Tabellen 3.3 und 3.4 zeigen einen Vergleich der Multiplizitäten von  $\phi$ -Mesonen aus verschiedenen Produktionskanälen inklusive der Gesamtausbeute mit den FOPI-Daten der Experimente für Ni + Ni [96] und Ru + Ru [98]. Es ist zu erwähnen, dass alle bisherigen Rechnungen die Parametrisierung [105] des Kanals  $NN \to NN\phi$  beinhalten (siehe Anhang H). Diese stimmen mit den verfügbaren Daten des Proton-Proton-Kanals [106, 148] überein. Mit Hilfe dieser neuen Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen  $pp \to pp\phi$  und  $pn \to pn\phi$  werden im Vergleich zu vorangegangenen Analysen [98] größere  $\phi$ -Multiplizitäten erzielt und die FOPI-Daten [96], welche von einem kleinen Phasenraumgebiet auf  $4\pi$  extrapoliert wurden, im Rahmen der Fehlergrenzen gut reproduziert. Dabei dominieren direkte Baryon-Baryon-Kollisionen, gefolgt von Rho-Baryon-Stößen. Pion-induzierte  $\phi$ -Produktion spielt nur eine untergeordnete Rolle.

Multiplizitäten aus	${\rm Ru}~(1.69~{\rm AGeV}) + {\rm Ru}$
B + B	$8.1 \times 10^{-4}$
$\pi + B$	$2.1 \times 10^{-4}$
$\rho + B$	$8.6 \times 10^{-4}$
$\pi + \rho$	$1.4 \times 10^{-4}$
$\pi + N(1440)$	$0.6 \times 10^{-4}$
$\pi + N(1520)$	$0.6 \times 10^{-4}$
totale Multiplizität	$2.1 \times 10^{-3}$

**Tabelle 3.4:** Wie Abb. 3.3, aber für Ru (1.69 AGeV) + Ru und für einen Stoßparameter von b = 2.8 fm.

Diese Vergleiche mit Experimenten der Kollaborationen HADES, FOPI und KaoS für unterschiedliche Systeme und Zentralitäten scheinen die Güte der Standard-Parametereinstellung des BUU-Transportcodes zu untermauern (siehe Anhang A).

# 4 $\phi$ -Mesonen in Proton-Kern-Stößen

Eine wichtige Brücke beim Übergang von elementaren Hadronenreaktionen zu Schwerionenkollisionen stellen Proton-Kern-Stöße dar. Die Zahl der involvierten Reaktionen ist geringer, und es treten kaum Kompressionsprozesse der Kernmaterie auf. In einer gerade abgeschlossenen Experimentserie der ANKE-Kollaboration wurde die  $\phi$ -Mesonen-Produktion in den Reaktionen p (2.83 GeV) + C, Cu, Ag und Au untersucht [214]. Die Daten, deren Analyse noch nicht abgeschlossen ist, erlauben, vermöge des Transparenzverhältnisses, Aussagen über die absorptive  $\phi N$ -Wechselwirkung vorzunehmen. Protonen wurden mit einer Strahlenergie von  $E_{\text{beam}} = 2.83 \text{ GeV}$  (das entspricht ca. 76 MeV oberhalb der freien NN-Schwelle für die Reaktion  $NN \rightarrow NN\phi$  im Vakuum) auf die Targets  ${}^{12}_{6}$ C (Referenzmessung),  ${}^{63}_{29}$ Cu,  ${}^{108}_{47}$ Ag und  ${}^{197}_{79}$ Au geschossen [111, 112, 113, 114, 115]. Dabei wurde die in-Medium-Breite des  $\phi$ -Mesons aus [111, 114] ermittelt.

Im Hinblick auf die Untersuchungen zur  $\phi$ -Erzeugung in der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl in Kapitel III ist eine direkte Anwendung des BUU-Codes auf die oben genannten Proton-Kern-Reaktionen von Interesse. Ziel der Untersuchungen ist es, aus den experimentellen Transparenzverhältnissen den bislang nur ungenau bekannten Absorptionsquerschnitt an Nukleonen zu deduzieren. In der Niederdichtenäherung kann dieser mit der  $\phi$ -Selbstenergie in Zusammenhang gebracht werden, deren Imaginärteil die  $\phi$ -Breite im nuklearen Medium beschreibt.<sup>1</sup>

# 4.1 $K^{\pm}$ -Spektren in pA-Kollisionen

Der hier eingesetzte BUU-Code wurde bereits in [79] und [117] für Proton-Kern-Kollisionen verwendet. Kaonen- und Antikaonen-Produktion in Proton-Kern-Stößen wurden u.a. von den Kollaborationen ANKE am COSY und KaoS am SIS 18 in dem hier wichtigen Bereich von Protonenergien untersucht. Insbesondere wurden von der KaoS-Kollaboration systematisch Kaon- und Antikaon-Transversalimpulsspektren bei verschiedenen Strahlenergien und für verschiedene Targetkerne untersucht. Es werden exemplarisch die Systeme p + C und p + Au bei einer kinetischen Strahlenergie der Protonen von  $E_{\text{beam}} = 2.5 \text{ GeV}$  betrachtet [79]. Abbildung 4.1 zeigt das Verhältnis der differentiellen Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/dm_t$  für Antikaonen zu Kaonen in Abhängigkeit von der Transversalmasse  $m_t$ , sowohl für ein leichtes Target (C, linke Seite der Abb. 4.1) als auch für ein schweres Target (Au, rechte Seite der Abb. 4.1). Für den im Experiment zugänglichen Bereich des Azimuthwinkels und der  $K^{\pm}$ -Impulse verdeutlicht die Abb. 4.1 die Unterdrückung der Antikaonen um einen Faktor von ca. 0.01, der für beide Systeme mit höheren Transversalimpulsen weiter abnimmt. Das experimentelle Verhältnis  $(d\sigma^{K^-}/dm_t)/(d\sigma^{K^+}/dm_t)$  wird mit den Standard-Parametern, die im Kapitel III für Schwerionenkollisionen bei etwas kleineren Energien verwendet wurden, für

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Argumente in [209] scheinen darauf hinzudeuten, dass in den Produktionsquerschnitten des  $\phi$ -Mesons diese Mediumeffekte umso stärker unterdrückt werden, je größer der Einfluss des Mediums ist.



**Abbildung 4.1:** Verhältnis der invarianten differentiellen Wirkungsquerschnitte von  $K^-$  und  $K^+$  als Funktion der transversalen Kaonmasse für das System p (2.5 GeV) +  $^{12}$ C (linke Seite) und p (2.5 GeV) +  $^{197}$ Au (rechte Seite) für den Laborwinkelbereich von  $36^{\circ} < \theta < 60^{\circ}$ . Die Standardparameter aus Kapitel III wurden für die Kaon- und Antikaonpotentiale verwendet. Datenpunkte der KaoS-Kollaboration aus [79].

die Reaktion p (2.5 GeV) + <sup>12</sup>C sehr gut und für die Reaktion p (2.5 GeV) + <sup>197</sup>Au im Mittel zufriedenstellend beschrieben. <sup>2</sup> Das lässt die Schlussfolgerung zu, dass zumindest in dem hier abgetasteten Phasenraumgebiet ähnliche Potentiale für  $K^{\pm}$  wie in Schwerionenkollisionen verwendet werden können. Als Arbeitshypothese bleibt auch die Parametereinstellung bezüglich der  $\phi$ -Mesonen für die folgende Analyse von Proton-Kern-Reaktionen fixiert. Bezüglich Überlegungen der Kopplung von  $\phi$  mit  $K^{\pm}$ -Medium-Eigenschaften wird auf [116] verwiesen.

# 4.2 Glauber-Modell in Eikonal-Näherung

Einen einfachen Ansatz zur qualitativen Beschreibung von relativistischen Proton-Kern-Stößen liefert das Glauber-Modell in Eikonal-Näherung. Es beinhaltet eine Abschätzung des Produktionsquerschnitts  $\sigma_{pA\to\phi X}$  für das  $\phi$ -Meson in Projektil (p)-Kern (A)-Kollisionen bei Vernachlässigung des Fermi-Impulses  $p_F$  der einzelnen Kern-Nukleonen, da es sich bei der hier betrachteten Reaktion nicht um eine Subschwellen-Produktion handelt. Dabei wurde weiterhin eine scharfe Begrenzung des als Sphäre approximierten Targetkerns sowie Isospin-Symmetrie angenommen, und man erhält

$$\sigma_{pA \to \phi X} = \sigma_{pN \to \phi X} \int d^2 b \int_{-\sqrt{R^2 - b^2}}^{\sqrt{R^2 - b^2}} dz \ n(\vec{b}, z) \\ \times \exp\left\{ -\sigma_{pN}^{\text{tot}} \int_{-\sqrt{R^2 - b^2}}^{z} dz' \ n(\vec{b}, z') - \sigma_{\phi N}^{\text{tot}} \int_{z}^{\sqrt{R^2 - b^2}} dz' \ n(\vec{b}, z') \right\},$$
(4.1)

wobei  $n = n_0$  die Sättigungsdichte und  $R = r_0 A^{1/3}$  den Radius des Kerns der Massenzahl A repräsentiert. Der 2-dimensionale Vektor des Impaktparameters  $\vec{b}$  steht in der Ebene senkrecht zur Strahlachse z. Die Attenuation des einlaufenden Projektil-Protons

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Diese funktionale Abhängigkeit lässt sich, genau wie bei Kern-Kern-Stößen, mit einer effektiven Ausfriertemperatur von  $K^+$  und  $K^-$  (und somit ein Entkoppeln von der Materie) in Verbindung bringen (siehe dazu auch [146]).

mit dem Targetkern wird durch den ersten Term  $\propto \sigma_{pN}^{\text{tot}}$  beschrieben. Der zweite Term  $\propto \sigma_{\phi N}^{\text{tot}}$  behandelt die Absorptionsreaktion  $\phi + N \to X'$  (X' beinhaltet kein  $\phi$ -Meson). Für  $\sigma_{pN}^{\text{tot}} \neq \sigma_{\phi N}^{\text{tot}}$  kann das Integral (4.1) wie in [110] mit dem Resultat

$$\sigma_{pA\to\phi X} = \frac{\sigma_{pN\to\phi X}}{\sigma_{\phi N}^{\text{tot}} - \sigma_{pN}^{\text{tot}}} \pi R^2 \left( F\left(\frac{\lambda_{\phi N}^{\text{tot}}}{R}\right) - F\left(\frac{\lambda_{pN}^{\text{tot}}}{R}\right) \right)$$
(4.2)

ausgewertet werden. Dabei ist die mittlere freie Weglänge durch  $\lambda_{pN,\phi N}^{\text{tot}} = 1/(n_0 \sigma_{pN,\phi N}^{\text{tot}})$ gegeben. Die Funktion

$$F(x) = 1 - 0.5x^2 \left( 1 - e^{-2/x} \left( 1 + \frac{2}{x} \right) \right)$$
(4.3)

hat die Grenzwerte

$$F(x) \to \begin{cases} 1 - 0.5x^2 \text{ für } x \ll 1, \\ \frac{4}{3x} \text{ für } x \gg 1. \end{cases}$$

$$(4.4)$$

Daraus können mit dem Transparenzverhältnis

$$T_A = \frac{\sigma_{pA \to \phi X}}{A} \frac{12}{\sigma_{pC \to \phi X}},\tag{4.5}$$

wobei "12" für die Massenzahl des Kerns  $^{12}$ C steht, folgende Extremalfälle hinsichtlich der "Ausleuchtung" des Kerns konstruiert werden:

(i.1) 
$$\lambda_{pN}^{\text{tot}} \ll R \text{ und } \lambda_{\phi N}^{\text{tot}} \ll R: \sigma_{pA \to \phi X} = \frac{\pi \sigma_{pN \to \phi X}}{n_0^2} \frac{\sigma_{\phi N}^{\text{tot}} \sigma_{pN}^{\text{tot}}}{\sigma_{\phi N}^{\text{tot}} \sigma_{pN}^{\text{tot}}}, \text{ d.h. } T_A \propto A^{-1}$$
  
(i.2)  $\lambda_{pN}^{\text{tot}} \ll R \text{ und } \lambda_{\phi N}^{\text{tot}} \gg R: \sigma_{pA \to \phi X} = \pi R^2 \frac{\sigma_{pN \to \phi X}}{\sigma_{pN}^{\text{tot}}}, \text{ d.h. } T_A \propto A^{-1/3}$   
(ii.1)  $\lambda_{pN}^{\text{tot}} \gg R \text{ und } \lambda_{\phi N}^{\text{tot}} \gg R: \sigma_{pA \to \phi X} = \pi R^2 \frac{\sigma_{pN \to \phi X}}{\sigma_{pN}^{\text{tot}}}, \text{ d.h. } T_A \propto A^{-1/3}$   
(ii.2)  $\lambda_{pN}^{\text{tot}} \gg R \text{ und } \lambda_{\phi N}^{\text{tot}} \ll R: \sigma_{pA \to \phi X} = \frac{4\pi n_0}{3} \sigma_{pN \to \phi X}, \text{ d.h. } T_A \propto A^0$ 

Deren physikalische Interpretation ist offensichtlich: Im Fall (i) bedeutet das einen großen Attenuationswirkungsquerschnitt  $\sigma_{pN}^{\text{tot}}$  und demzufolge findet die Produktion von  $\phi$ -Mesonen hauptsächlich an der vorderen Hemisphäre statt; im Gegensatz dazu wird bei (ii) das gesamte Kugelvolumen aufgrund des kleinen Wirkungsquerschnitts  $\sigma_{pN}^{\text{tot}}$  "ausgeleuchtet". (1) steht für eine starke Absorption von  $\phi$ -Mesonen. Demzufolge können die in Vorwärtsrichtung beobachtbaren  $\phi$ 's nur aus der hinteren Hemisphäre stammen, während in (2) aufgrund der angenommenen schwachen  $\phi$ -Absorption überall in der Targetmaterie  $\phi$ -Mesonen gebildet werden können und auch in Vorwärtsrichtung beobachtet werden.

Für realistischere Betrachtungen mit der Berücksichtigung von Fermi-Bewegung, Isospin-Asymmetrie sowie modifizierte Dichteverteilungen und Spektralfunktionen wird auf [114] sowie [111, 112, 113] verwiesen.

Ein erster Schritt auf dem Weg zum Vergleich des hier verwendeten BUU-Transportmodells und des Glauber-Modells liegt in der Analyse der Startkonfiguration (t = 0) des Targetkerns. Dazu wird die Dichteverteilung der Nukleonen innerhalb des Kerns dem



Abbildung 4.2: Normierte Dichteverteilung der Nukleonen innerhalb von Kernen mit verschiedenen Massenzahlen als Funktion der Projektion auf die Strahlachse z für die später betrachteten pA-Stöße mit interpolierten Kurven des Woods-Saxon-Potentials (linke Seite) und deren mittleren Fermi-Impulse (rechte Seite) zum Zeitpunkt t = 0. Das Zentrum der Kerne liegt bei z = 0. Die jeweiligen Kernradien des Glauber-Modells ergeben sich mittels  $R = r_0 A^{1/3}$  zu R(C, Cu, Au) = (2.75, 4.77, 6.98) fm ( $r_0 = 1.2$  fm).

	$n_0^*  [{\rm fm}^{-3}]$	$r_0^*$ [fm]	$\alpha  [\mathrm{fm}]$
Kohlenstoff $(C)$	0.182	2.209	0.479
Kupfer (Cu)	0.167	4.313	0.477
Gold (Au)	0.154	6.619	0.476

**Tabelle 4.1:** Koeffizienten des Woods-Saxon-Potentials (siehe Gl. (A.5) in Anhang A) für die Targetkerne C, Cu und Au.

einfachen Ansatz konstanter Dichte  $n_0$  mit festem Radius  $R = r_0 A^{1/3}$  ( $r_0 = 1.2$  fm) gegenübergestellt. Die linke Seite der Abb. 4.2 verdeutlicht diesen Zusammenhang für die Kerne C, Cu und Au. Der Kernmittelpunkt liegt bei z = 0 und ruht während der gesamten Simulationsdauer (Laborsystem). Daraus muss sich zwangsläufig eine symmetrische Dichte- und Impulsverteilung um das Kernzentrum ergeben. Die Dichteverteilung wird durch ein Woods-Saxon-Potential bestimmt (siehe Gl. (A.5) in Anhang A). Tabelle 4.1 zeigt die entsprechenden Parameter dieses Potentials. Damit kann auch die räumliche Impulsverteilung dieser Targetnukleonen verstanden werden, welche in der rechten Seite der Abb. 4.2 dargestellt ist. Der mittlere Fermi-Impuls beträgt für Kernsättigungsdichte ca. 266 MeV/c (vermöge Gl. (A.7) in Anhang A), und im Rahmen der statistischen Fluktuationen ist ein Abfall des Fermi-Impulses in Richtung des Kernrandes erkennbar. Aufgrund des Fermi-Impulses der Nukleonen ist in der quasiklassischen BUU-Beschreibung ein bei t = 0 initialisierter Kern kein statisches System, sondern hat, durch das mittlere Feld bestimmt, eine Eigendynamik, die in Anhang A beschrieben ist.

Betrachtet man die Orte der ersten Kollision des Projektils mit einem Targetnukleon (zunächst für zentrale Kollisionen), erhält man einen ersten Aufschluss darüber, wieviel  $\phi$ -Mesonen an welcher Position im Kern durch primäre pN-Stöße gebildet werden. Die Verteilung der ersten pN-Stöße (first chance collision) von Projektil-Proton und Target-Nukleonen ist in Abb. 4.3 dargestellt. Für b = 0 steigen die Kurven bis in die Nähe des Radius'  $R = r_0 A^{1/3}$  steil an, haben dort ihr Maximum und fallen exponentiell



**Abbildung 4.3:** Verteilung der ersten pN-Kollision in z-Richtung für unterschiedliche Systeme und b = 0 fm (links oben), b = 2 fm (rechts oben), b = 4 fm (links unten) und b = 6 fm (rechts unten).

in Richtung Kernzentrum wieder ab. Die ansteigende Flanke, d.h. eine erste Kollision noch vor dem Radius  $R = r_0 A^{1/3}$ , kann man folgendermaßen erklären: Der Abstand des einlaufenden Nukleons zum Stoßpartner zur Entscheidung eines pN-Stoßprozesses wird 3-dimensional berechnet. Dabei kann es vorkommen, dass beispielsweise das Projektilproton mit einem Targetnukleon auf der Strahlachse liegt und diesen minimalen für eine Kollision nötigen Abstand unterschreitet. Die diffuse Materieverteilung am Kernrand kann ebenfalls für diesen Effekt verantwortlich gemacht werden. Der abfallende Teil der Kurve zeigt die Abschwächung des primären Projektilstroms entsprechend des Terms  $\propto \sigma_{pN}^{\text{tot}}$  in Gl. (4.1).

# 4.3 $\phi$ -Produktion

Zunächst werden nur die primären Produktionskanäle  $pN \rightarrow pN\phi$  zur Erzeugung von  $\phi$ -Mesonen betrachtet, um die Orte der Produktion für verschiedene Systemgrößen zu verifizieren. Der entsprechende Produktionsquerschnitt liegt bei  $\sigma_{pN\rightarrow NN\phi} \approx 0.2 \ \mu$ b. Abbildung 4.4 zeigt die Anzahl produzierter  $\phi$ 's pro Ortsintervall für die Impaktparameter b = 0, 2, 4 und 6 fm. Auf ANKE-Akzeptanzbedingungen sowie die Berücksichtigung von Isospin-Asymmetrie der Nukleonen ist zunächst verzichtet worden, um eine Verbindung zu den Verteilungen der ersten pN-Kollision in Abb. 4.3 herstellen zu können. Dabei muss sich zwangsläufig ein ähnliches Verhalten ergeben, falls die Schwellenenergie zur  $\phi$ -Produktion nach der ersten Kollision des Projektil-Protons mit einem Targetnu-



Abbildung 4.4: Anzahl produzierter  $\phi$ -Mesonen in z-Richtung für unterschiedliche Systeme und b = 0 fm (links oben), b = 2 fm (rechts oben), b = 4 fm (links unten) und b = 6 fm (rechts unten). Dabei wurden Absorption, Isospin-Asymmetrie der Nukleonen, ANKE-Akzeptanzbedingungen und sekundäre Produktionskanäle außer Acht gelassen.

kleon nicht mehr ausreicht, um in einer inelastischen Kollision ein  $\phi$ -Meson erzeugen zu können. Dieses Kurvenverhalten ist - zumindest qualitativ - weitgehend analog zu der ersten pN-Kollision.

Zur Beschreibung der Kinematik wird  $y_A = 0$  für den Targetkern festgelegt. Das Projektilproton hat die Rapidität  $y_P = 2.067$  bei der Strahlenergie von  $T_P = 2.83$  GeV. Entsprechend liegt die Midrapidität für das Proton-Nukleon-System bei  $y_{cm} = 1.034$ . Bei der Strahlenergie von 2.83 GeV, entsprechend  $\sqrt{s} = 2.97$  GeV, erreicht man eine Überschussenergie von  $\Delta s^{1/2} = 76.5 \text{ MeV}$ , die sich als  $\phi$ -Impuls von maximal 318 MeV/c im Proton-Nukleon-Schwerpunktsystem manifestiert. Damit können die  $\phi$ -Rapiditäten im freien Proton-Nukleon-Stoß im Intervall 0 < y < 1.326 liegen. Die Fermi-Impulse  $p_F(n)$  der Nukleonen im Targetkern verbreitern den hinteren Bereich des Rapiditätsspektrums noch um  $y_{p_F} \leq 0.3$  (bei Kernsättigungsdichte), wobei das starke Abfallen der Rapidität in diesem Bereich ein Indiz für die Produktion von  $\phi$ -Mesonen in eher "dünnen" Regionen an der Oberfläche des Kerns ist. Das durch Integration dieser Spektren gefundene Verhältnis der zugehörigen Multiplizitäten  $N_{\rm C}$  und  $N_{\rm Au}$  verhält sich wie 1:4. In den BUU-Simulationen mit den Standardparametern und Reaktionen von Kapitel III ergibt sich eine Rapiditätsverteilung, wie in Abb. 4.5, links, dargestellt, mit den zugehörigen Transversalimpulsspektren (rechte Seite der Abb. 4.5) für drei Intervalle der Vorwärts-, Mid- und Rückwärtsrapidität. Wie aufgrund der obigen qualitativen



**Abbildung 4.5:** Rapiditätsspektrum (linke Seite) und transversales Massenspektrum (rechte Seite) von  $\phi$ -Mesonen für Vorwärts- (1.33 < y < 1.43), Mid-(0.63 < y < 0.73) und Rückwärtsrapidität (0.13 < y < 0.23) (von oben nach unten mit Skalierungsfaktoren von 10<sup>4</sup>, 10<sup>2</sup> und 10<sup>0</sup>) für das leichte System p + <sup>12</sup>C (durchgezogene Kurven) und das schwere System p + <sup>197</sup>Au (gestrichelte Kurven). Die Projektilrapidität beträgt  $y_P = 2.067$ , und für den Targetkern gilt  $y_A = 0$ .

Überlegungen zu erwarten ist, hat die Verteilung ein Maximum bei Midrapidität. Ein "Abbremsen" der  $\phi$ -Mesonen durch elastische Stöße verschiebt die Verteilung der  $\phi$ -Produktion zur Targetrapidität.

Es wird nun der Beitrag der einzelnen Produktionskanäle als Funktion des Impaktparameters betrachtet. Die normierten Anteile für die Targetkerne <sup>12</sup>C, <sup>63</sup>Cu, <sup>152</sup>Sm und <sup>238</sup>U sind in Abb. 4.6 dargestellt. Da es sich nicht um eine Subschwellenreaktion handelt, sind erwartungsgemäß die direkten Nukleon-Nukleon-Kanäle dominant. Wegen der starken Isospinabhängigkeit (siehe Abschnitt 3.4 und Anhang H) ist der Kanal  $p + n \rightarrow p + n + \phi$  der stärkere. Mit zunehmender Zentralität werden sekundäre Reaktionen wichtiger. Der Anteil der direkten Kanäle  $N + N \rightarrow N + N + \phi$  sinkt für zentrale Stöße von 70% (<sup>12</sup>C-Target) auf 57% (<sup>238</sup>U-Target). Der dominierende sekundäre Prozess ist  $B_1 + B_2 \rightarrow B + B + \phi$  mit  $B_1$  als N,  $\Delta$  oder  $N^*$  und  $B_2$  als  $\Delta$  oder  $N^*$  (siehe Abb. 4.6). Weitere mit zunehmender Targetmasse stärker in Erscheinung tretende sekundäre Kanäle sind  $\pi + N \rightarrow \phi + N$  und  $\rho + N \rightarrow \phi + N$ . Über die sekundären Reaktionen liegt wenig direkte experimentelle Information vor, so dass diese eine Quelle von Unsicherheiten darstellen.

Die sekundären und primären Produktionskanäle des  $\phi$ -Mesons unterliegen einer systematischen Abhängigkeit von der Systemgröße und des Impulses der  $\phi$ -Mesonen. Die linke Seite der Abb. 4.7 zeigt die primären und sekundären Beiträge zur Produktion langsamer  $\phi$ -Mesonen im Impulsfenster 0.6 GeV/c  $< p_1 < 1.1$  GeV/c für die Systeme C, Cu, Sm und U für den jeweiligen mittleren Impaktparameter (als repräsentativen Wert für eine Impaktparameterintegration). Daraus ist ersichtlich, dass für Kohlenstoff (C) ca. 25% der  $\phi$ -Mesonen durch sekundäre Reaktionen erzeugt werden. Dieser Wert erhöht sich leicht für größer werdende Systeme bis zu 35% für Uran (U). Diese Systematik wiederholt sich für schnelle  $\phi$ -Mesonen im Impulsfenster 1.1 GeV/c  $< p_2 < 1.6$  GeV/c (rechte Seite der Abb. 4.7), jedoch auf einem geringeren Niveau von 13% (C) bis 17% (U). Das bedeutet, die Bildung schneller  $\phi$ -Mesonen durch sekundäre Produktionskanäle (und in leichten Systemen) ist unterdrückt. Das ist qualitativ verständlich, da bei der Produktion langsamer  $\phi$ -Mesonen mehr Energie zur (intermediären) Bildung von schweren Nukleonresonanzen und Pionen im Vergleich zu energiereicheren  $\phi$ -Mesonen übrig bleibt.



**Abbildung 4.6:** Produktionskanäle des  $\phi$ -Mesons für die Systeme p +  ${}^{12}_{6}$ C (links oben), p +  ${}^{63}_{29}$ Cu (rechts oben), p +  ${}^{152}_{62}$ Sm (links unten) und p +  ${}^{238}_{92}$ U (rechts unten) in Abhängigkeit vom Impaktparameter *b*. Die wichtigsten Reaktionskanäle sind linksseitig der linken oberen Abbildung angegeben. Eine vollständige Legende der Farbcodierung findet sich in Abb. 3.27 des Abschnitts 3.4.

Darüber hinaus ist die Wahrscheinlichkeit zur Erzeugung von Nukleonanregungen in leichten Systemen geringer als in schweren Systemen. Das erklärt das obig beschriebene Verhalten primärer und sekundärer Produktionskanäle. Von weitreichender Bedeutung zeigt sich die Stärke dieser zwei Effekte im Verhältnis von großen zu kleinen Impulsen und Systemgrößen, woraus man auf das im folgenden Abschnitt 4.4 analysierte Verhältnis der Transparenzverhältnisse von langsamen und schnellen  $\phi$ -Mesonen schließen kann.

Abbildung 4.8, links, zeigt die auf die Gesamtheit an produzierten  $\phi$ -Mesonen normierte Anzahl an  $\phi$ 's am jeweiligen Ort der Produktion für zentrale Stöße. Dabei ist wieder ein steiles Ansteigen bis zum Maximum sowie ein exponentielles Abklingen für alle Systemgrößen erkennbar. Der Ursprung z = 0 liegt dabei wieder am Startpunkt des Projektils, wobei der Targetkern bei z(C, Cu, Au) = (5.7, 7.7, 9.9) fm zentriert wird. Je nach Größe des Systems reicht die  $\phi$ -Produktion bis zu einem Abstand vom Startpunkt des Projektils von 20 fm aufgrund des diffusen Randes des Targetkerns U.



Abbildung 4.7: Primäre und sekundäre Beiträge zur gesamten  $\phi$ -Produktion für den Laborimpulsbereich 0.6 GeV/c  $< p_1 < 1.1$  GeV/c (langsame  $\phi$ 's, linke Seite) und 1.1 GeV/c  $< p_2 < 1.6$  GeV/c (schnelle  $\phi$ 's, rechte Seite) für den jeweils mittleren Impaktparameter  $\bar{b} = \frac{2}{3}b_{\text{max}}$  mit  $\bar{b}$ (C, Cu, Sm, U) = (1.83, 3.18, 4.28, 4.96) fm der Systeme C, Cu, Sm und U. Zur detaillierten Aufschlüsselung der einzelnen Produktionskanäle wird auf Abb. 3.27 des Abschnitts 3.4 verwiesen.



**Abbildung 4.8:** Normierte Anzahl produzierter (linke Seite) und absorbierter (rechte Seite)  $\phi$ -Mesonen in den Systemen p + C, p + Cu und p + Au für zentrale Stöße b = 0 fm in Projektion auf die z-Achse (Strahlrichtung).

# 4.4 $\phi$ -Absorption

Im Folgenden soll die Absorption von  $\phi$ -Mesonen im Medium berücksichtigt werden und deren Auswirkung auf das Transparenzverhältnis nach sukzessivem Einschalten von Isospin-Asymmetrie, sekundären  $\phi$ -Produktionsmechanismen und ANKE-Akzeptanzbedingungen untersucht werden. Die Untersuchungen [116] verwendeten im BUU-Code einen schematischen Absorptionsquerschnitt von

$$\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = \pi (0.425 \text{ fm})^2 e^{-1.66 \times 2(\sqrt{s} - m_{\phi} - E_N)/\text{GeV}}$$
(4.6)

für die Gesamtheit aller Kollisionskanäle  $\phi + N \to X + N, X \neq \phi$ , wobei neben dem Nukleon im Ausgangskanal beispielsweise ein Pion gebildet werden könnte. Diese Parametrisierung beinhaltet neben dem (konstanten) Absorptionsradius auch eine exponentielle  $\sqrt{s}$ -Abhängigkeit, die für steigende Schwerpunktsenergien des einlaufenden  $\phi$ -Mesons eine geringere Absorptionswahrscheinlichkeit zur Folge hat. Dabei werden für

immer schwerere Systeme, relativ zur Absorption im System p + C, sukzessive mehr  $\phi$ -Mesonen absorbiert. Für die folgenden Untersuchungen wurde (4.6) durch einen konstanten isospin-gemittelten  $\phi$ -Absorptionsquerschnitt  $\sigma_{\phi N}^{\text{tot}} = \sigma_{\phi}^{\text{abs}}$  ersetzt, der aufgrund der zusätzlichen Möglichkeit der Bildung eines  $\Lambda$ -Hyperons entsprechend größer gewählt wurde.

Der zeitliche Verlauf einer Absorption von  $\phi$ -Mesonen ist in Abb. 4.8, rechts, gezeigt. Im Gegensatz zur  $\phi$ -Produktion (siehe Abb. 4.8, links) sind für alle Systemgrößen die jeweiligen Absorptionsmaxima in Richtung des Kernmittelpunkts verschoben. Das hat eine sich bis weit ins Kernzentrum und darüber hinaus erstreckende Absorption zur Folge. Dieses Verhalten ist dadurch zu erklären, dass erst ein  $\phi$ -Meson gebildet und zusätzlich eine dichteabhängige und zu (4.6) indirekt proportionale mittlere freie Absorptionslänge von ca. 2 fm überwunden werden muss, bevor eine  $\phi$ -Absorption stattfinden kann.

Es soll nun auf das Transparenzverhältnis eingegangen werden, das Produktionsund Absorptionseffekte sowie die Integration über einen Impaktparameterbereich in sich vereint. Den Unterschied von freier  $\phi$ -Produktion in Nukleon-Nukleon-Stößen und der Produktion in Proton-Kern-Stößen kann man durch das Verhältnis  $dR_A/d\xi = d\sigma_{pA\to\phi X}/d\xi (Ad\sigma_{pN\to\phi pN}/d\xi)^{-1}$  quantifizieren, wobei A die Massenzahl des Targetkerns A darstellt und  $d\xi$  ein differentielles Phasenraummaß repräsentiert. Für die totalen Wirkungsquerschnitte gilt entsprechend  $R_A = \sigma_{pA\to\phi X}/(A\sigma_{pN\to\phi pN})$ . Interessant ist das Doppelverhältnis (vergleiche Gl. (4.5))

$$T_A = \frac{R(^AX)}{R(^{12}C)},$$
(4.7)

das im ANKE-Experiment [214] bestimmt wurde. Es bietet sich an, zur Normierung den isospin-symmetrischen Targetkern $^{12}C$  zu verwenden. Damit kann man

$$T_A = \frac{12}{N_C} \frac{N_A}{A} \tag{4.8}$$

definieren, wobei  $N_C$  und  $N_A$  die an den Targetkernen <sup>12</sup>C und A gemessenen  $\phi$ -Multiplizitäten bezeichnen sollen. Die Idee hinter dem Transparenzverhältnis  $T_A$  ist zum einen, dass sich Akzeptanzkorrekturen weitgehend herausmitteln sollten, und zum anderen, dass die Stärke der Absorption der einmal produzierten  $\phi$ -Mesonen durch  $\sigma_{\phi}^{abs}$  quantifiziert werden kann. Insbesondere kann die  $\phi$ -Absorptionsstärke nach Überlegungen in [111, 114] mit der in-Medium-Breite des  $\phi$ -Mesons in Beziehung gesetzt werden. Die oben beschriebenen Experimente der ANKE-Kollaboration haben diese Bestimmung zum Ziel.

Zunächst wird nur die elastische und inelastische Abbremsung der Nukleonen betrachtet. Dabei ist über den möglichen Impaktparameterbereich zwischen  $0 < b < b_{\max}$  mit  $b_{\max}(C, Al, Cu, Ag, Sm, Au, U) = (3.95, 4.80, 5.97, 6.90, 7.60, 8.18, 8.64) fm integriert und mit <math>b$  gewichtet worden. Wie in Abb. 4.9 ersichtlich ist, liefert die BUU-Rechnung für Attenuationsquerschnitte von  $\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 20$  mb (blaue durchgezogene Kurve) und  $\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 55$  mb (rote durchgezogene Kurve) exakt die Ergebnisse des Glauber-Modells (entsprechende farbig-gestrichelte Kurven) mittels Gl. (4.5). Die schwarz-gestrichelte Kurve in Abb. 4.9 stellt zur Orientierung das Verhalten  $T_A \propto A^{-1/3}$  dar. Das Transparenzverhältnis sinkt von einem normierungsbedingten Wert von 1.0 für A = 12 (Kohlenstoff) bis auf 0.4 ( $\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 55$  mb) bzw. 0.5 ( $\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 20$  mb) für A = 250 ab. Das Transparenzverhältnis kann dabei bis auf kleine Abweichungen für große Systeme durch



Abbildung 4.9: Linke Seite: Transparenzverhältnisse für ausschließlich durch Attenuation der Nukleonen gebildete  $\phi$ -Mesonen für folgende simulierte Systeme mit einer Protonen-Strahlenergie von  $E_{\text{beam}} = 2.83$  GeV:  ${}^{12}_{6}$ C,  ${}^{27}_{13}$ Al,  ${}^{63}_{29}$ Cu,  ${}^{108}_{47}$ Ag,  ${}^{152}_{62}$ Sm,  ${}^{197}_{79}$ Au,  ${}^{238}_{92}$ U. Es wurde eine lineare Impaktparameterverteilung benutzt. Dabei wurden hier (mit kinematisch vereinfachter Kollisionsbedingung) Pauli-blocking, Isospin-Asymmetrie, sekundäre Kanäle,  $\phi$ -Absorption und ANKE-Akzeptanzbedingungen nicht berücksichtigt. Der Attenuationsquerschnitt ist zwischen 20 mb und 55 mb variiert worden, wobei die farbig-gestrichelten Kurven entsprechende Resultate des Glauber-Modells zeigen. Die schwarz-gestrichelte Kurve repräsentiert ein einfaches Potenzgesetz in der Massenzahl A. Die rechte Seite zeigt eine doppelt-logarithmische Darstellung.

ein Potenzgesetz ausgedrückt werden, was die rechte Seite der Abb. 4.9 durch den nahezu linearen Verlauf der Kurven in doppelt-logarithmischer Darstellung verdeutlicht. Mit zunehmender Attenuation der Nukleonen und der damit verbundenen gesteigerten Produktion von  $\phi$ -Mesonen in der vorderen Hemisphäre verringert sich die Durchlässigkeit des Kerns. Im Folgenden wird von einem Attenuationsquerschnitt von  $\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 55$  mb ausgegangen.

Um die  $\phi$ -Absorptionsstärke ermitteln zu können und quantitative Aussagen über die Transparenzverhältnisse abzuleiten, wird im Einzelnen die  $\phi$ -Absorption betrachtet. Für eine gezielte Untersuchung wurde der dynamische Absorptionsquerschnitt (4.6) sowie weitere konstante Werte von  $\sigma_{\phi}^{abs} = 0, 2, 5, 10, 15, 20, 25$  und 50 mb verwendet. Die Systematik der auf verschwindende Absorption normierten Transparenzverhältnisse (Abb. 4.10, rechts) zeigt, dass für größere Absorptionswahrscheinlichkeiten das Transparenzverhältnis sowohl für kleine als auch für große Systeme in immer schwächer werdendem Maß abnimmt. Dabei scheint sich aber kein Plateau oder Grenzwert im Limit großer Absorptionsstärken herauszubilden. Darüber hinaus zeigt sich im linken Teil der Abb. 4.10 ein leicht abgeflachtes Verhalten des Transparenzverhältnisses für den dynamischen Absorptionsquerschnitt (4.6) (graue Kurve) im Vergleich zu konstanten Querschnitten. Für den Fall verschwindender Absorption wird annähernd die rote Kurve aus Abb. 4.9 erreicht. Die geringe Verschiebung des Verhältnisses zu kleineren Werten liegt an der Berücksichtigung des Pauli-blockings und vollständiger kinematischer Kollisionsbedingungen.

### 4.4.1 Isospin-Asymmetrie

In der linken Seite der Abb. 4.11 wurde zusätzlich die Isospin-Asymmetrie der primären pn- bzw. pp (nn)-Produktionskanäle des  $\phi$ -Mesons mit den entsprechenden Wirkungs-



Abbildung 4.10: Linke Seite: Wie Abb. 4.9, aber mit konstantem Attenuationsquerschnitt von  $\sigma_{pN}^{\text{tot}} = 55$  mb und verschiedenen Absorptionsquerschnitten. Eine Systematik der auf  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 0$  normierten Transparenzverhältnisse bezüglich der Absorption zeigt die rechte Seite.



**Abbildung 4.11:** Wie die linke Seite der Abb. 4.10 für den Bereich  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 15$ , 20 und 25 mb, aber zusätzlich mit Isospin-Asymmetrie (links) und sekundären  $\phi$ -Produktionskanälen (rechts).
querschnitten aus [105, 106] für Absorptionsstärken von  $\sigma_{\phi}^{abs} = 15$ , 20 und 25 mb berücksichtigt. Eine marginale Verschiebung zu größeren Transparenzverhältnissen wird hier beobachtet. Das liegt daran, dass durch die Asymmetrie des Isospins pn-Kanäle im Vergleich zu pp (nn)-Kanälen verstärkt zur  $\phi$ -Produktion beitragen (ca. um einen Faktor 4) und für größere Systeme die Anzahl der Neutronen im Kern größer als die der Targetprotonen ist. Für eine qualitative Abschätzung ist das beispielhaft an dem schweren System Uran (U) durch das Verhältnis der Transparenzverhältnisse von Isospin-Asymmetrie (AS) zu Isospin-Symmetrie (S) mittels

$$R_D = \frac{T_U^{\rm AS}}{T_U^{\rm S}} = \left(\frac{N_U^{\rm AS}}{N_C^{\rm AS}}\right) \left(\frac{N_C^{\rm S}}{N_U^{\rm S}}\right) \approx 1.08 \tag{4.9}$$

zu verstehen. Die Werte der (relativen) Multiplizitäten sind der Abb. 4.6 entnommen, wobei zu beachten ist, dass es sich hierbei um Multiplizitäten des repräsentativen Impaktparameters b(C, U) = (3, 6) fm handelt. Diese Werte entsprechen annähernd den mittleren Impaktparametern  $\bar{b}(C, U) = (2.6, 5.8)$  fm. Damit ergibt sich ein Verhältnis von ca. 1.08. Dadurch verschiebt sich das Transparenzverhältnis für Uran (= 0.207 mit  $\sigma_{\phi}^{abs} = 20$  mb bei Isospin-Symmetrie, siehe rote Kurve in Abb. 4.10, links) bei Isospin-Asymmetrie (mit 1.07 als Verhältnis der Transparenzverhältnisse) zu 0.222 (siehe rote Kurve in Abb. 4.11, links). Das bedeutet eine geringfügig stärkere Bildung von  $\phi$ -Mesonen durch primäre Kanäle in schweren Systemen bei Isospin-Asymmetrie im Vergleich zu einer weniger starken Produktion von  $\phi$ -Mesonen bei Isospin-Symmetrie. Dabei spielt es keine Rolle, bei welcher Absorptionsstärke die Transparenzverhältnisse in Relation zueinander gesetzt werden, da die  $\phi N$ -Absorption unabhängig vom Isospin gewählt wurde. <sup>3</sup>

#### 4.4.2 Sekundäre Produktionskanäle

Die Hinzunahme sekundärer Reaktionskanäle verursacht, ähnlich wie die Berücksichtigung der Isospin-Asymmetrie, eine Verschiebung bzw. eine absorptionsunabhängige Aufspaltung der Transparenzverhältnisse zu größeren Werten hin, da diese offenbar dominierende Produktionsionskanäle für die  $\phi$ -Erzeugung sind (siehe Abb. 4.6). Jedoch ist der Einfluss dieser sekundären Kanäle wesentlich stärker als der Effekt der Isospin-Asymmetrie und steigt mit zunehmender Systemgröße sogar noch an, wie in Abb. 4.6 ersichtlich ist. Die sekundären Kanäle erhöhen somit das Transparenzverhältnis in Abb. 4.11, rechts, signifikant. Wieder wird Abb. 4.6 zum qualitativen Verständnis der veränderten Kurvenlage bemüht. Das Verhältnis der Transparenzverhältnisse von sekundären Produktionskanälen (sek) zu primären Kanälen (prim) bei Isospin-Asymmetrie ergibt sich - erneut am Beispiel des schweren Systems Uran (U) - zu

$$R_D = \frac{T_U^{\text{sek}}}{T_U^{\text{prim}}} = \left(\frac{N_U^{\text{sek}}}{N_C^{\text{sek}}}\right) \left(\frac{N_C^{\text{prim}}}{N_U^{\text{prim}}}\right) \approx 1.25.$$
(4.10)

Wie bereits erläutert, weicht dieser Wert durch die Benutzung eines mittleren Impaktparameters geringfügig von dem aus Abb. 4.6, links oben, und Abb. 4.6, rechts unten, gewonnenen Verhältnis von 1.21 ab.

Bemerkenswert ist an dieser Stelle, dass neben der Absorption weder die Einarbeitung von Isospin-Asymmetrie noch die Berücksichtigung sekundärer Produktionskanäle dazu führt, die vorläufigen ANKE-Datenpunkte [214] mit Hilfe eines einzigen Parametersatzes beschreiben zu können.

 $<sup>^{3}</sup>$ Die Berücksichtigung einer isospinabhängigen Absorption stellt eine Erweiterung des BUU-Codes dar, die bisher nicht vorgenommen wurde.



Abbildung 4.12: Wie die rechte Seite der Abb. 4.11, aber nur für solche  $\phi$ -Mesonen, die die ANKE-Akzeptanzbedingungen erfüllen. Zusätzlich ist der Fall ohne Absorption gezeigt. Die linke Seite zeigt eine doppelt-lineare Darstellung während die rechte Seite doppelt-logarithmische Achseneinteilungen aufweist. Daten aus [214].

#### 4.4.3 ANKE-Akzeptanz

In Abb. 4.12 ist zusätzlich der Akzeptanzbereich des ANKE-Detektors für  $\phi$ -Mesonen von 0°  $< \theta_{\phi} < 8°$  und 0.6 GeV/c  $< p_{\phi} < 1.6$  GeV/c berücksichtigt worden. Ein Fit durch die ANKE-Datenpunkte ergibt ein Potenzgesetz der Form  $T_A \propto (12/A)^{1/2.3}$  (ebenso wie die hier vorgestellte Analyse für den Fall  $\sigma_{\phi}^{abs} = 20$  mb), was in doppelt-logarithmischer Darstellung (siehe rechte Seite der Abb. 4.12) anhand eines linearen Anstiegs der roten Kurve abzulesen ist. Erst jetzt gelingt mit einem (konstanten) Absorptionsquerschnitt von  $\sigma_{\phi}^{abs} = 18 \pm 3$  mb eine Reproduktion der ANKE-Daten [214]. Leider liegen für eine Präzisierung der Absorption noch keine weiteren Daten vor. Auch Daten zu absoluten Observablen, wie beispielsweise Rapiditäts- und Transversalimpulsspektren wären für eine Eingrenzung der freien Parameter nützlich und würden helfen, potentielle Fehlerquellen zu minimieren. Solche wären z.B. das Fehlen der schweren Nukleonresonanz N(1820) hinsichtlich der  $\phi$ -Erzeugung und eine Unter- oder Überschätzung der Produktion von  $\phi$ -Mesonen im Referenzsystem p + C.

Für ein besseres Verständnis des Kurvenverhaltens der Transparenzverhältnisse bei ANKE-Akzeptanz ist es notwendig, den eingeschränkten Winkelbereich und den Impulsbereich separat zu analysieren. Dazu ist zunächst der volle Impulsbereich unangetastet geblieben und der Winkelbereich auf die ANKE-Bedingungen des Detektors von  $0^{\circ} < \theta_{\phi} < 8^{\circ}$  reduziert worden. Abbildung 4.13 zeigt entsprechende Transparenzverhältnisse (linke Seite) und Rapiditätsspektren für die Systeme Au und C (rechte Seite) für einen Absorptionsquerschnitt von  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 20$  mb. Dabei ist bei Integration des Rapiditätsspektrums zu einer Multiplizität erkennbar, dass sowohl für C als auch für Au nur ca. jedes dritte  $\phi$ -Meson innerhalb der ANKE-Akzeptanzregion von  $0^{\circ} < \theta_{\phi} < 8^{\circ}$  liegt (gepunktete Kurven der Abb. 4.13, rechts). Das ist jedoch - aufgrund des vorwärts gerichteten boosts - mehr, als prozentual bei einer isotropen Abstrahlung zu erwarten wäre. Die Maxima der Kurven sind deshalb leicht zu höheren Rapiditäten verschoben. Das verursacht eine leichte Verschiebung der Transparenzverhältnisse zu kleineren Werten hin (graue Kurve) im Vergleich zu einem uneingeschränkten Winkelbereich (rote Kurve), wie die linke Seite der Abb. 4.13 verdeutlicht.



Abbildung 4.13: Linke Seite: Transparenzverhältnisse für solche  $\phi$ -Mesonen, die den vollen Impulsbereich abdecken und innerhalb der Regionen 8°  $< \theta_1 < 90^{\circ}$  (gelbe Kurve) und 0°  $< \theta_2 < 8^{\circ}$  (graue Kurve) liegen. Der Absorptionsquerschnitt beträgt 20 mb. Rechte Seite: Entsprechende Rapiditätsverteilungen der  $\phi$ -Mesonen für Au und C mit  $\sigma_{\phi}^{abs} = 20$  mb. Daten aus [214].



Abbildung 4.14: Transparenzverhältnisse von  $\phi$ -Mesonen für drei verschiedene Impuls- (und entsprechende Rapiditäts)bereiche 0.6 GeV/c  $< p_1 < 1.1$  GeV/c ( $0.56 < y_1 < 0.94$ ) (rote Kurve), 1.1 GeV/c  $< p_2 < 1.6$  GeV/c ( $0.94 < y_2 < 1.23$ ) (grüne Kurve) und 0.6 GeV/c GeV/c (<math>0.56 < y < 1.23) (blaue Kurve) bei azimuthaler Abdeckung der ANKE-Akzeptanz 0°  $< \theta < 8^{\circ}$ . Der Absorptionsquerschnitt beträgt 0 mb (linke Seite) und 20 mb (rechte Seite). Zusätzlich zeigt die linke Seite den Fall verschwindender elastischer  $\phi N$ -Kollisionen (gepunktete Kurve). Daten aus [214].

Ein zweiter Punkt der Analyse zur ANKE-Akzeptanz ist die Separation des kompletten mit ANKE detektierbaren Impulsbereiches von 0.6 GeV/c GeV/c im Rapiditätsfenster 0.56 <math>< y < 1.23 in "langsame"  $\phi$ -Mesonen mit 0.6 GeV/c  $< p_1 < 1.1$  GeV/c und "schnelle"  $\phi$ -Mesonen mit 1.1 GeV/c  $< p_2 < 1.6$  GeV/c. Die korrespondierenden Rapiditätsintervalle lauten 0.56  $< y_1 < 0.94$  bzw. 0.94  $< y_2 < 1.23$ . Die Abb. 4.14 zeigt die Transparenzverhältnisse für diese Impulsbereiche und die ANKE-Winkelakzeptanz von 0°  $< \theta < 8^\circ$ , sowohl für  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 0$  (links) als auch für  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 20$  mb (rechts), wobei diese impulsabhängige Aufspaltung für 20 mb im Vergleich zu verschwindender Absorption stark unterdrückt ist. Die gepunkteten Kurven in der linken Seite der Abb. 4.14 zeigen darüber hinaus die Vernachlässigung der elastischen



**Abbildung 4.15:** Rapiditätsverteilungen der  $\phi$ -Mesonen für Au und C mit  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 20 \text{ mb}$  (durchgezogene Kurven) und  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 0$  (gepunktete Kurven). Die grau-gestrichelten Linien trennen die verschiedenen Impulsbereiche  $p_1$  und  $p_2$  voneinander.



Abbildung 4.16: Wie Abb. 4.14, links, aber ausschließlich für primäre Produktionskanäle der  $\phi$ -Mesonen.

 $\phi N$ -Wechselwirkung. Man beobachtet eine marginale Verschiebung der Kurven der einzelnen Impulsbereiche. Der Grund dafür ist offensichtlich und liegt in dem geringen Wirkungsquerschnitt elastischer  $\phi N$ -Kollisionen von 0.56 mb begründet.

Abbildung 4.15 entschlüsselt das Verhalten der Transparenzverhältnisse für C und Au in verschiedenen Impulsbereichen bei einer  $\phi$ -Absorptionsstärke von 20 mb (durchgezogene Kurven) und 0 mb (gepunktete Kurven). Dazu sind mittels grau-gestrichelten Linien die Rapiditäts- bzw. Impulsbereiche langsamer  $(p_1)$  und schneller  $(p_2) \phi$ -Mesonen visualisiert worden. Die äußeren fett gezeichneten Linien grenzen die komplette ANKE-Akzeptanz hinsichtlich des auflösbaren Impulsbereiches ab. Daraus folgt, dass ein Großteil der Multiplizität, inklusive des Rapiditätsmaximums bei Midrapidität, durch den Detektor abgedeckt werden kann. Ein relativ zum Referenzsystem C stärkerer Anstieg des schweren Systems Au im ersten Sektor  $y_1$  und schwächerer Anstieg im zweiten Sektor  $y_2$  - beides hervorgerufen durch sekundäre Produktionskanäle, wie im nächsten Teil erläutert - ist dafür verantwortlich, dass die Multiplizitäten größere bzw. kleinere Transparenzverhältnisse ergeben, wie in Abb. 4.14 ersichtlich.

Sekundäre und primäre Produktionskanäle des  $\phi$ -Mesons unterliegen einer diffe-

renzierten Impulsabhängigkeit. Das wurde bereits in Abschnitt 4.3 analysiert. Jedoch wirkt sich die Berücksichtigung dieser Kanäle auch auf das Verhältnis der Transparenzverhältnisse von langsamen zu schnellen  $\phi$ -Mesonen aus. In Abb. 4.14 und Abb. 4.16 ist dieses Verhalten für die Gesamtheit der  $\phi$ -Produktionskanäle bzw. nur für primäre Kanäle dargestellt. Anhand der Abb. 4.7 kann qualitativ das Verhältnis der Transparenzverhältnisse von langsamen  $\phi$ -Mesonen im Impulsbereich 0.6 GeV/c  $< p_1 < 1.1$  GeV/c  $(p_1)$  zu schnellen  $\phi$ -Mesonen im Impulsbereich 1.1 GeV/c  $< p_2 < 1.6$  GeV/c  $(p_2)$  bei  $\sigma_{\phi}^{abs} = 0$  und  $0^{\circ} < \theta_{\phi} < 8^{\circ}$  abgeschätzt werden. Daraus resultiert wieder am Beispiel des Urans (U)

$$R_D = \frac{T_U^{p_1}}{T_U^{p_2}} = \left(\frac{N_U^{p_1}}{N_C^{p_1}}\right) \left(\frac{N_C^{p_2}}{N_U^{p_2}}\right) \approx 1.12.$$
(4.11)

Für die leichteren Systeme Sm und Cu ergeben sich entsprechend (4.11) 1.13 bzw. 1.08 für einen gemittelten Impaktparameter. Das stimmt im Wesentlichen mit den aus den Transparenzverhältnissen direkt abgeleiteten Verhältnissen von  $R_D(U, Sm, Cu) = 1.18$ , 1.13, 1.09 aus Abb. 4.14, links, überein. Ohne sekundäre Produktionskanäle ergibt das Verhältnis  $R_D$  nach Gl. (4.11) und Abb. 4.7 für alle Massenzahlen annähernd einen Wert von ca. 1.04. Daraus kann folgende Erkenntnis abgeleitet werden: Eine impulsabhängige Aufspaltung des Transparenzverhältnisses  $T_A$  kann auf sekundäre Kanäle zurückgeführt werden. Anders ausgedrückt: Der Fokus auf ausschließlich primäre  $\phi$ -Produktionskanäle führt zu einer Eliminierung der Aufspaltung der Verhältnisse  $T_A$  für verschiedene Impulsbereiche, wie in Abb. 4.16 ersichtlich.

Damit ergibt sich folgendes Resultat: Es scheint sich mit Hilfe des hier verwendeten BUU-Codes ein  $\phi$ -Absorptionsquerschnitt von  $\sigma_{\phi}^{abs} \sim 20$  mb in guter Übereinstimmung mit den jüngsten experimentellen Daten [214] zu etablieren. Dieser ist wesentlich größer als der aus Gl. (4.6) und kleiner als in anderen Analysen [111, 114], die allerdings die in-Medium-Breite des  $\phi$ -Mesons verwenden.

# 5 Antiprotonen in ultra-relativistischen Schwerionenstößen und im Urknall

Während die Kapitel II, III und IV seltene und seltsame Hadronen in relativistischen Kern-Kern- und Proton-Kern-Stößen thematisierten, soll nun auf eine andere "seltene" Hadronenprobe in ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen eingegangen werden. Im Gegensatz zu relativistischen Schwerionenkollisionen werden Antiprotonen in ultra-relativistischen Schwerionenreaktionen deutlich häufiger erzeugt - es sind damit keine "seltenen" Proben mehr. Die Proton-Antiproton-Asymmetrie kann beschrieben werden durch die Ausfriertemperatur und das chemische Baryon-Potential, wenn zur Charakterisierung der Hadronenhäufigkeiten das thermo-statistische Modell [3] eingesetzt wird.<sup>1</sup> Das Modell ist sehr erfolgreich bei der Parametrisierung von Verhältnissen von Multiplizitäten durch wenige Parameter; die wichtigsten sind die bereits erwähnten Parameter Temperatur T und chemisches Potential  $\mu_B$ . Bei SPS-Energien  $\sqrt{s_{NN}} \sim$ 17 GeV findet man  $T~\sim~160$  MeV,  $\mu_B~\sim~360$  MeV, während bei RHIC-Energien  $\sqrt{s_{NN}} \sim 100 - 200$  GeV,  $T \sim 165$  MeV und  $\mu_B \sim 20$  MeV [5, 7, 8] gefunden wird. In ultra-relativistischen Schwerionenreaktionen sind für eine Reihe von Abschätzungen vielfach einfache Feuerballmodelle nützlich. Besonders populär ist das Bjorken-Modell, das von speziellen Symmetrien ausgeht und das stark wechselwirkende Medium im Rahmen der relativistischen Fluiddynamik beschreibt. In der Tat folgen die Bjorken-Gleichungen  $\dot{e} \equiv \frac{de}{d\tau} = -\frac{1}{\tau}(e+p)$  für die zeitliche Entwicklung der Energiedichte e aus den Euler-Gleichungen  $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$  für ein isotropes Medium (Gas, Fluid) mit dem Energie-Impulstensor  $T^{\mu\nu} = (e + p)u_{\mu}u_{\nu} - pg_{\mu\nu}$  aufgrund der folgenden Symmetrien:

- e, p und  $u_{\mu}$  sind unabhängig von der Rapidität auf den Hyperbolen konstanter Eigenzeit  $\tau = t^2 - z^2$  (boost-Invarianz)
- keine transversale Bewegung  $(u_{\perp}(\tau) = 0)$

Neben Anfangsbedingungen für eine gewisse Eigenzeit  $\tau_0$  ist vor allem die Zustandsgleichung p(e) zur Integration der Bjorken-Gleichung nötig. Für ein Medium mit endlicher Netto-Baryondichte muss p(e,n) gegeben sein, und die Kontinuitätsgleichung  $(\tau n) = 0$  bestimmt die Dynamik von n. Die hier vorgegebenen sehr starken Symmetrieannahmen können systematisch modifiziert werden (siehe Anhang B.2), aber nur bei Vorgabe von Symmetrien reduzieren sich die partiellen Differentialgleichungen auf Gewöhnliche. (Falls keine Diskontinuitäten auftreten, folgt mit thermodynamischen Identitäten für ein-phasige, ein-komponentige Medien die Erhaltung der mitbewegten Entropie,  $s\tau = const$ .)

Formal hat die Bjorken-Gleichung Ähnlichkeit mit den Friedmann-Gleichungen für ein homogen-isotrop expandierendes Weltmodell, in dem auch für ein-phasige, ein-komponentige Fluide und Gase die Entropie in einem mitbewegten Volumen erhalten bleibt.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Im Gegensatz dazu liefern differenzierte Transportmodelle eine wesentlich kompliziertere Beschreibung der Hadronen im Allgemeinen [21, 22] und der Antiprotonen im Besonderen [23, 24, 25].

Mit dieser formalen Analogie kann man versuchen, eine wichtige physikalische Frage zu beantworten: Was ist das Schicksal von Antimaterie im expandierenden frühen Universum, und in wieweit entsprechen ultra-relativistische Schwerionenkollisionen in einem bestimmten Stadium dem Big Bang? Spezifischer kann man fragen (i) nach den Zeitskalen der Expansion in beiden Szenarien, (ii) hat sich die Antimaterie im Big Bang vollständig wegannihiliert, und (iii) warum ist die Antimaterie, insbesondere Antinukleonen, in Schwerionenkollisionen trotz des großen Annihilationsquerschnitts  $N + \bar{N} \rightarrow X$  nicht weitgehend annihiliert? Frage (iii) erfährt eine Verschärfung durch die Erfolge des thermo-statistischen Modells: Nach dem chemischen Ausfrieren der Hadronen sind bis zum kinetischen Ausfrieren eigentlich substantielle Annihilationsprozesse zu erwarten, die das Modell für Antiteilchen invalidieren würden. Letzteres wurde in [16, 17, 18] als "antiproton puzzle" bezeichnet. Diesen aufgeworfenen Fragen soll nun nachgegangen werden.

## 5.1 Antiteilchen in Schwerionenkollisionen

Ausgangspunkt der Überlegungen zur Evolution von Protonen und Antiprotonen im Feuerball von Schwerionenkollisionen und während des Urknalls sind die Transportgleichungen (B.9) aus Anhang B.1, die nun, anstatt der Zeitabhängigkeit im Hinblick auf numerische Lösungsverfahren, in temperaturabhängige Ratengleichungen umgewandelt werden sollen. Dazu wird zunächst eine neue dimensionslose Größe  $x \equiv m_N/T$  eingeführt, und die Teilchenausbeuten  $Y_i$  werden gemäß  $Y_i = n_i/s$  bezüglich der Baryondichte  $n_i$ , normiert auf die Entropiedichte

$$s = \frac{2\pi^2}{45} h_{\text{eff}} T^3, \tag{5.1}$$

ausgedrückt. Dabei bezeichnet die Funktion  $h_{\text{eff}}(T)$  die effektive Anzahl an Freiheitsgraden des Feuerballs im mitbewegten Volumen V(t). Betrachtet man vorerst die Gleichgewichtsdichte  $n^{\text{eq}}$  von Teilchen- und Antiteilchen im Maxwell-Boltzmann Limit, ergibt sich näherungsweise aus der Integration der entsprechenden Verteilung

$$n^{\rm eq} = 2 \int \frac{d^3k}{2\pi^3} \frac{1}{e^{\sqrt{k^2 + m_N^2/T}} + 1} \approx \frac{1}{\pi^2} m_N^2 T K_2(x), \tag{5.2}$$

wobei  $K_2(x)$  die modifizierte Bessel-Funktion 2. Ordnung bezeichnet. Für den hier abgetasteten, physikalisch relevanten Temperaturbereich  $T < m_N$  gilt x > 1, und somit kann die Bessel-Funktion durch  $\sqrt{\frac{\pi}{2x}}e^{-x}$  approximiert werden. Das führt schließlich auf die Ausbeute an Baryonen im Gleichgewicht

$$Y^{\rm eq} = \frac{45}{4\pi^4} \frac{2}{h_{\rm eff}} x^2 K_2(x) \approx \frac{45}{4\pi^4} \frac{\sqrt{2\pi x^3}}{h_{\rm eff}} e^{-x}.$$
(5.3)

Protonen (+) und Antiprotonen (-) können bei niedrigen Temperaturen, bei denen Baryonenresonanzen kaum noch angeregt werden, nur paarweise vernichtet bzw. erzeugt werden, weswegen Netto-Baryonenzahlerhaltung  $Y_+ - Y_- \equiv \eta = const$ , d.h.  $\dot{Y}_+ = \dot{Y}_-$ , gelten muss. Dabei kann der Parameter  $\eta$ , der das Baryonen-zu-Photonen-Verhältnis ausdrückt, auch als Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie interpretiert werden. Mit Hilfe eines weiteren, neu eingeführten Parameters  $\Lambda_{(\xi)}$ , der, ebenso wie  $\eta$ , zwischen Schwerionenstöße ( $\xi = 4$ ) und dem Big Bang ( $\xi = 2$ ) unterschieden wird, gelangt man

	$T_1 \; [\text{GeV}]$	$T_2 \; [\text{GeV}]$	$T_3 \; [\text{GeV}]$	$h_1$	$h_2$	$h_3$
RHIC	0.100	0.150	0.175	3.0	9.8	17.5
SPS	0.100	0.150	0.175	5.411	13.150	21.750

**Tabelle 5.1:** Koeffizienten der Parametrisierung von  $h_{\text{eff}}$  (5.8, 5.9, 5.10) im Resonanzgasmodell [3, 4, 6] für RHIC- und SPS-Anfangsbedingungen.

zu einem Satz gekoppelter und impulsintegrierter Boltzmann-Gleichungen für Protonen und Antiprotonen bezüglich des temperaturabhängigen Parameters x

$$\frac{dY_{+}}{dx} = -\frac{\Lambda_{(\xi)}}{x^{\xi}} \left( Y_{+}(Y_{+} - \eta) - Y_{\rm eq}^{2} \right),$$
(5.4)

$$\frac{dY_{-}}{dx} = -\frac{\Lambda_{(\xi)}}{x^{\xi}} \left( Y_{-}(Y_{-} + \eta) - Y_{\rm eq}^2 \right).$$
(5.5)

Durch das gemeinsame Vorkommen des Asymmetrieparameters  $\eta$  und der Gleichgewichtsausbeute  $Y_{eq}$  in beiden Gleichungen, ist die zeitliche Entwicklung von Protonenund Antiprotondichte (notwendigerweise) nicht unabhängig voneinander, d.h. eine Veränderung der Materiedichte zieht auch immer eine Dichteänderung der Antimaterie nach sich. Folgt man nun den Argumenten in [26, 49] und formuliert die Ratengleichung (B.9) aus Anhang B.1 um, erreicht man anstatt einer Temperaturabhängigkeit eine zeitabhängige Gleichung bezüglich der Eigenzeit des mitbewegten Beobachters. Das führt zu einem umformulierten Ausdruck der Gl. (5.4) und (5.5) von

$$\frac{dY_i}{dx} = -\langle \sigma v \rangle \left( Y_i Y_{\bar{i}} - Y_i^{\text{eq}} Y_{\bar{i}}^{\text{eq}} \right) \frac{m_N^3}{x^4} \frac{3V}{\dot{V}} \frac{2\pi^2}{45} h_{\text{eff}} \left( 1 + \frac{\dot{h}_{\text{eff}}}{h_{\text{eff}}} \frac{T}{3\dot{T}} \right).$$
(5.6)

Im Folgenden wird nun das Verhalten der Evolutionsgleichungen (5.4) und (5.5) für die zwei Szenarien des im Labor erzeugten Schwerionenstoßes und des Urknalls untersucht.

#### 5.1.1 Effektive Zahl von Freiheitsgraden

Eine Größe zur Beschreibung der effektiven Freiheitsgrade von Materie und Antimaterie bezüglich Entropie- bzw. Energiedichte ist die Funktion  $h_{\text{eff}}$ . Diese ist mit den Freiheitsgraden der bosonischen  $(g_i)$  und fermionischen  $(g_j)$  Anregung verknüpft:

$$h_{\text{eff}} = \sum_{i=\text{Bosonen}} g_i + \frac{7}{8} \sum_{j=\text{Fermionen}} g_j \tag{5.7}$$

(siehe Abschnitt 5.2.2 für weitere Erläuterungen). Dabei kann in einem eingeschränkten Temperaturbereich von 1 MeV < T < 100 MeV  $h_{\rm eff}$  als annähernd konstant approximiert werden. Jedoch versagt für Temperaturen oberhalb von 100 MeV dieses einfache Modell, und unter Zuhilfenahme eines Resonanzgasmodells finden sich, entsprechend den verschiedenen energetischen Annahmen für Schwerionenkollisionen am RHIC und am SPS, lineare bzw. quadratische funktionale Temperaturabhängigkeiten in  $h_{\rm eff}$ . Die Vorschrift

$$h_{\text{eff}}(T) = h_1 + \hat{b}(T - T_1) + \hat{c}(T - T_1)^2,$$
(5.8)

$$\hat{b} = \frac{h_2 - h_1 - (h_3 - h_1) \left(\frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1}\right)^{-1}}{T_2 - T_1 - \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_3 - T_1}},$$
(5.9)



Abbildung 5.1: Linke Seite: Zahl der effektiven Freiheitsgrade  $h_{\text{eff}}$  als Funktion der Temperatur in quadratischer Parametrisierung (5.8, 5.9, 5.10) für RHICund SPS-Energien. Rechte Seite: Temperaturabhängige und thermisch gemittelte Annihilations-Wirkungsquerschnitte  $\langle \sigma v \rangle$  für die speziellen, im Abschnitt 5.1.2 beschriebenen Parametrisierungen (i), (ii) und (iii).

$$\hat{c} = \frac{h_3 - h_1}{(T_3 - T_1)^2} - \frac{\hat{b}}{T_3 - T_1}$$
(5.10)

bildet mit den jeweiligen Parametern aus Tab. 5.1 eine gute Approximation von  $h_{\text{eff}}(T)$  für RHIC- und SPS-Anfangsbedingungen. Diese Parametrisierungen stehen für ein Resonanzgasmodell, wie in [3, 4, 6] benutzt, und beinhaltet die ersten hundert hadronischen Zustände aus [194]. Die Abb. 5.1, links, stellt den Verlauf von  $h_{\text{eff}}$  in dem relevanten Temperaturbereich von T = 170 - 100 MeV dar. Dabei fällt der Wert für SPS (RHIC)-Energien von 20 (15) für eine Anfangstemperatur von T = 170 MeV bis auf 5.5 (3) für T = 100 MeV entlang der isentropischen Trajektorien ab.

Die linke Seite der Abb. 5.2 zeigt den Verlauf der Temperatur während der Expansion des Feuerballs, normiert auf die typische Expansionszeit von  $\bar{\tau} \sim 5$  fm/c. Dabei ist zu erkennen, dass in Einklang mit [19] die Zeitskala für einen konstanten Wert des effektiven Parameters  $h_{\rm eff}$  von ca. 3 für RHIC und SPS bis zum kinetischen Ausfrieren ungefähr 8 fm/c beträgt. Anders verhält sich die Temperatur mit der Parametrisierung von  $h_{\rm eff}$ nach (5.8, 5.9, 5.10). So verzögert diese Form der Temperaturabhängigkeit gerade für hohe Temperaturen nahe der Startbedingung (siehe Abb. 5.1, links) die Annihilation von Protonen und Antiprotonen, und der Feuerball erfährt eine Zunahme der Lebenszeit gegenüber  $h_{\rm eff} = 3$  von 80% (104%) für SPS (RHIC) bis zum kinetischen Ausfrieren.

Der adiabatische Weg bis zum kinetischen Ausfrieren der Materie ist für SPS- und RHIC-Bedingungen in Abb. 5.2, rechts, für verschiedene Parametrisierungen von  $h_{\text{eff}}$ dargestellt. Wie in Gl. (5.17) des Abschnitts 5.2.1 aufgeführt, hängt das baryochemische Potential über die Entartungsfunktion implizit von deren Temperaturverhalten ab. Damit ergibt sich für  $h_{\text{eff}} = 3$  (durchgezogene Kurven) und  $h_{\text{eff}}(T^2)$  (gestrichelte Kurven) für RHIC und SPS ein zu Abbildung 1 in [17] vergleichbares Verhalten des Weges im QCD-Phasendiagramm.



Abbildung 5.2: Linke Seite: Temperaturverlauf während der Expansion für RHIC- und SPS-Bedingungen und verschiedene Parametrisierungen der Funktion  $h_{\text{eff}} = const$  und  $h_{\text{eff}}(T^2)$ . Die charakteristische Expansionszeit liegt bei  $\bar{\tau} \sim 5$  fm/c. Rechte Seite: Adiabatischer Weg der Materie für RHIC und SPS bis zum kinetischen Ausfrieren.

#### 5.1.2 Annihilations-Wirkungsquerschnitt

Der thermisch gemittelte Wirkungsquerschnitt für die Annihilation von Protonen mit Antiprotonen lautet nach [26]

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{\int_{2x}^{\infty} d\xi \xi^2 (\xi^2 - 4x^2) K_1(\xi) \sigma(p)}{4x^4 K_2^2(x)}$$
(5.11)

mit dem Laborimpuls  $p = T\xi\sqrt{\xi^2 - 4x^2}/(2x)$  (siehe [30]). Dabei bezeichnet  $K_1(\xi)$  die modifizierte Besselfunktion erster Ordnung, und  $\sigma(p)$  steht für den impulsabhängigen Wirkungsquerschnitt, der vermöge [17] zu

(i) 
$$\sigma(p) = (40p^{-0.5} + 24p^{-1.1}) \text{ mb},$$
  
(ii)  $\sigma(p) = (38 + 35p^{-1}) \text{ mb}$ 
(5.12)

parametrisiert werden kann, wobei der Laborimpuls p in GeV/c eingeht. Das führt schließlich im betrachteten Temperaturintervall von 170 – 100 MeV zu  $\langle \sigma v \rangle \simeq 42.5$  – 47 mb bzw. 51.5 mb, nahezu unabhängig von der Temperatur T. Die Parametrisierung (iii) basiert auf einer einfachen Abschätzung, wobei die Ruhemasse ungeladener Pionen  $m_{\pi}$  die Skala angibt:

(iii) 
$$\langle \sigma v \rangle = \frac{C}{m_{\pi}^2}.$$
 (5.13)

Dabei wird der Parameter C in der Größenordnung  $\mathcal{O}(1)$  rangieren, und es ergibt sich mit einem Wert von  $C \sim 2$  eine repräsentativer Wirkungsquerschnitt für die Annihilation von Protonen und Antiprotonen von ca. 42.7 mb als gute Approximation zu den Parametrisierungen (i) und (ii).

## 5.2 Schwerionenstöße (Little Bangs) und Urknall (Big Bang)

Im Folgenden werden Resultate bezüglich des Annihilationsverhaltens von Materie und Antimaterie sowie das baryochemische Potential für Little Bangs und für den Big Bang diskutiert und ausgewertet. Dabei wurde auf kinetische Gleichungen vom Boltzmann-Typ zurückgegriffen und numerisch ausgewertet. Die Parameter der Evolutionsgleichungen (5.4) und (5.5),  $\Lambda_{(\xi)}$  und  $\eta$ , determinieren zusammen mit den Startbedingungen die Nichtgleichgewichtsdynamik und spielen so eine wichtige Rolle bei der Analyse von Gemeinsamkeiten und Unterschieden von Schwerionenstößen und dem Urknall.

#### 5.2.1 Schwerionenstöße bei SPS- und RHIC-Energien

Die Evolutionsgleichungen (5.4) und (5.5) sind Differentialgleichungen vom Riccati-Typ, wonach keine expliziten analytischen Lösungen in geschlossener Form angebbar und demzufolge Gl. (5.4) und (5.5) numerisch auszuwerten sind. Die so gefundenen Lösungen hängen von  $\Lambda_{(\xi)}$  und den in  $\eta$  verschlüsselten Startbedingungen ab. Diese lauten  $T_{\rm chem} = T_0 = 170$  MeV und  $\mu_{\rm chem} = \mu_0 = 250$  MeV (maximale SPS-Energie mit resultierendem Dichteverhältnis von  $n_-/n_+ = 0.052$ ) und  $\mu_{\rm chem} = \mu_0 = 25$  MeV (maximale RHIC-Energie mit  $n_-/n_+ = 0.75$ ) bei Vernachlässigung einer kleinen Änderung der Ausfriertemperatur beim Übergang von SPS- zu RHIC-Bedingungen. Es wurden die dafür typischen Werte aus [3, 4, 6, 7, 8] verwendet. Bei SPS-Energien wird der Bereich  $\mu_{\rm chem} > T_{\rm chem}$  überstrichen, während RHIC und auch LHC in der Region von  $\mu_{\rm chem} < T_{\rm chem}$  operiert. Sind elastische Kollisionen nicht mehr im Stande, die Impulsverteilung zu modifizieren, ist die kinetische Ausfriertemperatur bei  $T_{\rm kin} = 100$  MeV erreicht. <sup>2</sup> Mit der Forderung nach isotropischer Expansion für SPS-  $(s/n_+ = const =$ 23) und RHIC-  $(s/n_+ = 250)$  Bedingungen (bedingt Baryonenzahlerhaltung und lokale Entropieerhaltung) für Schwerionenstöße ( $\xi = 4$ , Anhang B) erhält man  $\Lambda_{(\xi)}$  über

$$\Lambda_{(4)} = 3\langle \sigma v \rangle \bar{\tau} m_N^3 \frac{2\pi^2}{45} h_{\text{eff}} \left( 1 + \tau \frac{\dot{h}_{\text{eff}}}{h_{\text{eff}}} \right)^{-1}.$$
(5.14)

Dabei wird der thermisch gemittelte Annihilations-Wirkungsquerschnitt durch  $\langle \sigma v \rangle$  beschrieben und ist, ebenso wie die Funktion  $h_{\text{eff}}$ , in den vorausgegangenen Abschnitten 5.1.1 bzw. 5.1.2 ausführlich diskutiert worden. Will man die Zeitabhängigkeit in Gl. (5.14) eliminieren, fordert man zunächst adiabatische Expansion (sV = const) mit  $V/\dot{V} = \bar{\tau}$  als charakteristische Zeitskala einer Expansion, anstatt ein spezielles (zeitabhängiges) Expansionsmodell des Feuerballs zu benutzen (Anhang B.2). Das erlaubt einem, die Dynamik in Abhängigkeit der Temperatur (und nicht der Zeit) zu betrachten.

Abbildung 5.3 zeigt das Dichteverhältnis  $\bar{p}/p$  für verschiedene Annahmen des freien Parameters C als Funktion der Temperatur. Die Wahl dieser dimensionslosen Größe als Veränderliche anstatt  $\Lambda_{(4)}$  liegt in der starken Temperaturabhängigkeit von  $h_{\text{eff}} \neq const$ des betrachteten Intervalls entlang der Isentrope begründet. Das macht C zu einem geeigneteren Parameter und Untersuchungsgegenstand, um diesen Einfluss der Annihilation von dem zu unterscheiden, der durch kleiner werdende Dichte aufgrund der Expansion verursacht wird. Es fällt auf, dass das Verhältnis  $\bar{p}/p$  bis zum Erreichen von T = 100 MeV nur einer geringen Abnahme unterliegt [17]. Diese Reduktion ist mit der kleinen Variation der Gleichgewichtsausbeuten  $Y_{\text{eq}}$  in diesem Temperaturbereich zu erklären. Für SPS-Konditionen beträgt der experimentelle Wert von  $\bar{p}/p$  für Midrapidität 0.058 ± 0.005 (statistischer Fehler) bei zentralen Pb (158 AGeV) + Pb Kollisionen [31]. Der hier verwendete Startwert von 0.052 ist geringfügig kleiner. Setzt man hingegen den

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>In [9, 10, 12, 13] wird argumentiert, dass die Bedingung  $T_{\text{chem}} > T_{\text{kin}}$  für zentrale Kollisionen Gültigkeit besitzt, während [14, 15] für ein plötzliches Ende der hadronischen Bewegung ab einer bestimmten Zeit plädieren, d.h. keine elastischen und inelastischen Stöße bei  $T_{\text{chem}} \approx T_{\text{kin}}$ .



Abbildung 5.3: Linke Seite: Das Verhältnis von Antiprotonen zu Protonen bei SPS-Anfangsbedingungen ( $T_0 = 170 \text{ MeV}$ ,  $\mu_0 = 250 \text{ MeV}$ ) als Funktion der Temperatur für verschiedene Werte von C = 1, 2 und 10 (von oben nach unten). Die gepunkteten Kurven geben Resultate einer Simulation an, bei der die Protonenmasse auf 1.2 GeV/c<sup>2</sup> angehoben wurde, um den Beitrag von massiven Baryonresonanzen zu simulieren. Rechte Seite: Wie die Abbildung der linken Seite, aber für RHIC-Anfangsbedingungen ( $T_0 = 170 \text{ MeV}$ ,  $\mu_0 = 25 \text{ MeV}$ ) und ohne die zusätzlichen Rechnungen mit erhöhter Baryonenmasse.

Anfangswert des baryochemischen Potentials auf  $\mu_0 = 235$  MeV, wird ein Startwert von  $\bar{p}/p = 0.063$  erreicht, und man liegt damit noch im "erlaubten" Bereich [3, 4, 6]. Damit würden sich die Kurven in Abb. 5.3 (links) um einen Faktor 1.2 nach oben verschieben und datenkompatible Resultate würden mit realistischen Parametern von C < 4 erzielt werden.

Weiterhin wurde die Systematik der Strahlenergie für zentrale Stöße untersucht. Anstelle individueller Werten für  $\mu_{\text{chem}}$  und  $T_{\text{chem}}$  kann ein globaler Fit mit der Parametrisierung aus [3, 4, 6],

$$\mu_{\rm chem} = \frac{1303 \text{ MeV}}{1 + 0.286(\sqrt{s_{NN}}/\text{GeV})},$$

$$T_{\rm chem} = 162 \text{ MeV} \left(1 - \frac{1}{0.7 + \exp\frac{\sqrt{s_{NN}}/\text{GeV} - 2.9}{1.5}}\right),$$
(5.15)

benutzt werden, wobei die Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s_{NN}}$  in GeV zu verstehen ist. Die SPS-Strahlenergien im Experiment [31] der NA49<sup>3</sup> -Kollaboration für zentrale Pb + Pb Kollisionen betragen 158, 80, 40, 30 und 20 AGeV. Damit werden Eingangswerte für  $n_-/n_+$  erreicht, die 15%, 1.5%, 18%, 30% und 29% höher sind, als die in [31] angegebenen. Für die Energie von  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  AGeV in [11] (STAR <sup>4</sup>-Kollaboration) und in [32] (PHENIX <sup>5</sup>-Kollaboration) ergibt sich laut (5.15) ein um 36% höherer Wert im Vergleich zum experimentellen Verhältnis  $\bar{p}/p$ . Im Durchschnitt - mit Ausnahme des experimentellen Wertes für 80 AGeV - kann das Dichteverhältnis bis zum kinetischen Ausfrieren um bis zu 20% verringert werden, um die Übereinstimmung mit experimentellen Daten zu sichern.

Ein weiterer Punkt ist die Abhängigkeit der Annihilation von der Baryonenmasse. Dazu wurde die Protonmasse durch eine Masse von ca. 1200  $MeV/c^2$  einer Deltareso-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Spezieller Eigenname einer Detektor-Installation am CERN SPS.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Solenoidal Tracker at RHIC.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Pioneering High Energy Nuclear Interaction eXperiment.



Abbildung 5.4: Proton (schwarze Kurven)- und Antiprotondichten (rote Kurven) als Funktion der Temperatur für SPS- (linke Seite) und RHIC- (rechte Seite) Konditionen mit C = 2. Dabei bezeichnen durchgezogen Kurven die aktuellen Dichten  $n_{\pm}$  abseits des Gleichgewichts als Lösungen von Gl. (5.4) und (5.5). Die gestrichelten Kurven stehen für die Gleichgewichtsdichten  $n_{\pm}^{\text{eq}}$ .

nanz ersetzt und bei SPS-Energien für verschiedene Werte des Parameters C simuliert. Auffällig ist dabei, dass gerade für große Werte von C das Verhältnis  $\bar{p}/p$  für sinkende Temperaturen weniger stark abfällt als für Rechnungen mit der korrekten Nukleonmasse. Das bedeutet, die Dichte von Baryonen und Antibaryonen bleibt im Verlauf der Abkühlung des Systems umso länger im nahezu gleichen Verhältnis, je schwerer das Baryon ist.

Eine noch stärker ausgeprägte Unempfindlichkeit des Dichteverhältnisses gegenüber Variationen von C gilt für RHIC-Bedingungen (vergleiche rechte Seite der Abb. 5.3). Experimentell wurde ein Wert von  $\bar{p}/p = 0.731 \pm 0.011 \pm 0.062$  (statistischer und systematischer Fehler) [32] in zentralen Kollisionen Au (200 AGeV) + Au gefunden, welcher jedoch zentralitätsunabhängig zu sein scheint. Dieser Wert stimmt gut mit den Ergebnissen, insbesondere für große C, überein. Dennoch spielt eine so genaue Einstellung der Startwerte eine untergeordnete Rolle, da nur die charakteristische Expansionszeit  $\bar{\tau}$  sowie keine "feeding"-Effekte in dem hier benutzten Expansionsmodell berücksichtigt worden sind. Deshalb wird auch von detaillierten Untersuchungen bezüglich der Abhängigkeit von der Zentralität der Kollision abgesehen.

Im Gegensatz zu dem oben betrachteten Verhältnis  $\bar{p}/p$  sinken die Baryondichten  $n_{\pm}$  rapide mit fallenden Temperaturen, wie für SPS-Bedingungen in Abb. 5.4 ersichtlich ist. Dabei ist die steigende Abweichung der Antiprotondichte  $n_{-}$  von der Dichte  $n_{-}^{\text{eq}}$  im chemischen Gleichgewicht bis zum kinetischen Ausfrieren auffällig. Das Verhalten der Dichten im Gleichgewicht ist über

$$n_{+}^{\rm eq} = sY_{\rm eq}e^{\frac{\pm\mu}{T}} \tag{5.16}$$

gegeben, wobe<br/>i $\mu$ entlang einer Isentrope unter Berücksichtigung von Baryonenzahlerhaltung über

$$\mu(T) = T \operatorname{arsh}\left(\eta \frac{2\pi^4}{45} \frac{h_{\text{eff}}(T)}{2} \frac{1}{x^2 K_2(x)}\right)$$
(5.17)

mit den entsprechenden Parametern für  $h_{\text{eff}}$  aus Tab. 5.1 bestimmt wird. Auf den ersten Blick erscheint die Dominanz der Protondichte gegenüber der Gleichgewichts-

dichte  $n_{+}^{eq} > n_{+}$  überraschend. So wird aufgrund der Forderung nach Baryonenzahlerhaltung für die Netto-Nukleonendichte die Relation  $n_N > n_N^{(0)} V(t=0)/V(t>0)$ erfüllt. Solange die Antibaryondichte  $n_{-}$  geringer als die Baryondichte  $n_{+}$  ist, fällt die Nukleonendichte  $n_N$  langsamer als das Verhältnis der Volumina V(t = 0)/V(t > 0). Da die hier benutzten Evolutionsgleichungen (5.4) und (5.5) paarweises Annihilieren und Regenerieren von Baryonen und Antibaryonen beschreiben, verhalten sich große Baryondichten  $n_+ \gg n_-$  wie V(t=0)/V(t) und folglich ergibt sich damit die Relation  $n_{+}^{\text{eq}} > n_{+}^{(0)} V(t=0)/V(t>0)$ . Diese scheinbare Ambiguität lässt sich mit dem Einführen chemischer Potentiale (vergleiche [16, 17, 18]) lösen, wird aber in dem hier vorgestellten Zugang über die Boltzmann-Näherung (5.4) und (5.5) nicht benötigt, solange darin nur Kombinationen von  $n_+^{\text{eq}} n_-^{\text{eq}}$  oder  $Y_+^{\text{eq}} Y_-^{\text{eq}}$  auftreten. Demzufolge verschwinden die effektiven chemischen Potentiale in  $Y_{+}^{\text{eq}}Y_{-}^{\text{eq}} = Y_{\text{eq}}^2$ . Eine Vernachlässigung dieses Terms der Rekombination würde ein signifikant kleineres Verhältnis von  $\bar{p}/p$  hervorrufen [16, 17, 18]. <sup>6</sup> Sinkt  $\mu_{\rm chem}$  auf ein Zehntel ab (RHIC-Bedingungen mit nahezu gleichem Startwert der Proton- und Antiprotondichten vom Gleichgewicht aus), wird der Unterschied zwischen  $n_{-}$  und  $n_{+}$  geringer, wie auf der rechten Seite der Abb. 5.4 zu erkennen ist. Das wird durch die gleichsame Annihilation von  $n_{-}$  und  $n_{+}$  verursacht und resultiert demzufolge in einem nahezu konstanten Antibaryon-zu-Baryon-Verhältnis  $\bar{p}/p$  (siehe Abb. 5.3, rechts), was insbesondere auch für LHC-Bedingungen zutrifft. In der oben beschriebenen  $\bar{p}/p$ -asymmetrischen Situation bei SPS-Bedingungen bewirkt die geringe Dichte von  $\bar{p}$  eine marginale Annihilation von p - nur die Evolutionsgleichung von  $n_{-}$  verursacht diese höhere Asymmetrie [17].

Zusammenfassend lässt sich eine starke Abweichung der Antibaryondichten  $n_{-}$  vom Gleichgewicht feststellen, d.h. trotz eines hohen Annihilationswirkungsquerschnitts geht die Expansion bis zum Erreichen des chemischen Gleichgewichts der Antiprotonen zu schnell vonstatten. Wird der durch C parametrisierte Wirkungsquerschnitt  $\langle \sigma v \rangle$  erhöht, folgt  $n_{-}$  mehr der Äquilibriumsdichte  $n_{-}^{\text{eq}}$ . Somit fällt das Verhältnis  $\bar{p}/p$  während der Abkühlung stärker ab, wie in Abb. 5.3 ersichtlich ist. Eine größere Expansionszeit  $\bar{\tau}$ reduziert dieses Verhältnis ebenfalls. Für  $\bar{\tau} = 10$  fm/c erhält man, beispielsweise für SPS-Bedingungen, 0.040 bei T = 100 MeV, während sich für  $\bar{\tau} = 3$  fm/c ein Antibaryonzu-Baryon-Verhältnis von 0.048 etabliert. Daraus können entsprechende Werte der Antibaryondichten  $n_{-}$  bei unveränderten Baryondichten  $n_{+}$  ermittelt werden.

Das thermo-statistische Modell eignet sich nicht nur zur Untersuchung von Verhältnissen verschiedener Hadronensorten sondern auch zur Analyse einer einzigen Spezies bei verschiedenen Bedingungen (vergleiche [3, 4, 6]). Abbildung 5.5 zeigt diesbezüglich die Evolution der Proton- und Antiprotondichten als Verhältnis des kinetischen (T =100 MeV) zu chemischen (T = 170 MeV) Ausfrierens als Funktion des freien Parameters  $C = \langle \sigma v \rangle m_{\pi}^2$  für SPS- (links) und RHIC- (rechts) Bedingungen. Für SPS verursachen nur Antiprotonen eine signifikante Reduktion dieses Verhältnisses ab einem Wert von C > 3, was das hadro-chemische Modell invalidieren würde. Bei RHIC-Bedingungen fallen die skalierten Proton- und Antiprotondichten für steigende Werte von C ebenfalls, jedoch in einem geringeren Maße. Das ist verständlich, da beide Werte stärker der entsprechenden Gleichgewichtsdichte folgen (siehe dazu Abb. 5.4, rechts). Für C < 10beträgt die Reduktion aufgrund der Annihilation weniger als 10% (in Konsistenz mit dem hadro-chemischen Modell bei spätem kinetischen Ausfrieren).

Verändert sich das Verhältnis  $\bar{p}/p$  beim Übergang von  $T_{\text{chem}}$  bis  $T_{\text{kin}}$  nicht merklich, wäre das "Antiproton-Puzzle" als gelöst anzusehen. Hohe Strahlenergien für RHIC

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Dieser Regenerationsterm spielt in [17] sogar eine außergewöhnlich wichtige Rolle bei der Eliminierung baryonischer Annihilationsanteile.



Abbildung 5.5: Dichten von Protonen (schwarze Kurven) und Antiprotonen (rote Kurven) bei einer Temperatur von 100 MeV, normiert auf die jeweilige Ausbeute bei Temperaturen von 170 MeV als Funktion des Parameters C, entsprechend für SPS-Bedingungen (linke Seite) bzw. für RHIC-Bedingungen (rechte Seite).

und den LHC korrespondieren mit einer geringen normierten Teilchen-Antiteilchen-Asymmetrie  $\eta$ . Für SPS-Bedingungen etabliert sich bereits eine Empfindlichkeit bezüglich des Zusammenspiels von thermisch-gemittelten Wirkungsquerschnitten (siehe Abschnitt 5.1.2) und der Expansionsdynamik (Details im Anhang B.2). Bei Energien am AGS <sup>7</sup> und dem geplanten SIS 300 am FAIR wird ein stärkerer Abfall des Verhältnisses  $\bar{p}/p$  erwartet. Dennoch ist der Unterschied zwischen der chemischen Ausfriertemperatur  $T_{\rm chem}$  und dem kinetischen Ausfrieren  $T_{\rm kin}$  für diese Szenarien wesentlich geringer, und demzufolge ist die Annihilation weniger effizient.

Die hier vorgestellten Resultate basieren auf einigen Annahmen, die im Folgenden zusammengefasst sind:

1) Kinetisches Gleichgewicht bis zum kinetischen Ausfrieren, siehe [33].

2) Homogenität des Raumes.

3) Charakterisierung der Expansionsdynamik durch eine Zeitskala.

4) Beschränkung auf die Hadronenspezies p und  $\bar{p}$ ; weitere Hadronentypen sind implizit über das Wärmebad durch  $h_{\text{eff}}$  berücksichtigt (detaillierter in [38] beschrieben, in dem gekoppelte Ratengleichungen für viele Hadronenspezies vor dem Hintergrund einer 2 + 1-dimensionalen Hydrodynamik gelöst werden).

5) Chemisches Gleichgewicht bei  $T_{\text{chem}}$  und  $\mu_{\text{chem}}$ .

6) Unitarität sowie detaillierte Balance, durch  $p + \bar{p} \leftrightarrow X + \bar{X}$  beschrieben, wobei die zugrunde liegende Boltzmann-Gleichung einen binären Stoßterm beinhaltet und auf die Evolutionsgleichungen (5.4) und (5.5) führt. Man vermutet, dass die Zustände X und  $\bar{X}$ Pion-Cluster repräsentieren, wie in [34, 36, 37] angeführt ist. Diese Näherung der Zwei-Meson-Kopplung - auch als minimales Zwei-Körper-Modell bekannt - ist im Stande,

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Alternating Gradient Synchrotron am Brookhaven National Laboratory (BNL).

die Daten der  $p\bar{p}$ -Annihilation in dem hier interessierenden Energieregime zu beschreiben. Wie im vorangegangenen Abschnitt erwähnt, schlägt dieses Modell eine Brücke zu Multi-Pion-Kollisionen [16, 17] als Schlüssel zur Lösung des "Antiproton-Puzzles" zusammen mit dem chemischen Nichtgleichgewicht der Pionen. Weitere mögliche Ingredienzien könnten die Rolle von Baryon-Anregungen als Quelle weiterer Annihilation und Regeneration sowie "feeding" von Grundzustandsbaryonen sein, wie in [38] für RHIC-Konditionen untersucht wurde.

Punkt 1) bis 5) sind in Transport-Codes berücksichtigt, wobei auch versucht wird, 6) mit einzubinden. Die Punkte 1) und 2) wurden zur Ableitung der verwendeten Form der Boltzmann-Gleichung benutzt [26]. In 3) wurde eingeräumt, dass hier ein spezielles Expansionsmuster des Feuerballs zur Anwendung kommt. Darin wird, wie im Anhang B.2 beschrieben, eine homogene Materieverteilung benutzt (Punkt 2), wie durch  $V/\dot{V} = \bar{\tau}$  mit  $\bar{\tau}$  als Expansionszeitskala charakterisiert. Die Startkonditionen bezüglich der Temperatur und des chemischen Potentials werden durch Punkt 5) fixiert, in Einklang mit dem thermo-statistischen Modell [3, 4, 6].

#### 5.2.2 Antibaryonen im frühen Universum

Im Fall der zeitlichen Entwicklung im frühen Universum (Urknall) ist der Parameter  $\xi = 2$  zu setzen (siehe Anhang B und [26, 27, 28]). Demzufolge lautet der dimensionslose Faktor  $\Lambda_{(\xi)}$ 

$$\Lambda_{(2)} = \langle \sigma v \rangle g_*^{1/2} M_{\rm Pl} m_N \sqrt{\frac{\pi}{45}},\tag{5.18}$$

wobe<br/>i $M_{\rm Pl}$  die Planck-Masse und  $m_N$  wieder die Ruhemasse des Nukleons bezeichnet. Die Größe<br/>  $g_*^{1/2}$  setzt sich aus effektiven Parametern zusammen und kann geschrieben werden als

$$\sqrt{g_*} = \frac{h_{\text{eff}}}{\sqrt{g_{\text{eff}}}} \left( 1 + \frac{T}{3h_{\text{eff}}} \frac{\dot{h}_{\text{eff}}}{\dot{T}} \right), \tag{5.19}$$

mit dem effektiven Freiheitsgrad  $g_{\text{eff}}$ , welcher beispielsweise für die Energiedichte

$$e = \frac{\pi^2}{30} g_{\text{eff}} T^4 \tag{5.20}$$

relevant wird. Bei Benutzung von  $C = \mathcal{O}(1)$  erhält man für  $\bar{\tau} \sim 5$  fm/c eine ungefähre Größenordnung für Little Bangs von  $\Lambda_{(4)} \sim \mathcal{O}(10^4)$  im Vergleich zu  $\Lambda_{(2)} \sim \mathcal{O}(10^{21})$  für den Big Bang mit  $g_*^{1/2} \sim 4$  (siehe [29]). Das macht den großen Unterschied zwischen der Dynamik in Schwerionenkollisionen und der des Urknalls deutlich.

Ist die Entartung  $h_{\text{eff}}(T)$  bekannt, kann die Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie durch den dimensionslosen Parameter  $\eta$  ausgedrückt werden:

$$\eta = \frac{45m_N^2/T_0^2 K_2(m_N/T)}{\pi^4 h_{\text{eff}}(T_0)} \sinh(\mu_0/T_0).$$
(5.21)

Da dieser in den betrachteten Temperaturintervallen als zeitlich konstant angenommen wird, benutzt man zu seiner Bestimmung die spezifischen Anfangsbedingungen  $\mu_0$  und  $T_0$ . Der Asymmetrieparameter  $\eta$  gibt das Baryon-zu-Photon-Verhältnis wieder.



Abbildung 5.6: Adiabatischer Weg kosmischer Materie im Phasendiagramm stark wechselwirkender Materie für  $\eta = 10^{-10}$  und  $h_{\text{eff}} = 10$  (durchgezogene Kurve für "confined"-Materie). Die gestrichelte Kurve steht hingegen für eine Näherung der Hadronen-Materie. Die Symbole " $\star$ " repräsentieren Punkte des chemischen Ausfrierens in Schwerionenstößen aus [3] (erste Notierung), [4] (Tabelle 2, oberer Teil) und [6] (Abschätzung für den LHC).

Das bedeutet, die Netto-Dichte der Baryonen (Nukleonen)  $n_B$  bezogen auf die Relikt-Photonendichte  $n_{\gamma}$  der Schwarzkörperstrahlung, welche über die momentane Temperatur der kosmischen Mikrowellenhintergrundstrahlung (CMB) von 2.725 K fixiert ist, bestimmt die Asymmetrie von Baryonen gegenüber Antibaryonen. In der kosmischen Entwicklung nach dem Confinement-Übergang wird ein Wert von  $\eta \sim 10^{-10}$  bei adiabatischer Expansion des Universums angenommen, unterstützt durch das beobachtete Baryonen-zu-Photonen-Verhältnis von  $6.12 \times 10^{-10}$  aus den "ACDM 3-year WMAP-only" <sup>8</sup> Daten [42]. Dieses Verhältnis bestimmt den adiabatischen Weg der kosmischen Materie von dem Zeitpunkt des Confinement-Übergangs bis zum Beginn der primordialen Nukleosynthese bei  $T \leq 1$  MeV, wie in Abb. 5.6 abgebildet. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass der zugehörige funktionale Zusammenhang (5.23) nur für konstante effektive Parameter  $h_{\text{eff}}$  (siehe Abschnitt 5.1.1) und bei Situationen, in denen ausdrücklich Nukleonen die Träger der Baryonenladung sind, Anwendung findet.

Der Überschuss an Nukleonen im Vergleich zu Antinukleonen lässt die beiden Dichten auf nahezu identischen Kurven bis zu einer Temperatur von ca. 40 MeV verlaufen. Ab hier unterscheiden sich die Entwicklungen der Hadronendichten  $n_{\pm}/T^3$  und Energiedichten  $e_{\pm}/T^4$  signifikant. Während die Nukleonendichte ungefähr konstant bei  $\eta s/T^3$ verweilt und weitere Annihilationen diese aufgrund kleiner Antinukleondichten nur marginal verändern, unterliegen die Antinukleonen fortlaufender Annihilation, und die Antinukleondichte strebt für T < 40 MeV gegen Null. In Abb. 5.7, rechts, ist das entsprechende Verhalten der zugehörigen Energiedichten (5.20) dargestellt. Dieses Verhalten und die Evolution des chemischen Potentials sind durch den Überschuss an Baryonen,

 $<sup>^8 \</sup>rm WMAP$ steht für die 2001 gestartete US-Raumsonde Wilkinson Microwave Anisotropy Probe, wobei bei der Datenanalyse aus 3 Jahren Betriebszeit das Modell ACDM benutzt wurde. Dabei ist ein Satz von Relationen und Konstanten für Cold Dark Matter (CDM) und nichtverschwindender kosmologischer Konstante A verwendet worden.



**Abbildung 5.7:** Entwicklung skalierter Hadronendichten  $n_i/T^3 = Y_i s/T^3 \approx Y_i^{\text{eq}} s/T^3$  (links) und zugehöriger Energiedichten (rechts) für den Asymmetrieparameter  $\eta = 10^{-10}$ . Dabei sind elektroschwache Beiträge ( $\gamma$ ,  $\nu$ 's, e,  $\mu$ ) und Pionen ( $\pi$ ) durch magentafarbige bzw. rote Kurven gekennzeichnet. Anstatt von p und  $\bar{p}$  sind die Dichten von Nukleonen (N,  $n_+$ ) und Antinukleonen ( $\bar{N}$ ,  $n_-$ ) dargestellt.

also durch den Wert von  $\eta$  (siehe [41]), gekennzeichnet.<sup>9</sup>

Im Fall des Big Bang folgen die Proton- und Antiprotondichten  $n_{\pm}$  aufgrund des hohen numerischen Wertes für  $\Lambda_{(2)}$  bis zu einem gewissen Zeitpunkt (bzw. Temperatur T < 1 MeV) den Gleichgewichtsdichten  $n_{\pm}^{\text{eq}}$ . Das bedeutet, die Äquilibriumswerte von  $Y_{\pm}^{\text{eq}}$  lösen die Evolutionsgleichungen (5.4) und (5.5) für diesen Temperaturbereich hinreichend genau. Die Annihilation der Antinukleonen geschieht unterhalb der MeV-Skala [28]. Das bedingt für ein homogenes Szenario (für inhomogene Szenarien siehe [39, 40]) eine äußerst geringe Dichte der Antibaryonen. Ein schnelles Abfallen der skalierten Antibaryonenendichte  $n_{-}/T^3$  mit zunehmender Temperatur ist mittels

$$n_{\pm} \approx n_{\pm}^{\rm eq} = s Y_{\rm eq} e^{\frac{\pm \mu}{T}} \tag{5.22}$$

in der linken Seite der Abb. 5.7 erkennbar. Dabei ist das kosmische baryochemische Potential, gewonnen aus der Forderung nach Netto-Baryonenzahlerhaltung im mitbewegten Volumen,

$$\mu = T \operatorname{arsh}\left(\eta \frac{2\pi^4}{45} \frac{h_{\text{eff}}}{2} \frac{1}{x^2 K_2(x)}\right)$$
(5.23)

explizit und implizit (über  $h_{\text{eff}}$  bzw. x) temperaturabhängig. Der zugehörige Bereich erstreckt sich von  $10^{-6}$  MeV bei T = 170 MeV bis zum Wert der Protonmasse von 938 MeV bei Nukleosynthese für T < 1 MeV [41, 43]. Das extremale Verhalten von

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Ein hypothetischer Wert von  $\eta = 10^{-16}$ , was  $\Lambda_{(2)} \sim \mathcal{O}(10^{21})$  bedeuten würde, verschiebt den Punkt, an dem sich Nukleonen- und Antinukleondichten trennen, zu geringeren Temperaturen von  $T \leq 30$  MeV. Dies kann durch numerische Lösungsverfahren, angewendet auf Gl. (5.4) und (5.5), gefunden werden.

Gl. (5.23), wie Abb. 5.6 zu entnehmen ist, gliedert sich wie folgt:

- (i)  $\min(\mu) = \mathcal{O}(m_N \eta),$
- (ii)  $\max(\mu) = m_N$ ,
- (iii) Schneiden der Linie μ = T bei T ≈ m<sub>N</sub>/(-ln η + O); an diesem Punkt fallen Unterschiede bezüglich der Proton und Antiprotondichten für sinkende Temperaturen ins Gewicht. n<sub>+</sub>/T<sup>3</sup> bleibt nahezu konstant bei η(2π<sup>2</sup>/45)h<sub>eff</sub>, während n<sub>-</sub>/T<sup>3</sup> weiterhin exponentiell abfällt, wie die linke Seite der Abb. 5.7 zeigt,
- (iv) Abfallen der Temperatur bei  $T \propto m_N / (\ln(\mu/m_N \eta) + \mathcal{O})$  bevor der Bereich  $\mu \sim T$  erreicht ist.

Bei einer expliziten Temperaturabhängigkeit der Funktion  $h_{\text{eff}}$  äußert sich diese, entsprechend dem Resonanzgasmodell mit Adiabatizität und Baryonenzahlerhaltung, in einem Abfallen der Isentrope (durchgezogene Kurve in Abb. 5.6) für  $\mu < 1$  keV. Das führt zu einem Schneiden mit der gestrichelten Linie (Deconfined-Materie) bei T = 165 MeV (im Gegensatz zu einem Szenario mit einem konstanten Wert  $h_{\text{eff}} = 10$  bei T = 225 MeV).<sup>10</sup> Für höhere Potentialregionen  $\mu > 1$  keV liegen die Resultate nur marginal oberhalb der durchgezogenen Kurve. Es sei noch angemerkt, dass das Schneiden dieser beiden Kurven nicht notwendigerweise Phasengleichgewicht impliziert. Für die gegebenen Näherungen resultiert eine Mischphase beim Übergang der hadronischen Materie zu einem Quark-Gluon-Plasma durch eine Maxwell-artige Konstruktion.

Weiterhin sind in Abb. 5.6 die Ausfrierpunkte von relativistischen Schwerionenkollisionen durch Symbole gekennzeichnet, wie in [3, 4, 6] ausgeführt worden ist. So liegt das baryochemische Potential für den Big Bang um den Faktor 10<sup>7</sup> höher als für Little Bangs am RHIC bei einer Ausfriertemperatur von 160 MeV. Überraschenderweise liegt andererseits die Temperatur des Urknalls bei ca. 40 MeV, wenn das chemische Potential den Wert für RHIC erreicht hat (siehe dazu auch [44]).

Stark wechselwirkende Materie dominiert den Teilchendruck, Energie- und Entropiedichte während einer Evolutionsphase, die nach elektroschwacher Symmetriebrechung bei  $T \sim \mathcal{O}(100 \text{ GeV})$  bis zum Confinement bei  $T_c \sim \mathcal{O}(200 \text{ MeV})$  reicht [45]. Die rechte Seite von Abb. 5.7 zeigt eine Dominanz in der Energiedichte der elekroschwachen Materie gegenüber stark wechselwirkenden Hadronen für Temperaturen unterhalb von 160 MeV. Eine Ausnahme bilden Pionen, die einen signifikanten Beitrag hinsichtlich Energie- und Materiedichte oberhalb von 5 MeV liefern. Ein weiterer Punkt ist ebenfalls ersichtlich: In dem dargestellten Temperaturbereich (und demzufolge auch frühen Phase der Expansion) zeigt die skalierte Energiedichte einen strahlungsdominierten Kosmos. Erst viel später, jedoch vor der Rekombination der freien Elektronen mit Protonen, geht das Strahlungsuniversum in einen materiedominierten Kosmos über, und das Expansionsverhalten ändert sich entsprechend.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>Dieser Wert entsteht durch Aufsummieren der bosonischen und fermionischen Freiheitsgrade [20] mit Berücksichtigung der Spineinstellungen. So ergibt sich  $h_{\text{eff}} = 10.75$ , wenn man das Teilchenspektrum des Standardmodells voraussetzt, in dem nur masselose linkshändige Neutrinos zu berücksichtigen sind.

#### Zusammenfassung 6

#### Konklusion

Schwerpunkt dieser Arbeit ist die theoretische Untersuchung der Strangeness-Freiheitsgrade in relativistischen Schwerionenkollisionen. Neue Daten der HADES-Kollaboration [175] zu Phasenraumverteilungen von  $\phi$ -, K<sup>+</sup>- und K<sup>-</sup>-Mesonen in der Reaktion Ar (1.756 AGeV) + KCl wurden analysiert. Ihre Sensitivität auf die in der nuklearen Zustandsgleichung codierten Kompressibilität der Kernmaterie, "Massenverschiebungen" einfach parametrisierter Modifikationen der spektralen Verteilungen sowie die Empfindlichkeit gegenüber individueller Wirkungsquerschnitte wurden untersucht [168, 169].

Verwendet man die Standardparameter des BUU-Codes, die hauptsächlich in pA-Reaktionen adjustiert wurden, ergibt sich eine zufriedenstellende Beschreibung der  $K^{\pm}$ und  $\phi$ -Spektren und Multiplizitäten in relativistischen Schwerionenkollisionen. Die verwendeten Wirkungsquerschnitte für  $NN \rightarrow NN\phi$  aus [105, 106] sind dabei essentiell zur Reproduktion der Daten [175]. In Übereinstimmung mit den experimentellen Daten kann damit die in [1] aufgeworfene Frage beantwortet werden, welcher Anteil der beobachteten  $K^-$ -Mesonen aus  $\phi$ -Zerfällen stammt. Der gefundene Wert von ca. 20% weist darauf hin, dass der Kanal  $\phi \to K^+ K^-$  nicht zu vernachlässigen ist, jedoch der dominierende Teil der beobachteten  $K^-$ -Mesonen von anderen Hadronenreaktionen im nuklearen Feuerball gebildet wird. Weiterhin wurde gefunden, dass die Strangeness-Transferreaktionen  $\pi Y \leftrightarrow NK^-$  und  $BY \leftrightarrow NNK^-$  zu einem Anteil von 42% bzw. 32% zur gesamten  $K^-$ -Multiplizität beitragen. Werden alle anderen Parameter festgehalten, verringert sich die  $\phi$ -Multiplizität um 15% für eine harte Zustandsgleichung (im Vergleich zu einer weichen Zustandsgleichung); hingegen verändert sich die  $\phi$ -Ausbeute um weniger als 10% bei Berücksichtigung der in-Medium-Masse im Vergleich zu seiner Vakuummasse.

Dabei muss erwähnt werden, dass die Mesonen mit direktem bzw. verborgenem Strangeness-Inhalt als gute bzw. weniger gute Quasiteilchen behandelt werden: Bezüglich verschiedener Hinweise auf mögliche in-Medium-Verbreiterungen des  $\phi$ -Mesons [109, 135] sollte künftig die Propagation von Spektralfunktionen implementiert werden. Jedoch legitimieren Uberlegungen in [152] die hier vorgenommene Vereinfachung gegenüber spektraler Verbreiterungen im Medium. Viele elementare zur  $\phi$ -Produktion verwendete Wirkungsquerschnitte, wie z.B. die der Kanäle  $N\Delta$ ,  $NN^*$  und  $\rho\Delta$ , sind weiterhin kaum bekannt. Dennoch scheint aufgrund der zufriedenstellenden Beschreibung [96] der älteren Daten die Dynamik von  $\phi$  (s $\bar{s}$ ) weitgehend unter Kontrolle. Weiterhin weisen neue experimentelle Daten [216] derzeit auf Unterschiede der effektiven in-Medium-Massen von  $K^+$  und  $K^0_S$  hin. Während die experimentellen  $K^+$ -Phasenraumverteilungen eine effektive Massenanhebung von ca. 25 MeV zeigen, scheint für die  $K_{\rm S}^0$ -Verteilungen ein Wert von ca. 40 MeV typisch zu sein. Neben Normierungsproblemen der experimentellen Daten könnten dabei Isospineffekte in der theoretischen Beschreibung eine Rolle spielen.

Das doppelt-seltsame Hyperon  $\Xi^-$ , für das nur eine experimentelle Bestimmung des Multiplizitätsverhältnisses in Bezug auf die Hyperonen  $\Lambda + \Sigma^0$  vorliegt [159], wurde darüber hinaus betrachtet. Dabei wurde dieses Verhältnis um fast eine Größenordnung unterschätzt [212]. Derzeit kann die im HADES-Experiment gefundene  $\Xi^-$ -Multiplizität in keinem der sonst für relativistische Schwerionenkollisionen erfolgreich eingesetzten Modelle beschrieben werden. Trotzdem wurde mit dem BUU-Transportmodell die Frage untersucht, wie sensitiv die  $\Xi^-$ -Erzeugung auf Variationen der nuklearen Zustandsgleichung ist. Für festgehaltene Parameter, wie Wirkungsquerschnitte, effektive in-Medium-Massen etc. zeigt sich eine verstärkte Sensitivität gegenüber anderen einfach-seltsamen Hadronen [212], die jedoch nicht so stark ist, wie zunächst erwartet wurde. Möglicherweise liefert die Implementierung weiterer Produktionskanäle sowie präzisere Messdaten für das  $\Xi^-$ -Hyperon künftig eine bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment.

Im Hinblick auf aktuelle Experimente der ANKE-Kollaboration wurde die  $\phi$ -Erzeugung in Proton-Kern-Stößen mit dem gleichen BUU-Code untersucht, um aus den Transparenzverhältnissen Aussagen über die in-Medium-Breite zu deduzieren [212, 214]. Entgegen früherer Vermutungen, die sich auf die Möglichkeit einer "Massenverschiebung" von Hadronen im nuklearen Medium fokussierten, sind Ergebnisse entsprechender Experimente kompatibel mit einem Anwachsen der Breite. In diesem Sinne wird derzeit experimentell und theoretisch nach einer in-Medium-Verbreiterung des  $\phi$ -Mesons anstatt einer Massenverschiebung gesucht. Mit dem speziellen Parametersatz, welcher schon für AA-Reaktionen gute Ergebnisse bezüglich des  $\phi$ -Mesons liefern konnte, sind verschiedene pA-Systeme untersucht worden und mit den bisher zugänglichen ANKE-Daten [214] hinsichtlich des Transparenzverhältnisses verglichen worden. Dabei ist die Berücksichtigung von Isospin-Asymmetrie für primäre Kanäle der  $\phi$ -Produktion ebenso zur Reproduktion des Datensatzes [214] notwendig, wie die Implementierung sekundärer Produktionskanäle. Bei Berücksichtigung der geometrischen ANKE-Detektorakzeptanz wird eine einheitliche Beschreibung aller Datenpunkte für einen konstanten Absorptionsquerschnitt von  $\sigma_{\phi}^{\text{abs}} = 18 \pm 3 \text{ mb} [212]$  erreicht.

Neben den seltenen seltsamen Hadronen in relativistischen Schwerionenkollisionen wurden Antiprotonen in ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen betrachtet. Anstelle des BUU-Codes, dessen Anwendbarkeit wegen des limitierten Satzes der inelastischen Hadronenproduktionskanäle auf relativistische Schwerionenstöße beschränkt ist, wurden aus den impulsintegrierten Boltzmann-Gleichungen Ratengleichungen abgeleitet und zur Analyse eingesetzt. Es zeigt sich sowohl für RHIC- als auch für SPS-Anfangsbedingungen, dass aufgrund der kurzen Zeitskalen für die Expansion des Feuerballs die Annihilationen der Antiprotonen bis zum kinetischen Ausfrieren unterdrückt sind und somit die Anwendbarkeit von thermo-statistischen Modellen für die chemische Ausfrierdynamik gesichert ist [170].

Mit formal analogen Gleichungen kann man die Annihilationsdynamik von Antimaterie (insbesondere Antinukleonen) im Urknall verfolgen. Wegen der, auf Zeitskalen der starken Wechselwirkung bezogen, extrem langen Zeitdauer der homogen-isotropen kosmischen Expansion nach dem Confinement-Übergang verbleiben nahezu keine Antinukleonen primordialen Ursprungs bei Temperaturen kleiner als 50 MeV. Dieses Szenario erklärt somit das Fehlen von Antimaterie im Universum<sup>1</sup> [28], wobei das Verständnis

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Antiteilchen werden nach gegenwärtigem Wissen nur in Reaktionen der hochenergetischen Komponenten der kosmischen Strahlung mit Materie (z.B. der Erdatmosphäre) gebildet.

der Baryonen-Antibaryonen-Asymmetrie, welche auch andere Mechanismen bestimmt, eine große wissenschaftliche Herausforderung darstellt [154, 170]. Der Unterschied zwischen Schwerionenstößen und dem Urknall manifestiert sich auf beeindruckende Art und Weise in einer großen Diskrepanz zwischen den entsprechenden dimensionslosen Parametern. Die skalierten Baryonendichten verhalten sich ebenfalls völlig verschieden in ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen und im Urknall [170].

#### Ausblick

Mit Hilfe des hier vorgestellten BUU-Transportmodells können neben der zufriedenstellenden Beschreibung von Kaonen und  $\phi$ -Mesonen auch mehrfach-seltsame Baryonen untersucht werden. Dabei musste beispielsweise die Frage nach weiteren möglichen Produktionskanälen hinsichtlich des  $\Xi^{-}$ -Hyperons offen bleiben. Desweiteren stellt das gleichschwere, aber elektrisch ungeladene, doppelt-seltsame Hyperon  $\Xi^0$ , welches fast ausschließlich in  $\Lambda$  und ein mit dem HADES-Detektor nicht direkt nachweisbares  $\pi^0$ zerfällt, eine weitere Probe zur Untersuchung heißer und komprimierter Materie dar. Die Berücksichtigung des 3-fach seltsamen Baryons  $\Omega^-$  im BUU-Code, welches als noch empfindlichere aber auch seltenere Probe als das  $\Xi^-$ -Hyperon gilt, ist ebenso in Planung wie die Implementierung katalytischer Reaktionen [143] für die  $\phi$ -Produktion und des Absorptionsprozesses  $\bar{K}N \to YN$  für Kaonen. Darüber hinaus stellen neben hadronischen Observablen elektromagnetische Teilchen wie Dileptonen vielversprechende Sonden dar, um zusätzliche Informationen über die heiße und dichte Phase einer Schwerionenkollision zu erlangen. Da diese Teilchen nicht der starken Wechselwirkung unterliegen, sind sie in der Lage, nach ihrer Produktion die Reaktionszone ohne nennenswerte Endzustandswechselwirkung zu verlassen. Aus den Eigenschaften dieser Teilchen lassen sich dann Rückschlüsse auf die Dynamik des Feuerballs ziehen. Desweiteren ist neben dem  $\phi$ -Zerfall in Dileptonen die schwellennahe Produktion von  $\eta$  und  $\eta'$  sowie die explizite (nicht-perturbative) Behandlung von  $\rho$ - und  $\omega$ -Mesonen im Medium zu untersuchen. Ein weiteres noch zu klärendes Problem bildet das Phänomen der Fragmentierung in Proton- und Neutronwolken und die damit verbundene Erzeugung von Deuteronen kurz nach der Kollision zweier Schwerionen. Daher ist es vorerst unmöglich, mit Hilfe des hier präsentierten Transportmodells die experimentell ermittelten Protonund Neutronspektren zu reproduzieren. In diesem Zusammenhang stellt die Betrachtung von direktem und elliptischem Fluss als mögliche sensitive Observable bezüglich der nuklearen Zustandsgleichung sowie in-Medium-Modifikationen eine weitere Herausforderung zum Verständnis heißer und dichter Kernmaterie dar.

# Anhang A Notation und Konventionen

Hier werden die wichtigsten Konventionen und Festlegungen getroffen, die durch die gesamte Arbeit Gültigkeit besitzen. Dabei wurde sich hauptsächlich an die Standard-Notation der Lehrbücher [53, 190] gehalten. Die Fachliteratur [46, 47, 49, 52, 54, 188, 189, 191, 192] lieferte darüber hinaus wichtige physikalische Zusammenhänge. Alle relevanten physikalischen Konstanten sind aus [194].

Für das II., III. und IV. Kapitel sowie für die Einleitung und Anhänge gelten folgende Konventionen:

Lorentz-Indizes werden durch griechische Buchstaben repräsentiert ( $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$ , ...) und laufen von 0 bis 3, wobei die Einstein'sche Summenkonvention, also die Summation über doppelt (ko- und kontravariant) auftretende Indizes, konsequent benutzt wird. Im Gegensatz dazu bezeichnen kleine lateinische Indizes (a, b, c, ...) räumliche Komponenten und laufen demzufolge nur von 1 bis 3. Die zusätzliche nullte Komponente in einem Lorentz-Index wird der Zeit zugeordnet. Ein Punkt über der jeweiligen Größe, etwa in  $\dot{V} \equiv \frac{\partial V}{\partial \tau}$ , repräsentiert die partielle Ableitung, hier des Volumens V nach der Eigenzeit  $\tau$ . Dabei entspricht die partielle Ableitung der kovarianten Ableitung eines Vierervektors

$$x^{\mu}_{;\nu} = x^{\mu}_{,\nu} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\nu} x^{\alpha},\tag{A.1}$$

die in einer flachen Minkowski-Raumzeit und für kartesische Koordinaten mit dem metrischen Tensor

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(A.2)

negativer Signatur in die partielle Ableitung  $x^{\mu}_{,\nu} \equiv \frac{\partial x^{\mu}}{\partial x^{\nu}} \equiv \partial_{\nu} x^{\mu}$  übergeht. Für beliebig gekrümmte Räume, dargestellt in krummlinigen Koordinaten, gilt die Vorschrift

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{A.3}$$

zur Berechnung des Linienelements. Schließlich werden ko- und kontravariante Vierervektoren mittels der Metrik  $g_{\mu\nu}$  durch die Transformation

$$x_{\mu} = g_{\mu\nu} x^{\nu} \tag{A.4}$$

ineinander überführt.

Es wurden folgende Standard-Festlegungen für das Kapitel V getroffen:

Der gesamte Formalismus für ultra-relativistische Schwerionenkollisionen basiert auf dem Hintergrund einer flachen Minkowski-artigen Raum-Zeit-Struktur, wobei zur Darstellung von Orten und Impulsen konsistent räumlich- und zeitlich getrennte Strukturen benutzt worden (3 Raumdimensionen, mittels Vektorpfeil symbolisiert, und eine skalare (Eigen-)Zeit). Die Big-Bang-Dynamik bezieht sich auf die Standard-Friedmann-Kosmologie mit einem homogen-isotropen Ortsraum der zeitlich variierenden Riemann-Geometrie.

Weiterhin wurden natürliche Einheiten benutzt, d.h.  $c = \hbar = 1$ . Daraus ergibt sich folglich eine Relation der Einheiten von  $\hbar c/MeV = 197.327$  fm, um physikalische Längen und Energien ineinander umzurechnen.

#### Systemgrößen in Schwerionenkollisionen

HADES-Daten für Ar (1.756 AGeV) + KCl: Argon (Ar, Protonenzahl Z = 18, Neutronenzahl N = 22) trifft mit der kinetischen Energie von 1.756 GeV pro Nukleon auf ein ruhendes Kalium (K)-Target mit 19 Protonen und 20 Neutronen bei einem gemittelten Impaktparameter von b = 3.9 fm.<sup>1</sup> Sollte eine LVL1-Triggersimulation vorliegen, beträgt der durchlaufene Stoßparameterbereich  $0 \le b \le 8$  fm mit einer Schrittweite von 0.5 fm, ansonsten wurde ein mittlerer Impaktparameter von b = 3.9 fm benutzt. Als typische Anzahl an Parallelensembles  $\tilde{N}$  und Anzahl der subsequenten Durchgänge Khat sich ein Wert von jeweils ca. 150 im BUU-Code etabliert, der für alle produzierten Teilchensorten hinreichend genaue Ergebnisse liefert. Für die Berechnung extrem seltener Prozesse wurde die Anzahl an Parallelensembles und subsequenten Durchgängen entsprechend erhöht.

Im Allgemeinen wurde bei Betrachtung der ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen nicht auf spezielle Systeme eingegangen, da keine transversalen Gradienten in die Berechnungen einbezogen wurden.

#### Medium

Nukleonen, also Protonen und Neutronen, sind, wie in Abschnitt 2.1 angegeben, dem dichte- und impulsabhängigen mittleren Feld U ausgesetzt. Die Hyperonen  $\Lambda + \Sigma^0$  spüren aufgrund ihres Strangeness-Inhalts nur 2/3 des mittleren Feldes der Nukleonen. Die Dichteverteilung der Nukleonen des Targets und des Projektils im Ortsraum erfolgt nach einem statischen Woods-Saxon-Potential

$$n_N(\vec{r}) = n_0^* \left( 1 + e^{\frac{|\vec{r}| - r_0^*}{\alpha}} \right)^{-1}, \tag{A.5}$$

wobei die Parameter  $n_0^*$ ,  $r_0^*$  und  $\alpha$  an der Dichtefunktion aus der Elektron-Kern-Streuung [185] und der nuklearen Photoabsorption [213] gefittet wurden. Im Impulsraum werden die Nukleonen über lokale Thomas-Fermi Approximation

$$f_0(\vec{r}, \vec{p}) = 4\Theta(p_F(\vec{r}) - |\vec{p}|)$$
(A.6)

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Alternativ kann zur Reproduktion der Daten des HADES-Experiments ein Beschuss eines Chlor (Cl)-Targets mit 17 Protonen und 18 Neutronen erfolgen, was sich in den Hadronenspektren aufgrund der ähnlichen Kernstruktur vom Ergebnis mit einem Kalium (K)-Target nur marginal auswirkt.

initialisiert, wobei  $p_F$  der lokale Fermi-Impuls ist. Dieser ist gegeben durch

$$p_F(\vec{r}) = \left(\frac{3}{2}\pi^2 n_N(\vec{r})\right)^{\frac{1}{3}}.$$
(A.7)

Bei einer Kernsättigungsdichte von  $n_0 = 0.16 \text{ fm}^{-3}$  beträgt der zugehörige Fermi-Impuls  $p_F = 1.35 \text{ fm}^{-1}$  mit einem Kernradius von  $R = r_0 A^{1/3}$  mit  $r_0 = 1.124$  fm. Der Ladungsradius des Protons ist  $r_{\rm Pr} = 0.877$  fm oder nach ganz neuen Messungen  $r_{\rm Pr} = 0.842$  fm [222].

Die Inkompressibilität der stark wechselwirkenden baryonischen Materie wird auf einen Standard-Wert von  $\kappa = 215$  MeV (weiche Zustandsgleichung) festgesetzt. Die Standard-Werte der "Massenverschiebungen" aufgrund der Baryon- und Meson-Nukleon-Wechselwirkung im Medium werden zu  $\Delta m_{K^+} = \Delta m_{K^0} = +25.3$  MeV,  $\Delta m_{K^-} = -75.2$  MeV,  $\Delta m_{\phi} = -22.2$  MeV und  $\Delta m_{\Xi^-} = -21.1$  MeV fixiert.

#### Initialisierung der Kerne im BUU-Code

Die Dynamik der Nukleonen des Kerns soll an dieser Stelle kurz diskutiert werden. Aufgrund der quasi-klassischen Näherung ändert sich die Dichte bei Implementierung des lokalen Fermi-Impulses ohne zusätzliche "Kühlung" der initialisierten Anfangskonfiguration periodisch um die Kernsättigungsdichte mit einer mittleren Periodendauer von ca. 40 fm/c [185]. Die räumliche Ausdehnung des Kerns ändert sich dem entsprechend, so dass man von einem "Atmen" des Kerns, d.h. einer periodischen Anderung seines Radius' sprechen kann. Dieses periodische Verhalten ist erst ab einer gewissen Minimalanzahl von Parallelensembles zu beobachten. Das hat seine Ursache in der Berechnung des mittleren Feldes, d.h. einige wenige Parallelensembles erzeugen kein ausreichend starkes mittleres Feld der Nukleonen, und es resultiert folglich ein "Auseinanderlaufen" des Kerns. Diese unerwünschte Dynamik des Kerns ist aufgrund der hier betrachteten hohen Schwerpunktsenergien von unwesentlicher Bedeutung, da die niederenergetischen Anregungsmoden der Kerns auf großen Zeitskalen stattfinden. Somit stellen die Schwingungsmoden des Kerns Artefakte der numerischen Auswertung innerhalb des BUU-Transportcodes dar, und ihnen wird demzufolge keinerlei physikalische Bedeutung beigemessen.

#### Hadronen im BUU-Code

Bis auf wenige Ausnahmen seltener Hadronen im Endzustand, die die Systemdynamik kaum beeinflussen und daher perturbativ behandelt werden (wie z.B. die Zerfallsprodukte  $K^{\pm}$  des  $\phi$ -Mesons), erfolgt ein explizites Propagieren der Hadronen im Hinblick auf ihre aktuelle Position im Orts- und Impulsraum. Folgende Hadronen können dabei berücksichtigt und hinsichtlich ihrer Masse, Ladung und Spin bzw. Isospin unterschieden werden:  $p, n, \pi^{\pm}, \pi^{0}, K^{\pm}, K^{0}, \eta, \omega, \rho, \phi, \Lambda, \Sigma^{\pm}, \Sigma^{0}, \Xi^{-}$  und 24 Nukleon-Resonanzen  $N^{*}$  aus Tab. A.1. <sup>2</sup> Dabei stammen die Werte der speziellen physikalischen Eigenschaften dieser Gruppe von Baryonen und Mesonen aus den Daten der Particle Data Group [194]. Eine Unterscheidung der Ruhemassen einer speziellen Baryonen- oder Mesonensorte zwischen elektrisch geladenen und neutralen Hadronen wird nicht vorgenommen, sondern stattdessen ein Massenmittelwert verwendet.

 $<sup>^2 {\</sup>rm Die}$  Implementierung von Dileptonen und Photonen zur Analyse schwacher Zerfallsprozesse ist bereits vorbereitet.

Resonanz	$m_0 \; [\text{MeV}]$	$\Gamma_0 \; [\text{MeV}]$	
N(1440)	1470	250	
N(1520)	1515	111	
N(1535)	1548	250	
N(1650)	1680	190	
N(1675)	1690	140	
N(1680)	1676	120	
N(1700)	1750	150	
N(1710)	1740	250	
N(1720)	1750	300	
N(2000)	1946	342	
N(2080)	1894	332	
N(2190)	2229	600	
N(2220)	2150	600	
N(2250)	2150	500	
$\Delta(1232)$	1232	120	
$\Delta(1600)$	1720	200	
$\Delta(1620)$	1677	120	
$\Delta(1700)$	1770	208	
$\Delta(1900)$	1888	250	
$\Delta(1905)$	1930	393	
$\Delta(1910)$	1894	192	
$\Delta(1920)$	2020	350	
$\Delta(1930)$	1970	333	
$\Delta(1950)$	1930	308	

**Tabelle A.1:** Alle im BUU-Code berücksichtigten Nukleon- (N) und Deltaanregungen  $(\Delta)$  mit zugehöriger Vakuum-Ruhemasse  $m_0$  und Vakuum-Zerfallsbreite  $\Gamma_0$ . Die Werte stammen von der Particle Data Group [194].

# Anhang B Ratengleichungen

### B.1 Impulsintegrierte Boltzmann-Gleichung

Ausgangspunkt zur Beschreibung der Dynamik komprimierter Materie in ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen oder in der Big Bang Nukleosynthese sind die gekoppelten Boltzmann-Transportgleichungen der Teilchenspezies i

$$L_i N_i = C_i. \tag{B.1}$$

Der Quellterm  $C_i$  auf der rechten Seite repräsentiert Teilchenkollisionen (Stoßterm) und Gewinn bzw. Verlust durch Zerfälle. Auf die Verteilungsfunktion  $N_i(x, p)$  wirkt der kovariante Liouville-Operator

$$L_i = p_i^{\mu} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} - \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} p_i^{\alpha} p_j^{\beta} \frac{\partial}{\partial p_i^{\mu}}, \tag{B.2}$$

wobei  $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$  eine affine Verbindung (Christoffel-Symbole) darstellt. Der erste Term entspricht dem Driftterm und der zweite Term dem Vlasov-Term, der die Änderung der Teilchentrajektorien durch ein äußeres Kraftfeld bzw. durch die Krümmung und Dynamik der Raumzeit beschreibt. Die Normierung der Impulse geschieht über die Ruhemassen  $m_i$  der Teilchensorte *i* mittels  $g_{\mu\nu}p_i^{\mu}p_i^{\nu} = -m_i^2$ . Konsequenterweise muss sich demnach die Struktur des Liouville-Operators durch koordinaten-kovariante Ableitung des aus der Verteilungsfunktion zu berechnenden Stromes [46, 47]

$$N_{i;\alpha}^{\alpha} = \int L_i N_i \Pi_i = \int C_i \Pi_i = 0 \tag{B.3}$$

ergeben. Die zweite Identität folgt mit den Boltzmann-Gleichungen (B.1), wobei die koordinatenunabhängige Notation des Impulses aus [47],

$$\Pi_i = d_i (2\pi)^{-3} \sqrt{-g} \frac{d^3 p_i}{|p_i^0|},\tag{B.4}$$

mit der Fundamental determinante -g des metrischen Tensors  $g_{\mu\nu}$  und dem Entartungsgrad  $d_i$  benutzt wurde. Der Teilchenstrom ist definiert als

$$N_i^{\alpha} \equiv \int N_i p_i^{\alpha} \Pi_i. \tag{B.5}$$

Durch Multiplikation mit der Vierergeschwindigkeit  $v_{\alpha}$  eines Beobachters erhält man die Teilchendichte  $n_i = -v_{\alpha}N_i^{\alpha}$ .

Die hier betrachtete Materie wird als isotrop und homogen angenommen und kann darüber hinaus als Zustand im kinetischen Gleichgewicht angesehen werden. Somit ergibt sich die Möglichkeit, den Teilchenstrom  $N_i^{\alpha} = n_i u^{\alpha}$  [48] über ein im Fluss mitbewegtes Vierer-Geschwindigkeitsfeld  $u^{\alpha}(x)$  auszudrücken. Synchronisiert man die Geschwindigkeit des Beobachters mit der des Teilchenstroms durch die Einführung eines mitbewegten Koordinatensystems in dem  $u^{\alpha} = g_0^{\alpha} \equiv \delta_0^{\alpha}$  gilt, so verändert sich die linke Seite der Balancegleichung der Dichte (B.3) zu

$$(n_i u^{\alpha})_{;\alpha} = \int C_i \Pi_i, \tag{B.6}$$

und kann geschrieben werden als  $^{1}$ 

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}(\sqrt{-g}n_i g_0^{\alpha})_{,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{-g}}(\sqrt{-g}n_i)^{\cdot}.$$
(B.7)

Nun fordert man adiabatische Expansion des Feuerballs, in dem Ladungs- und Entropieerhaltung in einem mitbewegten 3-dimensionalen Volumenelement V gilt [47]. Damit ist Gl. (B.6) mit (nV) = 0 bzw. (sV) = 0 auch interpretierbar als

$$\frac{1}{V}(Vn_i) = \dot{n}_i + n_i \frac{\dot{V}}{V}.$$
(B.8)

Das entspricht wegen (B.3) dem Liouville-Anteil der Ausgangsgleichung (B.1). Speziell bei der Betrachtung von Baryonen und Antibaryonen fokussiert man auf sekundäre Annihilationsprozesse der Form  $i + \bar{i} \leftrightarrow X + \bar{X}$  [49]. Damit ergibt sich schließlich mit Hilfe des Stoßterms  $\int C_i \Pi_i$  und der Annahme einer kinetischen Gleichgewichtsverteilung von Teilchen X und Antiteilchen  $\bar{X}$  die Mastergleichung für Teilchensorte i [26, 49]

$$\dot{n_i} + n_i \frac{\dot{V}}{V} = -\langle \sigma v \rangle (n_i n_{\bar{i}} - n_i^{eq} n_{\bar{i}}^{eq})$$
(B.9)

ohne die Berücksichtigung von Bose-Kondensation und Fermi-Entartungs-Effekten. Analoge Ergebnisse erhält man für Antiteilchenspezies  $\overline{i}$  bei Austausch von  $i \to \overline{i}$ . Ergänzt durch bestimmte Zerfallsterme wird diese Balance-Gleichung sowohl für Schwerionenkollisionen (Little Bangs) [38] als auch für frühzeitige kosmologische Szenarien (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)-Kosmos) [26, 27, 28, 49] zur Beschreibung der Dynamik abseits des hadro-chemischen Gleichgewichts verwendet. Dazu setzt man korrekterweise spezielle Flusssymmetrien voraus, wie sie im folgenden Anhang B.2 diskutiert werden.<sup>2</sup>

### B.2 Expansionsmodelle

Die zugrunde liegende Expansionsdynamik in ultra-relativistischen Schwerionenkollisionen (Little Bangs) wird durch die Expansionszeit  $V/\dot{V} = \bar{\tau}$  als charakteristische Zeitskala beschrieben. Die kovariante Vierergeschwindigkeit  $u^{\alpha}$  transformiert sich gemäß

$$u^{\alpha} = \frac{\partial x^{\alpha}(x')}{\partial x'^{\mu}} u'^{\mu} \tag{B.10}$$

zwischen ruhenden (ungestrichenen) und mitbewegten (gestrichenen) Koordinaten. Nimmt man spezielle Szenarien der Ausdehnung von Materie des durch Schwerionenkollisionen hervorgerufenen Feuerballs an, ergeben sich bezüglich eines zum expandierenden Medium ruhenden Beobachters die relevanten Variablen aus Tab. B.1 und B.2.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Der Punkt in Gl. (B.7) repräsentiert die Zeitableitung im respektiven mitbewegten Koordinatensystem.

 $<sup>^{2}</sup>$ Andere Näherungen [50, 51] gehen beispielsweise von einer räumlichen Mittlung des expandierenden Feuerballs aus, indem ein Lorentzfaktor zur Zeittransformation zwischen den Bezugssystemen Anwendung findet.

	longitudinal (Bjorken) (1D)	transversal $(2D)$
А	$t = \tau \cosh \eta$	$t = \tau \cosh \eta$
		$x = \tau \sinh \eta \cos \phi$
		$y = \tau \sinh \eta \sin \phi$
	$z = \tau \sinh \eta$	
	$u^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{t}{\sqrt{t^2 - z^2}} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{z}{\sqrt{t^2 - z^2}} \end{pmatrix}$	$u^{\mu} = \begin{pmatrix} \frac{t}{\sqrt{t^2 - x^2 - y^2}} \\ \frac{x}{\sqrt{t^2 - x^2 - y^2}} \\ \frac{y}{\sqrt{t^2 - x^2 - y^2}} \\ 0 \end{pmatrix}$
	$ds^2 = dt^2 - dz^2$	$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2$
	$\sqrt{-g} = 1$	$\sqrt{-g} = 1$
В	$\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$	$\tau = \sqrt{t^2 - (x^2 + y^2)}$
	$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{t+z}{t-z}$	$\eta = \frac{1}{2} \ln \frac{t + \sqrt{x^2 + y^2}}{t - \sqrt{x^2 + y^2}}$
		$\phi = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
	$u^{\mu} = \begin{pmatrix} \cosh \eta \\ 0 \\ 0 \\ \sinh \eta \end{pmatrix}$ $ds^{2} = d\tau^{2} - \tau^{2} d\eta^{2}$ $\sqrt{-q} = \tau$	$u^{\mu} = \begin{pmatrix} \cosh \eta \\ \sinh \eta \cos \phi \\ \sinh \eta \sin \phi \\ 0 \end{pmatrix}$ $ds^{2} = d\tau^{2} - \tau^{2} d\eta^{2}$ $-\tau^{2} \sinh^{2} \eta d\phi^{2}$ $\sqrt{-q} = \tau^{2} \sinh \eta$

**Tabelle B.1:** Transformationsverhalten von Variablen des ruhenden Minkowski-Systems in kartesischen (A) und mitbewegten Koordinaten (B), entsprechend angepasst an 1- bzw. 2-dimensionale Ausdehungsszenarien. Dargestellt sind Raumzeit-Koordinaten, Vierergeschwindigkeit, zeitorthogonales (Gauß'sches) Linienelement und Determinante der Metrik des ruhenden Systems in beiden Koordinaten.



**Tabelle B.2:** Wie Tab. B.1, aber für 3-dimensionale Expansionsmuster. Die Normierungsfunktion  $F(\eta_{\perp}, \eta_{\parallel})$  ist im laufenden Text definiert. Für den Spezialfall einer 3-dimensionalen zylindersymmetrischen Expansion $^3$ lautet der Normierungsfaktor

$$F = \sqrt{\cosh^2 \eta_{\perp} + \cosh^2 \eta_{\parallel} - \cosh^2 \eta_{\perp} \cosh^2 \eta_{\parallel}}$$
(B.11)

aufgrund der Forderung nach  $u^2 \equiv u^{\mu}u_{\mu} = 1$ . Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit muss natürlich auch für alle anderen Inertialsysteme gelten, z.B. für das des mitbewegten Beobachters, dargestellt in mitbewegten Koordinaten

$$u^{\prime\mu} = \begin{pmatrix} 1\\0\\0\\0 \end{pmatrix}. \tag{B.12}$$

Mit Hilfe der kovarianten Ableitung des Stroms

$$(nu^{\mu})_{;\mu} = (nu^{\mu})_{,\mu} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\mu}(nu^{\alpha}) = \partial_{\tau}(u^{\tau}n) + \Gamma^{\mu}_{\tau\mu}nu^{\tau} = \dot{n} + \Gamma^{\beta}_{\tau\beta}n$$
(B.13)

ergibt sich unabhängig vom benutzten Koordinatensystem ein Ausdruck für die typische Expansionszeit über einfach abgebundene Christoffel-Symbole. Beispielhaft für den 1-dimensionalen Fall einer Bjorken-Expansion erhält man für die Koordinaten  $\beta = \tau, \eta$ 

$$\Gamma^{\beta}_{\tau\beta} = \frac{g^{\tau\mu}}{2} \left( g_{\mu\tau,\tau} + g_{\mu\tau,\tau} - g_{\tau\tau,\mu} \right) + \frac{g^{\eta\mu}}{2} \left( g_{\mu\tau,\eta} + g_{\mu\eta,\tau} - g_{\tau\eta,\mu} \right) = \frac{1}{\tau}.$$
(B.14)

Entsprechend folgt für axialsymmetrische transversale Expansionen ( $\beta = \tau, \eta, \phi$ ), kugelsymmetrische Expansionen ( $\beta = \tau, \eta, \phi, \theta$ ) oder zylindersymmetrische Expansionen ( $\beta = \tau, \eta_{\perp}, \eta_{\parallel}, \phi$ ) eine charakteristische Zeitskala von  $2/\tau$  bzw.  $3/\tau$ . Dabei ist direkt im Zähler die Dimension der Expansion ablesbar und unabhängig von der speziellen Ausdehnungsart in dieser Raumdimension.

Berechnet man die 3-dimensionalen Volumina der Hyperfläche  $\tau = const$ 

$$\frac{\partial^4 V}{\partial \tau} = \tau d^2 A d\eta \equiv d^3 V \text{ mit } V^{(3)} = \tau \int_0^A d^2 A \int_{\eta_1}^{\eta_2} d\eta = \tau \pi r^2 \Delta \eta, \tag{B.15}$$

wieder am Beispiel 1-dimensionaler Ausdehnung, erhält man abermals die Relation

$$\frac{(\partial^3 V/\partial \tau)}{V^{(3)}} \equiv \frac{\dot{V}}{V} = \frac{1}{\tau}.$$
(B.16)

Analog ergibt sich für 2- und 3-dimensionale Expansionsmuster entsprechend  $2/\tau$  und  $3/\tau$ . <sup>4</sup> Damit können die Christoffel-Symbole aus Gl. (B.12) zu

$$(nu^{\mu})_{,\mu} = \dot{n} + n\frac{\dot{V}}{V} \tag{B.17}$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Aus der Forderung nach trigonometrischer Superposition der transversalen und longitudinalen Expansionsgeschwindigkeiten zu  $v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2$ aufgrund von einfacher Vektoraddition ist die Koordinatentransformation und damit die Wahl der Vierer-Geschwindigkeitskomponenten von  $u^{\mu}$  eindeutig.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Der Exponent der Eigenzeit  $\tau$  in der Wurzel aus der Determinante der Metrik bestimmt die aktuelle Zeitskala für die hier betrachteten Expansionsmuster.

interpretiert werden. Der rechte Teil von Gl. (B.17) entspricht damit genau dem Liouville-Term, d.h. der linken Seite von Gl. (B.9), und ist für die Dynamik des Systems verantwortlich.

Eine homogene und isotrope Expansion des mitbewegten Volumens von Materie und Antimaterie im frühen Universum (Big Bang) kann durch einen Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Kosmos mit dem Linienelement

$$ds^{2} = dt^{2} - R^{2}(t)(dr^{2} + \bar{r}d\Omega^{2})$$
(B.18)

im Riemann-Raum beschrieben werden. Dabei bezeichnet R(t) den Skalenfaktor der Ausdehnung und steuert zusammen mit Gl. (B.18) als Lösung der Einstein'schen Feldgleichungen die Systemdynamik. Die Funktion  $\bar{r}(r)$  legt fest, ob und in welche Richtung die Metrik gekrümmt ist. Das infinitesimale Raumwinkelelement wird durch  $d\Omega$ beschrieben. In konform-flacher Raumzeit und bei Abwesenheit einer kosmologischen Konstanten [52] genügt die Dynamik der Vorschrift

$$\dot{V}/V = 3\dot{R}/R = 3\sqrt{\frac{8\pi}{3}G_N e}$$
 (B.19)

mit der Newton'schen Konstanten  $G_N = M_{\rm Pl}^{-2}$  und der Energiedichte  $e = \frac{\pi^2}{30} g_{\rm eff} T^4$ . Dabei steht  $g_{\rm eff}$  für die effektive Zahl der Freiheitsgrade von Teilchen der Masse m < T.

# Anhang C Bemerkungen zum BUU-Code

Das verwendete Transportmodell für die Beschreibung seltener hadronischer Prozesse wurde aufgrund seiner Komplexität (vor allem wegen des nicht-analytischen Charakters des Stoßintegrals) mittels eines FORTRAN77-Codes numerisch behandelt. <sup>1</sup> Dabei wurde eine Vielzahl von Parametern und verschiedenen Konfigurationen in Form einer Input-Datei verwendet.

Es wurde außerdem die Konsistenz (bei angepassten Compileroptionen) bezüglich verschiedener Compiler überprüft. Der hier benutzte GNU-Compiler g77 erwies sich im Hinblick auf die Rechenzeit als die effizienteste Wahl. Weitere getestete Compiler waren u.a. gfortran und g95.

Der Code wurde (im sequenziellen Betrieb) auf dem Rossendorfer High Performance Cluster (HPC) HYDRA ausgewertet, welcher im Wesentlichen aus 56 Rechenknoten mit jeweils 2 AMD Dual-Core Opteron 2.6/2.8 GHz Prozessoren besteht. Das führte zu einer typischen Rechenzeit von ungefähr einem Tag, abhängig von der gewünschten Genauigkeit der Ergebnisse.

Die Struktur des Codes bzw. das intrinsische Lösungsverfahren der verwendeten Transporttheorie lässt eine weitere interessante Methode der Programmierung zu. Aufgrund der Mittlung über alle Parallelensembles kann die Aufgabe der Berechnung jedes einzelnen Ensembles pro Zeitschritt von je einem Prozessor übernommen werden. Diese Form des parallelen Rechnens bringt enorme Zeitvorteile mit sich. Für die Effizienz einer solchen Prozedur gilt das Amdahl'sche Gesetz

$$t < t_s + t_p/N. \tag{C.1}$$

Dabei bezeichnet t die Gesamtrechenzeit,  $t_s$  und  $t_p$  die Rechenzeit des sequenziellen Anteils bzw. parallelen Anteils mit N als Prozessoranzahl. Damit wird der Vorteil von paralleler Verarbeitung auf vielen einzelnen Prozessoren im Vergleich zum konventionellen, sequenziellen Rechnen auf nur einem Prozessor deutlich. So ist bei Verwendung eines MPI (Message Passing Interface) zur Umstellung von sequenziellem zu parallelem Rechnen der einzelnen Parallelensembles aufgrund des hohen zu parallelisierenden Code-Anteils voraussichtlich eine Zeitersparnis von bis zu 50% zu erwarten. Weitere Optimierungsmöglichkeiten bietet die Parallelisierung der voneinander unabhängigen subsequenten Durchgänge einzelner Parallelensembles. <sup>2</sup> Die hier erwähnten rechentechnischen Verbesserungen des BUU-Codes sollten in Zukunft genutzt werden.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Der Quelltext weist in der aktuellen Version ein Umfang von ca. 45000 Zeilen auf und beinhaltet derzeit (September 2010) 267 direkte Eingangsparameter.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Im Übrigen ist auch eine Parallelisierung der LVL1-Triggersimulation möglich, bei der jede einzelne Rechnung mit Impaktparameterschrittweite  $\Delta b = 0.5$  fm von einem einzelnen Prozessor übernommen werden kann.
# Anhang D Geometrisches Kollisionsmodell: Partizipanten und Spektatoren

Bei der Simulation von Schwerionenkollisionen mit hohen Energien ist es wichtig, ein bestimmtes Modell sich durchdringender Ionen zu verwenden, um die Anzahl von Partizipanten des Stoßes schwerer Ionen, d.h. der Target- und Projektilkerne, in Abhängigkeit vom Impaktparameter zu ermitteln. Dabei spielt sowohl die geometrische Form als auch die Anordnung der einzelnen Protonen und Neutronen eine wichtige Rolle. Der Einfachheit halber ist hier von einer Kugelform der Schwerionen <sup>1</sup> und der Nukleonen ausgegangen worden. Diese Approximationen führen direkt zu dem Modell zweier sich teilweise durchdringender Kugeln (siehe Abb. D.1) mit

$$\frac{V_{p1(2)}}{V_{1(2)}} \approx \frac{1}{4r_{1(2)}^3} \left(\frac{2br_{1(2)} - r_{1(2)}^2 + r_{2(1)}^2 - b^2}{2b}\right)^2 \frac{4br_{1(2)} - r_{2(1)}^2 + r_{1(2)}^2 - b^2}{2b} \tag{D.1}$$

und Radius  $r_{1(2)} = r_0 A_{1(2)}^{1/3}$ , welche ihrerseits aus einer homogen verteilten Substruktur bestehen. Dabei bezeichnet  $V_{p1(2)}$  das abgetrennte, an den Reaktionsprozessen teilnehmende Kugelvolumen (Partizipant) der Kugeln 1(2) und  $V_{1(2)}$  das vor dem Stoß vorhandene Volumen der jeweiligen Sphäre. Dieses Volumen, minimiert durch das Partizipantenvolumen, bildet das in den freien Raum propagierende Restvolumen (Spektator). Der Grenzwert des Impaktparameters b, welcher der Verschiebung der beiden aufeinander zulaufenden Ionen entspricht, kann so maximal die Summe der Einzelradien annehmen, um eine Kollision im Sinne einer kurzreichweitigen Wechselwirkung überhaupt zu ermöglichen. Ist dies gerade nicht mehr der Fall, fliegen die Ionen aneinander vorbei.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Kugelform bezieht sich auf die Form, die von einem mitbewegten Beobachter aus gesehen wird. Im Ruhesystem (Laborsystem) ist aufgrund des relativistischen Effekts der Längenkontraktion in Bewegungsrichtung eine geschwindigkeitsabhängige, abgeflachte Form der Schwerionen feststellbar.



**Abbildung D.1:** Schema einer Kollision zweier Kerne mit Impaktparameter b und Anzahl von Partizipanten  $A_{part}$ . Im 3D-Raum findet eigentlich eine zylinderartige Abscherung an der Sphäre statt. Abbildung aus [195].



**Abbildung D.2:** Normiertes Partizipantenvolumen in Abhängigkeit des normierten Impaktparameters (linke Seite), genähert für symmetrische Kollisionen. Auf der rechten Seite ist der absolute Impaktparameter mit der an der Kollision teilnehmenden entsprechenden mittleren Anzahl an Nukleonen  $\langle A_p \rangle$  für den Fall Ar + K dargestellt.

Legt man eine annähernd symmetrische Schwerionenkollision zugrunde, beispielsweise Ar + K oder Ar + Cl, wie sie im Kapitel III analysiert wird, kann mit  $A = A_1 + A_2$  und der Symmetrieforderung  $A_1 = A_2$  vereinfacht werden zu

$$\langle A_p \rangle \approx \frac{V_{p1(2)}}{V_{1(2)}} A_1 + \frac{V_{p1(2)}}{V_{1(2)}} A_2 = \frac{\bar{A}}{2\bar{r}^3} (2\bar{r} - b)^2 (\bar{r} + b),$$
 (D.2)

wobei für das spezielle Stoßsystem Ar(1) + K(2) eine mittlere Massenzahl von  $\bar{A} = 39.5$ angenommen wurde. Die linke Seite der Abb. D.2 zeigt das Partizipantenvolumen  $V_{p1(2)}$ , normiert auf das Volumen einer Kugel  $V_K$  mit dem Radius R, in Abhängigkeit des auf R normierten Impaktparameters b. Der gleiche funktionale Zusammenhang ist auf der rechten Seite der Abb. D.2 in absoluten Größen dargestellt, speziell für das hier betrachtete System Ar + K.

Wie in allen Modellen ergeben sich auch hier Nachteile aufgrund der angenommenen Simplifizierungen: In der Natur weichen sowohl schwere Ionen als auch Nukleonen (die sich in quantenmechanischer Betrachtung im Orts- und Impulsraum generell nicht scharf abgrenzen lassen) von der idealen Kugelform ab, wobei in den Kernteilchen keine Unterschiede zwischen Protonen und Neutronen gemacht werden (Isospin-Symmetrie). Weiterhin ist die Schergrenze nicht scharf abtrennbar, was aufgrund von "Mitreißeffekten" tendenziell zu mehr Partizipanten der jeweiligen Sphäre führt. Es ist auch nicht ausgeschlossen, dass sich einzelne Nukleonen außerhalb des Feuerballs wieder neu formieren und sich so frei propagierende Fragmente (z.B. Deuteronen) bilden können. Insofern sind die Darstellungen in Abhängigkeit von  $A_{part}$  und deren physikalische Schlussfolgerungen durchaus kritisch zu betrachten, und die Bestimmung des Zusammenhangs von  $A_{part}$  und b ist in speziellen Fällen Gegenstand vieler Diskussionen.

## Anhang E Kinematik in Schwerionenstößen

Hohe kinetische Strahlenergien führen zu relativistischen Teilchengeschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit. Ein angepasstes Bezugssystem zeichnet deshalb die Orientierung entlang der Strahlachse z aus. In diesem System wird die Energie E nicht mehr durch Impulse der kartesischen Raumrichtungen x, y und z ausgedrückt, sondern durch Größen, die parallel und senkrecht zur z-Achse verlaufen. Die Energie und der Impuls eines Teilchen können geschrieben werden als

$$E = m_t \cosh(y),$$
  

$$p_z = m_t \sinh(y),$$
(E.1)

wobei  $m_t = \sqrt{m_0^2 + \vec{p}_t^2}$  als transversale Masse und  $p_t^2 = p_x^2 + p_z^2$  als Transversalimpuls<sup>1</sup> bezeichnet werden;  $m_0$  ist die Ruhemasse. Damit kann man die Rapidität (Schnelligkeit) als

$$y = 0.5 \ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right) = \tanh^{-1}\beta_z \tag{E.2}$$

mit der Longitudinalgeschwindigkeit  $\beta_z = p_z/E$  in z-Richtung definieren. Der Vorteil dieser neuen Variable liegt vor allem in ihrem additiven Verhalten unter Lorentztransformation. Die Rapidität y, gemessen im Laborsystem (Ruhesystem), transformiert sich in eine Rapidität  $y_{c.m.}$  im Schwerpunkt (CM)-System, welches sich mit einer Geschwindigkeit  $\beta_{cm}$  relativ zum ruhenden Beobachter des Laborsystems bewegt, zu

$$y_{c.m.} \stackrel{!}{=} y - 0.5 \ln\left(\frac{1 + \beta_{cm}}{1 - \beta_{cm}}\right) = y - y_{cm}$$
 (E.3)

mit der fixierten Schwerpunktsrapidität  $y_{cm}$ . Für eine massensymmetrische Kollision zweier Ionen (wie man sie näherungsweise auch für das System Ar + KCl annehmen kann) berechnet sich  $y_{cm}$  bei Vernachlässigung des Fermi-Impulses eines Nukleons im Inneren des Kerns wie folgt:

$$y_{cm} = \frac{y_N}{2} = \frac{1}{4} \ln \left( \frac{E_N + p_N}{E_N - p_N} \right).$$
(E.4)

Unter Berücksichtigung der totalen Energie des Nukleons zu  $E_N = E_{\text{beam}} + m_N$  und dessen Impuls  $p_N = \sqrt{E_N^2 - m_N^2}$  mit der kinetischen Strahlenergie von 1.756 AGeV und der Ruhemasse des Nukleons  $m_N$  ergeben sich Rapiditäten von  $y_{cm} = \pm 0.858$  für das Projektil (+) bzw. das Target (-).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Der Transversalimpuls  $p_t$  ist invariant unter Lorentztransformation entlang der Strahlrichtung z.

Man kann für Teilchenensembles nahe des kinetischen Gleichgewichts ein thermodynamisch-statistisches Modell des Energiespektrums zu Grunde legen. Geht man von einer Maxwell-Boltzmann-artigen Temperaturverteilung

$$\frac{d^3\sigma}{dp^3} \propto e^{-E/T} \tag{E.5}$$

aus, wird mit Hilfe der Identität  $p_t dp_t = m_t dm_t$  und des invarianten Wirkungsquerschnitts  $E d^3 \sigma / dp^3 = d^3 \sigma / 2\pi dy p_t dp_t$  über alle Azimuthwinkel gemittelt und das mit  $m_t^2$  gewichtete differentielle Spektrum

$$\frac{1}{m_t^2} \frac{d^2 N}{dy dm_t} = C(y) \cdot e^{-\frac{m_t - m_0}{T_B}}$$
(E.6)

erhalten. Dabei bezeichnet  $T_B(y) = T_{\text{eff}}/\cosh(y)$  die energieabhängige isotrope Temperatur des thermodynamischen Systems und wirkt zusammen mit C(y) in einfachlogarithmischer Darstellung als direkt ablesbarer Steigungsparameter in Form einer geraden Linie. Die effektive Temperatur  $T_{\text{eff}}$  der jeweiligen Teilchensorte kann somit als Temperatur des kinetischen Entkoppelns vom stark wechselwirkenden Medium interpretiert werden (d.h. das kinetische Gleichgewicht wird bei  $T_{\text{eff}}$  verlassen). Praktisch wird die Messung des Transversalimpulsspektrums bezüglich verschiedener Rapiditätsbins vorgenommen und somit das Intervall dy definiert, um eine 2-dimensionale Darstellung der Abhängigkeiten im vieldimensionalen Parameterraum zu ermöglichen.

Der nächste Schritt zur Eliminierung weiterer Freiheitsgrade ist ein über die transversale Masse  $m_t$  integriertes Rapiditätsspektrum

$$\frac{dN}{dy}\Big|_{y_i} = \int_{m_0}^{\infty} dm_t \frac{1}{m_t^2} \frac{d^2N}{dydm_t} = C(y_i) \left[m_0^2 T_B(y_i) + 2m_0 T_B^2(y_i) + 2T_B^3(y_i)\right]$$
(E.7)

für jedes einzelne Rapiditätsintervall um  $y_i$  des Spektrums (E.6) der transversalen Masse. Durch die Transformation (E.3) der Rapidität in das CM-System verläuft das Spektrum (E.7) symmetrisch um die Midrapidität bei  $y_{c.m.}$  und kann demnach durch einen Gauß-artigen Fit für beliebige Rapiditätsintervalle approximiert werden.<sup>2</sup> Eine erneute Anwendung der Integration

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \frac{dN}{dy} \Big|_{y_i}$$
(E.8)

führt schließlich zur absoluten Teilchenmultiplizität N pro Ereignis. In diesem Skalar sind sämtliche kinematischen und dynamischen Abhängigkeiten implizit enthalten. Aufgrund dessen besitzt diese Messgröße leider wenig Aussagekraft bezüglich physikalischer Effekte.

Neben den bereits erwähnten physikalischen Konstrukten bietet sich eine weitere sensitive Größe - der kollektive Fluss - zur Analyse der dynamischen Eigenschaften des Mediums an [55]. Die Verteilung der Teilchen kann in azimuthaler Ebene durch

$$\frac{dN}{d\varphi} = a_0 \left( 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n\varphi) \right)$$
(E.9)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Diese Symmetrie ist nur für den Spezialfall einer Kollision zweier annähernd gleichschwerer Kerne erhalten und wird für asymmetrische Kernstöße (z.B. pA-Kollisionen) gebrochen. Dennoch bildet sich auch in diesem Fall das Maximum der Verteilung um die Midrapidität (außer für Nukleonen).

ausgedrückt werden, wobei  $\varphi$  der Azimuthwinkel zwischen dem Teilchenimpuls und der Reaktionsebene ist. Die ersten zwei Koeffizienten  $v_1$  und  $v_2$  werden auch als direkterbzw. elliptischer Fluss bezeichnet. Sie sind die ersten und zweiten Harmonischen der Fourier-Entwicklung nach der azimuthalen Verteilung und scheinen sensitiv auf die Zustandsgleichung des nuklearen Mediums zu reagieren. Damit ergäbe sich neben der Transversalimpuls- und Rapiditätsverteilung sowie der Multiplizität eine weitere sensible Observable in Bezug auf die Eigenschaften hochverdichteter Kernmaterie [55, 56, 157], welche in dieser Arbeit jedoch nicht untersucht wird.

### Anhang F LVL1-Trigger

Der LVL1-Trigger des HADES-Detektors simuliert die Verteilung des Stoßparameters, da dieser naturgemäß bei Schwerionenkollisionen experimentell nicht direkt fixiert werden kann und bei Beschuss des Targets innerhalb eines gewissen Impaktparameterbereiches variiert. Experimentell realisiert der LVL1-Trigger die Forderung nach Beobachtung einfach geladener Teilchen im Detektor. Die entsprechende Impaktparameterverteilung wird im Folgenden für das spezielle System Ar (1.756 AGeV) + KCl analysiert und verallgemeinert.

Für eine getriggerte und normierte beliebige Funktion  $N(y_n, b_i)|_{\text{trigg}}$ , abhängig von Rapiditätsbin  $y_n$  und Stoßparameter  $b_i$ , gilt allgemein

$$N(y_n, b_i)|_{\text{trigg}} = \frac{\sum_{b_i=0}^{b_{\max}} N(y_n, b_i) F(b_i) \Delta b}{\sum_{b_i=0}^{b_{\max}} F(b_i) \Delta b} \approx \frac{\int_{b_i=0}^{b_{\max}} db \, N(y_n, b_i) F(b_i)}{\int_{b_i=0}^{b_{\max}} db \, F(b_i)}$$
(F.1)

mit einer in den BUU-Rechnungen konstanten Stoßparameterschrittweite von db = 0.5 fm und der für den LVL1-Trigger angepassten zweigeteilten Faltungsfunktion  $F(b_i)$  für  $b \leq \bar{b} = 3.9$  fm

$$F(b) \propto \begin{cases} b \\ 3.6e^{-0.27(b-3.75)^2}, \end{cases}$$
(F.2)

deren Verlauf in dem roten Histogramm in Abb. F.1 ersichtlich ist. Damit kombiniert, erhält man mit Hilfe von Gl. (F.1) einen mittleren (repräsentativen) Impaktparameter von

$$\langle b \rangle_{LVL1} = \frac{\int_0^{\bar{b}} db \, b^2 + \int_{\bar{b}}^{b_{\max}} db \, b \cdot 3.6e^{-0.27(b-3.75)^2}}{\int_0^{\bar{b}} db \, b + \int_{\bar{b}}^{b_{\max}} db \, 3.6e^{-0.27(b-3.75)^2}}.$$
 (F.3)

Somit beträgt der maximal mögliche Versatz der beiden aufeinander zulaufenden Kerne für das spezielle Stoßsystem  $b_{\text{max}} = 8.0$  fm, wie in Anhang D dargelegt wurde. Für eine lineare Verteilung des Stoßparameters vereinfacht sich Gl. (F.1) analytisch auf einen mittleren Stoßparameter von

$$\langle b \rangle_{MB} = \frac{\int_{0}^{b_{\max}} db \, b^2}{\int_{0}^{b_{\max}} db \, b} = \frac{2}{3} b_{\max},$$
 (F.4)

dessen linearer Zusammenhang durch schwarze Bereiche in Abb. F.1 visualisiert ist. Der mittlere Impaktparameter dieses minimum bias (MB)-Triggers liegt demnach bei



Abbildung F.1: Zentralitätsselektion des HADES LVL1-Triggers. Schwarze Bereiche stehen für einen linearen Zusammenhang dN/db, wobei rote Bereiche LVL1-getriggerte Ereignisse repräsentieren.

ca. 5.3 fm [206]. Durch die Wichtung mit b wird berücksichtigt, dass der Impaktparameter nur in einer Dimension abgetastet wird, aber praktisch im Experiment auch in der Ebene senkrecht zur Strahlachse z variieren kann. Für den LVL1-Trigger erreicht man hingegen mittels Gl. (F.3) einen Wert von ca. 3.6 fm (gestrichelte Linie in Abb. F.1), und es werden gegenüber dem MB-Trigger ca. 35% der zentralsten Stöße selektiert. <sup>1</sup> In der Simulation hat sich ein geringfügig höherer Impaktparameter von  $\bar{b} = 3.9$  fm ergeben, der zur Beschreibung des LVL1-Triggers als mittlerer Stoßparameter gut geeignet ist. Es sei darauf hingewiesen, dass bei einer Schwerionenkollision prinzipiell physikalische Unterschiede zwischen einem festen Impaktparameter und einer Impaktparameterverteilung existieren. Diese äußern sich in einer möglichen Zentralitätsabhängigkeit von verschiedenen Observablen und sind in Abschnitt 3.4 Gegenstand der Diskussion.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Es existieren in den Experimenten mit HADES neben dem LVL1-Trigger auch noch weitere Trigger (z.B. LVL2 und LVL3) zur Selektion von Ereignissen, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

## Anhang G Akzeptanz des HADES-Detektors

Der HADES-Detektor besitzt aufgrund seines geometrischen Aufbaus keine vollständige Abdeckung aller Azimuthwinkel. Ein endliches Intervall auflösbarer Hadronenimpulse verursacht einen eingeschränkten Nachweis der zu identifizierenden Teilchensorte. Bei zu kleinen Impulsen werden die Teilchen in der Apparatur absorbiert, bevor es zu einer Detektion kommen kann; zu große Impulse machen wiederum eine exakte Teilchenidentifikation unmöglich. Um diese HADES-Akzeptanzbereiche zu verdeutlichen, ist eine Simulation mit Winkel- und Impulsbeschränkungen am Beispiel von Protonen und  $\pi^-$ -Mesonen durchgeführt worden. Mit Hilfe einer Lorentztransformation vom CM-System (c.m.) ins Laborsystem (Ruhesystem des Detektors) erhält man

$$m_t(y) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \tan^2 \theta \sinh^2 y}} \text{ mit } 18^\circ < \theta < 88^\circ$$
 (G.1)

für den Fall konstanter Labor-Azimuthwinkel  $\theta$  (geometrische Extrema) und

$$m_t(y) = \frac{\sqrt{p^2 + m_0^2}}{\cosh y} \text{ mit 100 MeV} (G.2)$$

für konstante Laborimpulse p, die für Protonen in Abb. G.1 und für  $\pi^-$ -Mesonen in Abb. G.2 dargestellt sind. Der Hintergrund ist blau bzw. rot eingefärbt, um auch selten



Abbildung G.1: Links: Falschfarbendarstellung (Konturplot) der Häufigkeit von Protonen in Abhängigkeit von der transversalen Masse und Rapidität für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl. Dabei wurde eine logarithmische RGB-Farbskala für die Häufigkeit einer Phasenraumbelegung benutzt. Auf der rechten Seite sind die geometrischen (rote Kurven) und impulsabhängigen (grüne Kurven) Grenzen des HADES-Detektors für die jeweilige Teilchensorte illustriert (siehe Gl. (G.1) und (G.2)).



Abbildung G.2: Wie Abb. G.1, aber für  $\pi^-$ -Mesonen. Auf die Illustration der oberen Grenze für Laborimpulse von p = 1000 MeV ist aus Gründen der Vollständigkeit der Abtastung des Phasenraumes im Gegensatz zum Phasenraum-gebiet der Abb. G.1 verzichtet worden.



Abbildung G.3: Rapiditätsspektren von negativ geladenen Pionen (linke Seite) und Protonen (rechte Seite) im vollständigen Phasenraum (schwarze Histogramme) und bei Berücksichtigung der geometrischen Akzeptanz sowie den Impulsgrenzen für die Teilchenidentifikation (rote Histogramme). Die Darstellung ist für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl mit b = 3.9 fm.

auftretende Ereignisse im Phasenraum sowie die Akzeptanzgrenzen des Spektrometers besser ablesen zu können. Es zeigt sich eine leichte Unschärfe (Ausschmieren) in der Impulsbegrenzung als Simulation der Impulsauflösung der magnetischen Drifkammer (MDC). Dabei ist dieses Ergebnis direkt mit der gemessenen Akzeptanz des Spektrometers (Abbildung 5.18 aus [176]) vergleichbar, wobei in der Analyse von Schmah [176] der HADES-Daten [175] von einem modifizierten Winkelbereich  $15^{\circ} < \theta < 85^{\circ}$  ausgegangen wurde. Wie erwartet ist eine Symmetrie der  $\pi^-$ -Mesonen um die Schwerpunktsrapidität bei  $y_{cm} = 0.858$  feststellbar. Dagegen wird das Protonenspektrum vor allem durch die beschränkte Winkelakzeptanz in Strahlrichtung ( $\theta < 18^{\circ}$ ) stark beschnitten, weshalb ausschließlich Targetprotonen, welche der rückwärtigen Rapiditätshemisphäre entsprechen, den Filter passieren können. Diese Asymmetrie wird vor allem in den Rapiditätsspektren deutlich. Es zeigt sich beispielsweise im  $\pi^-$ -Spektrum (Abb. G.3, linke Seite) eine verminderte Zählrate im Rapiditätsbereich  $-y_{cm} < y_{c.m.} < y_{cm}$ , was auf die eingeschränkte Detektierbarkeit der Impulse der Pionen zurückzuführen ist. Die geometrischen Grenzen des Detektors sind über diesen Rapiditätsbereich hinaus - insbesondere für Protonen (Abb. G.3, rechte Seite) - sehr gut erkennbar. Sowohl in Strahlrichtung (Projektil, Vorwärtsrapiditäten (reflektiert), entspricht  $\theta = 0^{\circ}$ ) als auch insbesondere senkrecht zur Strahlrichtung (Target, Rückwärtsrapiditäten (gemessen), entspricht  $\theta = 90^{\circ}$ ) ist keinerlei Zählrate zu verzeichnen. In den Spektren für Transversalimpuls bzw. -masse wirkt sich diese Einschränkung infolge der Detektorgeometrie vorwiegend bei kleinen Laborimpulsen aus.

# Anhang H Wirkungsquerschnitte für die $\phi$ -Produktion

Bei einer kinetischen Strahlenergie von 1.756 AGeV erfolgt die Erzeugung von  $\phi$ -Mesonen in Schwerionenkollisionen Ar + KCl zu mehr als 50% durch inelastische Kollisionen zweier Nukleonen bzw. deren Resonanzen. Im Folgenden sind die verwendeten Wirkungsquerschnitte dieser wichtigen Prozesse aufgelistet. Dabei wurde bezüglich der Nukleonen nicht wie üblich auf die Unterscheidung von Protonen und Neutronen verzichtet, sondern eine Isospinabhängigkeit implementiert.

Das Verhältnis von Proton-Neutron zu Proton-Proton (oder Neutron-Neutron) Reaktionen kann durch

$$\frac{\sigma_{pn \to pn\phi}}{\sigma_{pp \to pp\phi}} \approx 0.6040 \ln\left(\frac{0.1583}{\text{GeV}}\Delta s^{\frac{1}{2}} + 1.217 \times 10^{-4}\right) + 0.8605 \left(\frac{1.305}{\text{GeV}}\Delta s^{\frac{1}{2}}\right)^{1.564} - \frac{3.137}{\text{GeV}}\Delta s^{\frac{1}{2}} + 7.320$$
(H.1)

parametrisiert werden, wie in der rechten Seite der Abb. H.1 dargestellt ist. Dabei beschreibt die durchgezogene grüne Linie die Gl. (H.1) als eine Approximation dieses Verhältnisses aus [105, 106] als eine genügend exakte die Näherung im relevanten Energiebereich oberhalb von 5 MeV über der freien NN-Schwelle. Neben den theoretischen Überlegungen zum Verhältnis der Nukleon-Wirkungsquerschnitte gibt es auch einen



Abbildung H.1: Linke Seite: Wirkungsquerschnitte für pn- und pp (nn)-Reaktionen zur Erzeugung eines  $\phi$ -Mesons als Funktion der Überschussenergie  $\Delta s^{1/2}$ . Dabei sind die Parametrisierungen (H.2) und (H.3) benutzt worden. Der experimentelle Datenpunkt stammt von der Dubna-Indiana-Saclay-TOrino (DISTO)-Kollaboration [198, 199, 200]. Rechte Seite: Verhältnis totaler Wirkungsquerschnitte der  $\phi$ -Mesonen-Produktion in den pn- und pp (nn)-Kanälen direkt aus [105] (rote Kreuze) und näherungsweise mit Hilfe der Parametrisierung aus Gl. (H.1) (durchgezogene grüne Kurve) in Abhängigkeit der Überschussenergie.



Abbildung H.2: Isospin-gemittelte Wirkungsquerschnitte für die Produktion von  $\phi$ -Mesonen in Baryon-Baryon-Kollisionen als Funktion der Überschussenergie  $\Delta s^{1/2}$ . Die gestrichelten Linien repräsentieren die Parametrisierung aus [149] während die durchgezogenen Linien für die Parametrisierung aus [105, 106] stehen. Es werden verschieden Reaktionskanäle, die in der Legende angegeben sind, berücksichtigt.

Datenpunkt der DISTO-Kollaboration [198, 199, 200] in  $\sigma^{\text{tot}}(\Delta s^{1/2})$  bezüglich der Reaktion  $pp \to pp\phi$ , der auf der linken Seite der Abb. H.1 dargestellt ist. Mit Hilfe dieser Parametrisierung und Gl. (H.1) erhält man

$$\sigma_{nn \to nn\phi} = 5.360 \ \mu b \ e^{1.298 \ln(\Delta s^{\frac{1}{2}}/\text{GeV})},$$
 (H.2)

$$\sigma_{pn \to pn\phi} = \sigma_{pp \to pp\phi} \left( \frac{\sigma_{pn \to pn\phi}}{\sigma_{pp \to pp\phi}} \right). \tag{H.3}$$

Damit kann ein isospin-gemittelter Nukleon-Nukleon Wirkungsquerschnitt und ein Anhaltspunkt für Delta-Nukleon und Delta-Delta-Reaktionen zur  $\phi$ -Produktion mit

$$\sigma_{NN \to NN\phi} = (\sigma_{pp \to pp\phi} + \sigma_{pn \to pn\phi})/2, \tag{H.4}$$

$$\sigma_{\Delta N \to \Delta N \phi} = 6\sigma_{NN \to NN\phi},\tag{H.5}$$

$$\sigma_{\Delta\Delta\to\Delta\Delta\phi} = 2\sigma_{NN\to NN\phi} \tag{H.6}$$

angegeben werden, welcher in Abb. H.2 dargestellt ist. Abbildung H.3, rechts, zeigt ein Vergleich zwischen der neuen Parametrisierung [105, 106] und den bisher verwendeten Wirkungsquerschnitten [98] aus [149]. Es fällt auf, dass nahe der Grenzenergie ein großer Unterschied zwischen den Parametrisierungen besteht, wobei die relative Stärke von NN-,  $N\Delta$ - und  $\Delta\Delta$ -Kanälen die gleiche ist. Die Anzahl von Baryon-Baryon-Kollisionen, die ein  $\phi$ -Meson mit einer bestimmten Exzess-Energie produzieren, ist groß für kleine Energien. Aufgrund der Wichtung mit dem entsprechenden Wirkungsquerschnitt wird die überwiegende Anzahl an  $\phi$ 's in Baryon-Baryon-Stößen bei Exzess-Energien von 200 – 300 MeV erzeugt. Dabei dominiert der  $N\Delta$ -Kanal, gefolgt von dem pn-Kanal. Die linke Seite der Abb. H.3 zeigt diesen Zusammenhang ohne die Wichtung mit dem Wirkungsquerschnitt.

In Abb. H.4 ist die Verteilung elastischer und eine Auswahl inelastischer Nukleon-Nukleon-Kollisionen als Funktion der Schwerpunktsenergie  $\sqrt{s_{NN}}$  abgebildet. Deutlich ist ein Maximum bei doppelter Nukleonenmasse für elastische Stöße mit einer steilen aufsteigenden Flanke und einem  $1/\sqrt{s_{NN}}$ -artigen maßgeblichen Abfall der Anzahl normierter Kollisionen bis zu einer Schwerpunktsenergie von ca. 2.4 GeV zu erkennen. Für



Abbildung H.3: Linke Seite: Normierte, differentielle  $\sqrt{s}$ -Verteilung der  $\phi$ -Produktion verschiedener isospinabhängiger Baryon-Baryon-Reaktionskanäle als Funktion der Exzess-Energie  $\Delta s_{BB}^{1/2}$  für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl. Rechte Seite: Die Verteilungen der linken Seite sind mit den entsprechenden Wirkungsquerschnitten aus [105, 106] gefaltet, wobei  $\sigma_{pp\to pp\phi} \equiv \sigma_{nn\to nn\phi}$  gilt.



Abbildung H.4: Normierte Verteilung elastischer (gepunktetes Histogramm) und inelastischer (durchgezogenes Histogramm) Nukleon-Nukleon Kollisionen als Funktion von  $\sqrt{s_{NN}}$  für das System Ar (1.756 AGeV) + KCl und b = 3.9 fm.

inelastische Kollisionen  $(NN \to N\Delta, \Delta\Delta, NN^* \text{ und } NN\pi)$  ist eine signifikante Anzahl an Kollisionen bei 2.2 GeV und bei 2.5 GeV Schwerpunktsenergie erkennbar, welche aufgrund eines größeren Wirkungsquerschnitts auf die am häufigsten auftretenden Produktionskanäle für  $N\Delta$  bzw.  $\Delta\Delta$  zurückzuführen sind.

# Anhang I Produktionskanäle des Ξ<sup>-</sup>-Hyperons

Im Folgenden sind alle derzeit (September 2010) im BUU-Code implementierten Reaktionskanäle zur Erzeugung des  $\Xi^-$ -Hyperons beschrieben (siehe Tab. I.1).

Neben den wenig zur Gesamtausbeute an  $\Xi^-$ -Hyperonen beitragenden Reaktionskanälen (1) bzw. (4) und (5) (die linke Seite der Abb. I.1 bzw. I.2) mit den respektiven Wirkungsquerschnitten

$$\sigma_{(1)} = 22400 \ \mu b \ \left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{GeV}}\right)^{2.16} e^{\frac{8.23}{\text{GeV}}\Delta s^{\frac{1}{2}}},\tag{I.1}$$

$$\sigma_{(4)} = 2.4 \text{ mb} - 2.0e^{-50\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{GeV}}},$$
(I.2)

$$\sigma_{(5)} = 2.6 \text{ mb} - 2.5e^{-8\frac{\Delta s\bar{2}}{\text{GeV}}}$$
(I.3)

aus [193] bzw. [172] sind weitere Kanäle zur Erzeugung von  $\Xi^-$  berücksichtigt. Die  $\Xi^-$ -Produktionskanäle für die Reaktionen  $\pi\Lambda(\Sigma) \to K^+\Xi^-$  (siehe rechte Seite der Abb. I.2) wurden aus bereits bekannten Wirkungsquerschnitten des Rückkanals vermöge

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{(2\pi)^4}{2I} |M_{fi}|^2 \tag{I.4}$$

gewonnen. Dabei kann man von der Invarianz des Matrixelements  $|M_{fi}|^2$  bezüglich Vertauschung der Eingangs- und Ausgangskanäle ausgehen. Unter Ausnutzung dieser Crossing-Symmetrie (CS), bzw. der detaillierten Balance hinsichtlich  $K^{\pm}$  bzw.  $\Lambda$ , ist der Wirkungsquerschnitt

$$\sigma \approx \sigma_{CS}(\sqrt{s}) \sqrt{\frac{(s - (m_K + m_\Lambda)^2) (s - (m_K - m_\Lambda)^2)}{(s - (m_\pi + m_\Lambda)^2) (s - (m_\pi - m_\Lambda)^2)}}$$
(I.5)

aus dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{CS}$  des inversen Reaktionskanals  $K^-\Lambda(\Sigma) \to \pi(\eta)\Xi^-$ mit

$$\sigma_{(2^*)} = \frac{34.7 \text{ mb}}{4} \left( \frac{0.9}{\left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{GeV}}\right)^{0.2}} \right) \left( \left( \frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{1.611 \text{ GeV}} \right) + 1 \right)^{-2}, \tag{I.6}$$



**Abbildung I.1:** Wirkungsquerschnitte für die  $\Xi^-$ -Produktion in Abhängigkeit der Überschuss-Energie  $\Delta s^{\frac{1}{2}}$  für den Kanal (1) aus [193] (linke Seite) und die Kanäle (3a) - (3c), (2<sup>\*</sup>) und (3<sup>\*</sup>) (rechte Seite).



**Abbildung I.2:** Wie Abb. I.1, aber für die Kanäle (4) und (5) (linke Seite) und die Kanäle (6), (7a) - (7c),  $(6^*)$  und  $(7^*)$  (rechte Seite).

Reaktion	$\sqrt{s} \; [\text{GeV}]$	$\Delta s^{\frac{1}{2}}  [\text{GeV}]$
(1) $K^- N \to K^+ \Xi^-$	1.81	0.38
$(2^*, (3^*)) K^-\Lambda(\Sigma) \to \pi \Xi^-$	1.46	-0.15(-0.21)
(3a) $K^-\Sigma^0 \to \pi^0 \Xi^-$	1.46	-0.21
(3b) $K^-\Sigma^- \to \pi^-\Xi^-$	1.46	-0.21
(3c) $K^-\Sigma^+ \to \pi^+\Xi^-, \ K^-\Lambda \to \pi^0\Xi^-$	1.46	-0.21, -0.15
$(4, (5)) K^{-}\Lambda(\Sigma^{0}) \to \eta \Xi^{-}$	1.87	$0.26 \ (0.19)$
$(6^*, (7^*)) \ \pi \Lambda(\Sigma) \to K^+ \Xi^-$	1.81	$0.57 \ (0.48)$
(6) $\pi^0 \Lambda \to K^+ \Xi^-$	1.81	0.57
(7a) $\pi^- \Sigma^+ \to K^+ \Xi^-$	1.81	0.48
(7b) $\pi^0 \Sigma^0 \to K^+ \Xi^-$	1.81	0.48
(7c) $\pi^+\Sigma^- \to K^+\Xi^-$	1.81	0.48

**Tabelle I.1:** Reaktionen zur Erzeugung von  $\Xi^-$  mit zugehöriger Schwellenenergie  $\sqrt{s}$  und Energieüberschuss  $\Delta s^{\frac{1}{2}}$ . Das Minuszeichen symbolisiert exotherme Reaktionen.

$$\sigma_{(3^*)} = \frac{318 \text{ mb}}{12} \left( e^{-140 \left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{GeV}}\right) - 0.03} + 1 \right) \left( 1 - \left( \left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{1.688 \text{ GeV}}\right) + 1 \right)^{-2} \right)^{0.6} \right)$$

$$\times \left( \left( \frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{1.688 \text{ GeV}} \right) + 1 \right)^{-3.4}$$
(I.7)

approximiert worden, und damit folgt die Faktorisierung

$$\sigma_{(6^*)} = K \sigma_{(2^*)},\tag{I.8}$$

$$\sigma_{(7^*)} = K \sigma_{(3^*)}. \tag{I.9}$$

Diese isospin-gemittelten Wirkungsquerschnitte ergeben keine signifikante Änderung in den Anteilen der  $\Xi^-$ -Produktionskanäle im Vergleich zu den Wirkungsquerschnitten der Reaktionen (6), (7a) - (7c) bzw. (3a) - (3c) (siehe Abb. I.1 bzw. I.2) der Strangeness-Austauschreaktionen. Dieser alternative Zugang über gekoppelte Kanäle [171, 172] liefert die zugehörigen parametrisierten Wirkungsquerschnitte

$$\sigma_{(3a)} = \frac{12 \text{ mb}}{3} \left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{ GeV}}\right)^{-0.308},\tag{I.10}$$

$$\sigma_{(3b)} = 2\sigma_{(3a)},$$
 (I.11)

$$\sigma_{(3c)} = 3\sigma_{(3a)} \tag{I.12}$$

und

$$\sigma_{(6)} = \frac{13 \text{ mb}}{3} \left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{ GeV}}\right)^{0.465},\tag{I.13}$$

$$\sigma_{(7a)} = 24 \text{ mb} \left(\frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\text{GeV}}\right)^{-1}, \qquad (I.14)$$

$$\sigma_{(7b)} = \frac{5}{6}\sigma_{(7a)},\tag{I.15}$$

$$\sigma_{(7c)} = \frac{2}{3}\sigma_{(7a)}.$$
(I.16)

# Anhang J Reaktionskanäle zur Kaonproduktion und -absorption

Folgende Reaktionen, gegliedert nach dem Teilcheninhalt des Eingangskanals, können Kaonen im Ausgangskanal produzieren:

1) Baryon + Baryon:

$$NN \rightarrow \begin{cases} NNK^{+}K^{-} \\ NYK^{+} \\ \Delta YK^{+} \end{cases}, N\Delta \rightarrow \begin{cases} NNK^{+}K^{-} \\ N\Delta K^{+}K^{-} \\ NYK^{+} \\ \Delta YK^{+} \end{cases}, \Delta\Delta \rightarrow \begin{cases} NNK^{+}K^{-} \\ \Delta\Delta K^{+}K^{-} \\ NYK^{+} \\ \Delta YK^{+} \end{cases}.$$
(J.1)

2) Pion + Baryon:

$$\pi N \to \begin{cases} NK^+K^- \\ YK^+ \end{cases}, \pi \Delta \to \begin{cases} NK^+K^- \\ YK^+ \end{cases}.$$
 (J.2)

3)  $\phi$ -Zerfallskanal:

$$\phi \to K^+ K^-. \tag{J.3}$$

Neben der assoziierten Produktion von  $K^+ - K^-$ -Paaren im Endzustand gemeinsam mit Hyperonen (mit Ausnahme des  $\pi\Delta$ -Kanals) in Gl. (J.1) - (J.3) sind weitere Strangeness-Austauschreaktionen zur  $K^-$ -Produktion implementiert:

4) Baryon + Hyperon:

5) Pion + Hyperon:

$$\pi Y \leftrightarrow K^- N. \tag{J.5}$$

Dabei wurde speziell für die Reaktionskanäle 4) die Parametrisierung des Wirkungsquerschnitts

$$\sigma_{N\Lambda \to NNK^{-}}(\Delta s^{\frac{1}{2}}) = 21.6 \text{ mb} \left[ \left( \frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{s_0}} + 1 \right)^2 - 1 \right]^{1.90} \left( \frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{s_0}} + 1 \right)^{-9.86}, \quad (J.6)$$



Abbildung J.1: Wirkungsquerschnitte aus [99] für die Produktion von  $K^-$ -Mesonen durch die Kanäle  $N\Lambda(\Sigma) \to NNK^-$ .

$$\sigma_{N\Sigma \to NNK^{-}}(\Delta s^{\frac{1}{2}}) = 22.8 \text{ mb} \left[ \left( \frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{s_0}} + 1 \right)^2 - 1 \right]^{1.63} \left( \frac{\Delta s^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{s_0}} + 1 \right)^{-11.72}$$
(J.7)

mit  $s_0 = (2m_N + m_K)^2$  aus [99] benutzt (siehe Abb. J.1).

Ein weiterer zu betrachtender Kanal wäre die Rückreaktion  $\bar{K}NN \to YN$ , d.h. ein  $3 \to 2$ -Prozess mit der Bildung eines Hyperons Y, das vom sogenannten Strangeness-Austausch [184] herrührt. Allerdings ergeben sich bei der Berechnung der Kinematik eines solchen Prozesses Schwierigkeiten, weshalb es vorerst günstiger ist, den Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion über eine leichter zugängliche Reaktion auszudrücken. Beispielsweise kann man, wie in [183] gezeigt, den gebundenen  $\bar{K}$ -Zustand in ein Anteil zu 20% in YN und 80% in  $\pi Y$  aufteilen. Kinematisch ist es sinnvoll, sich auf die Rückreaktion zu beziehen, um einen Wirkungsquerschnitt bzw. eine Reaktionsrate zu ermitteln. Dabei wird die Invarianz des Matrixelements der Hinreaktion sowie die Integration über das Hyperon Y und das Nukleon  $N_3$  im Endzustand benutzt, und man erhält

$$\Gamma_{\bar{K}N_1N_2 \to YN_3} = S_{Y,N_3} \frac{p_f}{4\pi\sqrt{s}} |\mathcal{M}_{YN_3 \to \bar{K}N_1N_2}|^2 \frac{1}{2E_{\bar{K}}} \frac{n_Y}{2E_Y} \frac{n_{N_3}}{2E_{N_3}}$$
(J.8)

mit dem Symmetriefaktor für Y und  $N_3$  sowie deren Dreierimpuls im Schwerpunktsystem der Reaktion. Die Einflüsse des nuklearen Mediums werden durch die Teilchendichten  $n_Y$  und hauptsächlich durch  $n_{N_3}$  repräsentiert. Die Normierungsfaktoren  $1/(2E_i)$  stammen aus der Normierung der entsprechenden Wellenfunktion.

Dieser Prozess würde zu einer Steigerung der Absorptionsrate der  $K^-$ -Mesonen führen (siehe Abb. 3.22 und 3.23 in Abschnitt 3.3.3) und zwangsläufig mit einer Verringerung der Ausbeute an Antikaonen einher gehen. Wie stark sich allerdings dieser Effekt im Vergleich zu dem bereits implementierten Absorptionskanal  $K^-N \to \pi Y$  manifestiert, sollte Gegenstand zukünftiger Untersuchungen sein.

### Anhang K Strangeness-Balance

In Schwerionenkollisionen werden Teilchen mit Strangeness-Inhalt  $(K^{\pm}, K^{0}, \bar{K}^{0}, \phi, \Sigma^{\pm}, \Sigma^{0}, \Lambda \text{ und }\Xi^{-})$  durch Prozesse der starken Wechselwirkung erzeugt. Unter starker Wechselwirkung ist die Seltsamkeit eine Erhaltungsgröße. Dabei bekommen gemäß der Quantenzahl S Teilchen mit  $\bar{s}$ -Quarks ein positives Vorzeichen, inklusive eines der Anzahl von  $\bar{s}$ -Quarks entsprechenden Vorfaktors. Äquivalent erhalten Hadronen mit s-Quarkinhalt ein negatives Vorzeichen mit entsprechendem Vorfaktor. So führt die Erhaltung von Strangeness zu der Bilanzgleichung

$$0 = \Sigma^{+} + \Sigma^{-} + \Sigma^{0} + \Lambda + K^{-} + \bar{K}^{0} - (K^{+} + K^{0}) + 2\Xi^{-}, \qquad (K.1)$$

wobei die Symbole  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^-$ , ... hier für die Häufigkeiten der entsprechenden Baryonen  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^-$ , ... bzw. Mesonen stehen. Im betrachteten Energiegebiet wurden  $\Omega^-$ -Hyperonen noch nicht nachgewiesen; ihre abgeschätzte Häufigkeit ist extrem klein, weshalb  $\Omega^-$  in der Bilanz nicht berücksichtigt wurde. Die Netto-Strangeness-Ladung von  $\phi$ -Mesonen ist gleich Null und geht deshalb nicht in die Bilanzgleichung ein. Diese Strangeness-Balance kann dazu verwendet werden, die schwer zu messende Multiplizität von  $\Sigma^- + \Sigma^+$  (aufgrund des dominierenden Zerfalls mit ungeladenen Pionen im Endzustand) zu ermitteln [197]. Neutrale Kaonen werden über den Zerfall von  $K_S^0$  in zwei geladene Pionen gemessen. Das erlaubt einem, die Summe  $K^0 + \bar{K}^0$  in  $K_S^0 + K_L^0$  zu überführen. Weiterhin geht man von einer ungefähren Gleichheit der lang- und kurzlebigen neutralen Kaonen aus, und damit gilt  $K_L^0 \approx 2K_S^0$ . Zusätzlich wird angenommen, dass die Produktion (und Absorption) von  $K^-$  und  $\bar{K}^0$  etwa gleichhäufig ist. Damit erhält man die folgende Relation für die Summe geladener  $\Sigma$ -Hyperonen:

$$\Sigma^{+} + \Sigma^{-} = K^{+} + 2K_{S}^{0} + (\Sigma^{0} + \Lambda) - 3K^{-} + 2\Xi^{-}.$$
(K.2)

Diese Balance ist in der Simulation mit dem BUU-Code mit einer hohen Genauigkeit erfüllt, wobei die geringe Anzahl an erzeugten  $\Xi^-$  kaum ins Gewicht fällt. Eine Ursache für das marginale Ungleichgewicht ist der Fakt, dass beim Zerfall von  $\phi$ -Mesonen mit einem Verzweigungsverhältnis von 35% in neutrale Kaonen deren Multiplizität nicht berücksichtigt wird, bedingt durch deren störungstheoretische Behandlung (siehe Abschnitt 3.3.2). An einer experimentellen Verifizierung durch die HADES-Kollaboration wird bislang noch gearbeitet.

#### Literaturverzeichnis

- B. Kämpfer, R. Kotte, C. Hartnack and J. Aichelin, *Phi puzzle in heavy-ion collisions at 2-A-GeV: How many K- from Phi decays?*, J. Phys. G 28, 2035 (2002) [arXiv:nucl-th/0112040].
- [2] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], The High-Acceptance Dielectron Spectrometer HADES, Eur. Phys. J. A 41, 243 (2009) [arXiv:0902.3478 [nucl-ex]].
- [3] A. Andronic, P. Braun-Munzinger and J. Stachel, Hadron production in central nucleus nucleus collisions at chemical freeze-out, Nucl. Phys. A 772, 167 (2006) [arXiv:nucl-th/0511071].
- [4] F. Becattini, J. Manninen and M. Gazdzicki, Energy and system size dependence of chemical freeze-out in relativistic nuclear collisions, Phys. Rev. C 73, 044905 (2006) [arXiv:hep-ph/0511092].
- [5] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, K. Redlich and J. Stachel, *Statistical hadro-nization of charm in heavy-ion collisions at SPS, RHIC and LHC*, Phys. Lett. B 571, 36 (2003) [arXiv:nucl-th/0303036].
- [6] J. Cleymans, H. Oeschler, K. Redlich and S. Wheaton, Comparison of chemical freeze-out criteria in heavy-ion collisions, Phys. Rev. C 73, 034905 (2006) [arXiv:hep-ph/0511094].
- [7] J. Cleymans, B. Kämpfer, M. Kaneta, S. Wheaton and N. Xu, Centrality dependence of thermal parameters deduced from hadron multiplicities in Au + Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 130-GeV, Phys. Rev. C 71, 054901 (2005) [arXiv:hepph/0409071].
- [8] J. Cleymans, B. Kämpfer and S. Wheaton, Centrality dependence of thermal parameters in heavy-ion collisions at CERN-SPS, Phys. Rev. C 65, 027901 (2002) [arXiv:nucl-th/0110035].
- B. Kämpfer, Evidence for low freeze-out temperature and large transverse flow in central collisions of Pb + Pb at 158-A-GeV, arXiv:hep-ph/9612336.
- [10] B. I. Abelev et al. [STAR Collaboration], Identified baryon and meson distributions at large transverse momenta from Au + Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV, Phys. Rev. Lett. 97, 152301 (2006) [arXiv:nucl-ex/0606003].
- [11] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], *Identified particle distributions in p p and* Au + Au collisions at  $s^{**}(1/2) = 200$ -GeV, Phys. Rev. Lett. **92**, 112301 (2004) [arXiv:nucl-ex/0310004].
- [12] J. Adams et al. [STAR Collaboration],  $K^*(892)$  resonance production in Au + Auand p + p collisions at  $s(NN)^{**}(1/2) = 200$ -GeV at STAR, Phys. Rev. C 71, 064902 (2005) [arXiv:nucl-ex/0412019].

- [13] H. Appelshäuser et al. [NA49 Collaboration], Hadronic expansion dynamics in central Pb + Pb collisions at 158-GeV per nucleon, Eur. Phys. J. C 2, 661 (1998) [arXiv:hep-ex/9711024].
- [14] W. Broniowski and W. Florkowski, Strange particle production at RHIC in a single-freeze-out model, Phys. Rev. C 65, 064905 (2002) [arXiv:nucl-th/0112043].
- [15] W. Broniowski and W. Florkowski, Explanation of the RHIC p(T)-spectra in a thermal model with expansion, Phys. Rev. Lett. 87, 272302 (2001) [arXiv:nucl-th/0106050].
- [16] R. Rapp and E. V. Shuryak, Resolving the antibaryon production puzzle in high-energy heavy-ion collisions, Phys. Rev. Lett. 86, 2980 (2001) [arXiv:hepph/0008326].
- [17] R. Rapp and E. V. Shuryak, Anti-baryon puzzle in ultra-relativistic heavy-ion collisions, arXiv:nucl-th/0202059.
- [18] R. Rapp, Hadro-chemistry and evolution of (anti-) baryon densities at RHIC, Phys. Rev. C 66, 017901 (2002) [arXiv:hep-ph/0204131].
- [19] R. Rapp and E. V. Shuryak, Regeneration of anti-protons in ultrarelativistic heavyion collisions, Nucl. Phys. A 698, 587 (2002) [arXiv:hep-ph/0104006].
- [20] K. A. Olive, G. Steigman and T. P. Walker, *Primordial Nucleosynthesis: Theory and Observations*, Phys. Rept. **333**, 389 (2000) [arXiv:astro-ph/9905320].
- [21] S. A. Bass et al., Are we close to an equilibrated quark-gluon plasma? Nonequilibrium analysis of particle production in ultrarelativistic heavy ion collisions, Phys. Rev. Lett. 81, 4092 (1998) [arXiv:nucl-th/9711032].
- [22] L. V. Bravina et al., Local equilibrium in heavy ion collisions: Microscopic model versus statistical model analysis, Phys. Rev. C 60, 024904 (1999) [arXiv:hepph/9906548].
- [23] W. Cassing, Antibaryon production in hot and dense nuclear matter, Nucl. Phys. A 700, 618 (2002) [arXiv:nucl-th/0105069].
- [24] Y. Pang, D. E. Kahana, S. H. Kahana and H. Crawford, Anti-p annihilation in Au + Au at 11-GeV/c, Phys. Rev. Lett. 78, 3418 (1997) [arXiv:nucl-th/9608014].
- [25] M. Bleicher, M. Belkacem, S. A. Bass, S. Soff and H. Stöcker, Enhanced antiproton production in Pb(160-A-GeV) + Pb reactions: Evidence for quark gluon matter?, Phys. Lett. B 485, 133 (2000) [arXiv:hep-ph/0004045].
- [26] P. Gondolo and G. Gelmini, Cosmic abundances of stable particles: Improved analysis, Nucl. Phys. B 360, 145 (1991).
- [27] K. Griest and D. Seckel, Cosmic Asymmetry, Neutrinos and the Sun, Nucl. Phys. B 283, 681 (1987) [Erratum-ibid. B 296, 1034 (1988)].
- [28] R. J. Scherrer and M. S. Turner, On The Relic, Cosmic Abundance Of Stable Weakly Interacting Massive Particles, Phys. Rev. D 33, 1585 (1986) [Erratumibid. D 34, 3263 (1986)].

- [29] M. Hindmarsh and O. Philipsen, QCD equation of state and dark matter, PoS JHW2005, 007 (2006).
- [30] J. I. Kapusta and A. Mekjian, How much strangeness production is there in ultrarelativistic nucleus nucleus collisions?, Phys. Rev. D 33, 1304 (1986).
- [31] C. Alt et al. [NA49 Collaboration], Energy and centrality dependence of anti-p and p production and the anti-Lambda/anti-p ratio in Pb+Pb collisions between 20/A-GeV and 158/A-Gev, Phys. Rev. C 73, 044910 (2006).
- [32] S. S. Adler et al. [PHENIX Collaboration], Identified charged particle spectra and yields in Au + Au collisions at s(NN)\*\*(1/2) = 200-GeV, Phys. Rev. C 69, 034909 (2004) [arXiv:nucl-ex/0307022].
- [33] V. K. Magas, L. P. Csernai and E. Molnar, Freeze out of the expanding system, Eur. Phys. J. A 31, 854 (2007) [arXiv:nucl-th/0702069].
- [34] J. Vandermeulen, N anti-N annihilation creates two mesons, Z. Phys. C 37, 563 (1988).
- [35] S. Huber and J. Aichelin, Production of Delta and N\* resonances in the one boson exchange model, Nucl. Phys. A 573, 587 (1994).
- [36] S. Mundigl, M. J. Vicente Vacas and W. Weise, Two meson doorway model of low-energy anti-proton proton annihilation, Nucl. Phys. A 523, 499 (1991).
- [37] S. Mundigl, M. J. Vicente Vacas and W. Weise, Protonium annihilation into two mesons, Z. Phys. A 338, 103 (1991).
- [38] P. Huovinen and J. I. Kapusta, Rate equation network for baryon production in high energy nuclear collisions, Phys. Rev. C 69, 014902 (2004) [arXiv:nuclth/0310051].
- [39] J. B. Rehm and K. Jedamzik, Limits on cosmic matter-antimatter domains from big bang nucleosynthesis, Phys. Rev. D 63, 043509 (2001) [arXiv:astroph/0006381].
- [40] S. Matsuura, S. I. Fujimoto, S. Nishimura, M. A. Hashimoto and K. Sato, *Heavy Element Production in Inhomogeneous Big Bang Nucleosynthesis*, Phys. Rev. D 72, 123505 (2005) [arXiv:astro-ph/0507439].
- [41] B. Kämpfer and M. Bluhm, Strangeness and charm in QCD matter, J. Phys. G 31, S1141 (2005) [arXiv:hep-ph/0410396].
- [42] D. N. Spergel et al. [WMAP Collaboration], Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) three year results: Implications for cosmology, Astrophys. J. Suppl. 170, 377 (2007) [arXiv:astro-ph/0603449].
- [43] M. J. Fromerth and J. Rafelski, Hadronization of the quark universe, arXiv:astroph/0211346.
- [44] P. Braun-Munzinger and J. Wambach, *Extreme Matter*, Physik J. 5, 41 (2006).
- [45] M. Hindmarsh and O. Philipsen, WIMP dark matter and the QCD equation of state, Phys. Rev. D 71, 087302 (2005) [arXiv:hep-ph/0501232].

- [46] J. M. Stewart, Non-equilibrium relativistic kinetic theory, Lecture Notes in Physics 10, Springer-Verlag Berlin - Heidelberg 1971.
- [47] R. V. Wagoner, *The early universe*, in Les Houches 1979, Physical cosmology, (Eds.) R. Balian, J. Audouze, D.N. Schramm, p. 398.
- [48] W. Zimdahl, Cosmological particle production and generalized thermodynamic equilibrium, Phys. Rev. D 57, 2245 (1998) [arXiv:gr-qc/9711081].
- [49] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley Publishing Company 1990, Sections 5.2 and 6.4.
- [50] T. Biro, H. W. Barz, B. Lukacs and J. Zimanyi, Entropy And Hadrochemical Composition In Heavy Ion Collision, Phys. Rev. C 27, 2695 (1983).
- [51] B. Kämpfer and O. P. Pavlenko, Photon production in an expanding and chemically equilibrating gluon-enriched plasma, Z. Phys. C 62, 491 (1994).
- [52] J. Bernstein, *Kinetic theory in the expanding universe*, Cambridge University Press, 1988.
- [53] H. Stephani, Allgemeine Relativitätstheorie. Eine Einführung in die Theorie des Gravitationsfeldes, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1991.
- [54] Ø. Grøn and S. Hervik, Einstein's General Theory of Relativity, Springer, 2007.
- [55] S. Voloshin and Y. Zhang, Flow study in relativistic nuclear collisions by Fourier expansion of azimuthal particle distributions, Z. Phys. C 70, 665 (1996) [arXiv:hepph/9407282].
- [56] F. Uhlig et al., Observation of different azimuthal emission patterns for K+ and of K- mesons in heavy ion collisions at 1-AGeV - 2-AGeV, Phys. Rev. Lett. 95, 012301 (2005) [arXiv:nucl-ex/0411021].
- [57] C. Hartnack, H. Oeschler and J. Aichelin, Kaon production at subthreshold energies
  what do we learn about the nuclear medium?, J. Phys. G 35, 044021 (2008)
  [arXiv:0712.0316 [nucl-th]].
- [58] C. Hartnack, H. Oeschler and J. Aichelin, *Hadronic matter is soft*, Phys. Rev. Lett. 96, 012302 (2006) [arXiv:nucl-th/0506087].
- [59] C. Hartnack, H. Oeschler and J. Aichelin, What determines the K- multiplicity at energies around 1-A-GeV to 2-A-GeV?, Phys. Rev. Lett. 90, 102302 (2003) [arXiv:nucl-th/0109016].
- [60] C. Hartnack, H. Oeschler and J. Aichelin, Erratum: C. Hartnack, H. Oeschler and J. Aichelin, Erratum: What determines the K- Multiplicity at Energies around (1-2) AGeV? [Phys. Rev. Lett. 90, 102302 (2003)], Phys. Rev. Lett. 93, 149903(E) (2004).
- [61] C. Hartnack and J. Aichelin, Analysis of kaon spectra at SIS energies: What remains from the K N potential?, J. Phys. G 30, S531 (2004) [arXiv:nuclth/0312122].
- [62] E. E. Kolomeitsev, B. Kämpfer and D. N. Voskresensky, Kaon polarization in nuclear matter, Nucl. Phys. A 588, 889 (1995).

- [63] T. Waas, N. Kaiser and W. Weise, Effective Kaon Masses In Dense Nuclear And Neutron Matter, Phys. Lett. B 379, 34 (1996).
- [64] K. Tsushima, K. Saito, A. W. Thomas and S. V. Wright, *In-medium kaon and antikaon properties in the quark-meson coupling model*, Phys. Lett. B **429**, 239 (1998) [Erratum-ibid. B **436**, 453 (1998)] [arXiv:nucl-th/9712044].
- [65] J. Schaffner, J. Bondorf and I. N. Mishustin, In-medium kaon production at the mean-field level, Nucl. Phys. A 625, 325 (1997) [arXiv:nucl-th/9607058].
- [66] L. Tolós, A. Ramos and A. Polls, The antikaon nuclear potential in hot and dense matter, Phys. Rev. C 65, 054907 (2002) [arXiv:nucl-th/0202057].
- [67] L. Tolós, A. Ramos, A. Polls and T. T. S. Kuo, Partial wave contributions to the antikaon potential at finite momentum, Nucl. Phys. A 690, 547 (2001) [arXiv:nuclth/0007042].
- [68] D. B. Kaplan and A. E. Nelson, Strange Goings on in Dense Nucleonic Matter, Phys. Lett. B 175, 57 (1986).
- [69] G. E. Brown, C. H. Lee, M. Rho and V. Thorsson, From kaon-nuclear interactions to kaon condensation, Nucl. Phys. A 567, 937 (1994) [arXiv:hep-ph/9304204].
- [70] G. E. Brown, M. Rho and C. Song, Strangeness equilibration at GSI energies, Nucl. Phys. A 690, 184 (2001) [arXiv:nucl-th/0010008].
- [71] G. E. Brown, M. Rho and C. Song, Broad band equilibration of strangeness, Nucl. Phys. A 698, 483 (2002) [arXiv:nucl-th/0104022].
- [72] G. Q. Li and C. M. Ko, Antikaon flow in heavy-ion collisions: Effects of absorption and mean field potential, Phys. Rev. C 54, 2159 (1996) [arXiv:nucl-th/9609004].
- [73] G. Q. Li, C. M. Ko and B. A. Li, Kaon Flow As A Probe Of The Kaon Potential In Nuclear Medium, Phys. Rev. Lett. 74, 235 (1995) [arXiv:nucl-th/9410017].
- [74] G. Q. Li, C. M. Ko and X. S. Fang, Subthreshold anti-kaon production in nucleusnucleus collisions, Phys. Lett. B 329, 149 (1994).
- [75] G. Q. Li, C. H. Lee and G. E. Brown, Kaons in dense matter, kaon production in heavy-ion collisions, and kaon condensation in neutron stars, Nucl. Phys. A 625, 372 (1997) [arXiv:nucl-th/9706057].
- [76] A. Ramos and E. Oset, The properties of anti-K in the nuclear medium, Nucl. Phys. A 671, 481 (2000) [arXiv:nucl-th/9906016].
- [77] E. L. Bratkovskaya, W. Cassing and U. Mosel, Meson m(T)-scaling in heavy-ion collisions at SIS energies, Phys. Lett. B 424, 244 (1998) [arXiv:nucl-th/9712046].
- [78] W. Cassing, K. Gallmeister, E. L. Bratkovskaya, C. Greiner and H. Stöcker, Dynamics of strange, charm and high momentum hadrons in relativistic nucleus nucleus collisions, Prog. Part. Nucl. Phys. 53, 211 (2004) [arXiv:nucl-th/0312049].
- [79] W. Scheinast et al. [KaoS Collaboration], First observation of in-medium effects on phase space distributions of antikaons measured in proton nucleus collisions, Phys. Rev. Lett. 96, 072301 (2006) [arXiv:nucl-ex/0512028].

- [80] M. F. M. Lutz, Nuclear kaon dynamics, Phys. Lett. B 426, 12 (1998) [arXiv:nuclth/9709073].
- [81] E. E. Kolomeitsev et al., Transport theories for heavy ion collisions in the 1-AGeV regime, J. Phys. G 31, S741 (2005) [arXiv:nucl-th/0412037].
- [82] C. Fuchs, Kaon production in heavy ion reactions at intermediate energies, Prog. Part. Nucl. Phys. 56, 1 (2006) [arXiv:nucl-th/0507017].
- [83] C. Hartnack, Extract from habilitation thesis, 2005, Dynamics of K+ production in heavy ion collisions close to threshold, arXiv:nucl-th/0507002.
- [84] K. Tsushima, A. Sibirtsev and A. W. Thomas, Resonance model study of kaon production in baryon baryon reactions for heavy ion collisions, Phys. Rev. C 59, 369 (1999) [Erratum-ibid. C 61, 029903 (2000)] [arXiv:nucl-th/9801063].
- [85] W. Cassing and E. L. Bratkovskaya, Hadronic and electromagnetic probes of hot and dense nuclear matter, Phys. Rept. 308, 65 (1999).
- [86] J. Geiss, W. Cassing and C. Greiner, Strangeness production in the HSD transport approach from SIS to SPS energies, Nucl. Phys. A 644 (1998) 107 [arXiv:nuclth/9805012].
- [87] W. Ehehalt and W. Cassing, Relativistic transport approach for nucleus nucleus collisions from SIS to SPS energies, Nucl. Phys. A 602 (1996) 449.
- [88] T. Maruyama, W. Cassing, U. Mosel, S. Teis and K. Weber, Study Of A High-Energy Heavy Ion Collisions In A Relativistic BUU Approach With Momentum Dependent Mean Fields, Nucl. Phys. A 573, 653 (1994) [arXiv:nucl-th/9307024].
- [89] G. F. Bertsch and S. Das Gupta, A guide to microscopic models for intermediateenergy heavy ion collisions, Phys. Rept. 160, 189 (1988).
- [90] V. Koch, B. Blättel, W. Cassing and U. Mosel, Analysis Of Intermediate-Energy Heavy Ion Collisions Within A Relativistic Transport Model, Nucl. Phys. A 532, 715 (1991).
- [91] P. Danielewicz and G. F. Bertsch, Production of deuterons and pions in a transport model of energetic heavy ion reactions, Nucl. Phys. A 533, 712 (1991).
- [92] W. Cassing, V. Metag, U. Mosel and K. Niita, Production Of Energetic Particles In Heavy Ion Collisions, Phys. Rept. 188, 363 (1990).
- [93] J. Cugnon, T. Mizutani and J. Vandermeulen, Equilibration in relativistic nuclear collisions. A Monte Carlo calculation, Nucl. Phys. A 352, 505 (1981).
- [94] J. Aichelin, Quantum molecular dynamics: A Dynamical microscopic n body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions, Phys. Rept. 202, 233 (1991).
- [95] V. Dmitriev, O. Sushkov and C. Gaarde, Delta Formation In The H-1 (He-3, H-3) Delta++ Reaction At Intermediate-Energies, Nucl. Phys. A 459, 503 (1986).
- [96] A. Mangiarotti et al. [FOPI Collaboration], Sub-threshold phi meson yield in central Ni-58 + Ni-58 collisions, Nucl. Phys. A 714, 89 (2003).

- [97] R. Kotte [FOPI Collaboration], Subthreshold Phi(1020) meson production in central heavy-ion collisions, 28th International Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitation: Hadrons in Dense Matter (Hirschegg 2000), Hirschegg, Austria, 16-22 January 2000, p. 112.
- [98] H. W. Barz, M. Zétényi, Gy. Wolf and B. Kämpfer, Subthreshold Phi meson production in heavy-ion collisions, Nucl. Phys. A 705, 223 (2002) [arXiv:nuclth/0110013].
- [99] H. W. Barz and L. Naumann, Contribution of the nucleon hyperon reaction channels to K- production in proton nucleus collisions, Phys. Rev. C 68, 041901(R) (2003) [arXiv:nucl-th/0308040].
- [100] H. W. Barz, B. Kämpfer, L. Naumann, Gy. Wolf and M. Zétényi, Calculations of K+- and Phi production in near-threshold proton nucleus collisions, Acta Phys. Hung. A 22, 231 (2005) [arXiv:nucl-th/0405075].
- [101] A. I. Titov, B. Kämpfer and B. L. Reznik, Production of Phi mesons in nearthreshold pi N and N N reactions, Eur. Phys. J. A 7, 543 (2000) [arXiv:nuclth/0001027].
- [102] S. Liska, H. Gao, W. Chen and X. Qian, Search for the φ-N bound state from φ meson subthreshold production, Phys. Rev. C 75, 058201 (2007) [arXiv:0707.1009 [nucl-ex]].
- [103] M. Hartmann et al. [ANKE Collaboration], The near-threshold production of Phi mesons in p p collisions, Phys. Rev. Lett. 96, 242301 (2006) [Erratum-ibid. 97, 029901 (2006)] [arXiv:hep-ex/0604010].
- [104] Y. Maeda et al. [ANKE Collaboration], Precision measurement of the quasi-free  $p \ n \rightarrow d$  Phi reaction close to threshold, Phys. Rev. Lett. **97**, 142301 (2006) [arXiv:nucl-ex/0607001].
- [105] L. P. Kaptari and B. Kämpfer, Combined analysis of near-threshold production of omega and Phi mesons in nucleon nucleon collisions within an effective meson nucleon model, Eur. Phys. J. A 23, 291 (2005) [arXiv:nucl-th/0406077].
- [106] L. P. Kaptari and B. Kämpfer, eta and eta-prime production in nucleon-nucleon collisions near thresholds, Acta Phys. Polon. Suppl. 2, 149 (2009) [arXiv:0810.4512 [nucl-th]].
- [107] A. Sibirtsev, J. Haidenbauer and U. G. Meissner, Aspects of Phi-meson production in proton proton collisions, Eur. Phys. J. A 27, 263 (2006) [arXiv:nuclth/0512055].
- [108] A. Sibirtsev and W. Cassing, Antikaon production in proton nucleus reactions and the K- properties in nuclear matter, Nucl. Phys. A 641, 476 (1998) [arXiv:nuclth/9805021].
- [109] C. Djalali, M. H. Wood, R. Nasseripour and D. P. Weygand [CLAS Collaboration], Medium modifications of light vector mesons in photoproduction reactions at JLab, J. Phys. G 35, 104035 (2008).
- [110] P. Mühlich and U. Mosel, Attenuation of Phi mesons in gamma A reactions, Nucl. Phys. A 765, 188 (2006) [arXiv:nucl-th/0510078].

- [111] E. Y. Paryev, Near-threshold φ meson production in proton-nucleus reactions and φ width in finite nuclei, J. Phys. G 36, 015103 (2009) [arXiv:0810.1124 [nucl-th]].
- [112] E. Y. Paryev, Absorption of phi mesons in near-threshold proton-nucleus reactions, Phys. Atom. Nucl. 71, 1954 (2008) [arXiv:0805.1606 [nucl-th]].
- [113] E. Y. Paryev, Subtreshold phi meson production and medium effects in proton nucleus reactions, Eur. Phys. J. A 23, 453 (2005).
- [114] V. K. Magas, L. Roca and E. Oset, The Phi meson width in the medium from proton induced Phi production in nuclei, Phys. Rev. C 71, 065202 (2005) [arXiv:nuclth/0403067].
- [115] D. Cabrera, L. Roca, E. Oset, H. Toki and M. J. Vicente Vacas, Mass dependence of inclusive nuclear Phi photoproduction, Nucl. Phys. A 733, 130 (2004) [arXiv:nucl-th/0310054].
- [116] H. W. Barz and M. Zétényi, Phi meson production in near threshold proton nucleus collisions, Phys. Rev. C 69, 024605 (2004) [arXiv:nucl-th/0310045].
- [117] M. Zétényi and H. W. Barz, Medium Effects On Phi Meson Production In Near Threshold Proton Nucleus Collisions, Nucl. Phys. A 749, 174 (2005).
- [118] A. Sibirtsev, H. W. Hammer, U. G. Meissner and A. W. Thomas, *Phi-meson pho-toproduction from nuclei*, Eur. Phys. J. A 29, 209 (2006) [arXiv:nucl-th/0606044].
- [119] A. Sibirtsev, H. W. Hammer and U. G. Meissner, A-dependence of phi-meson production in p+A collisions, Eur. Phys. J. A 37, 287 (2008) [arXiv:0802.3373 [nucl-th]].
- [120] T. Hatsuda, Y. Koike and S. H. Lee, *Finite temperature QCD sum rules reexami*ned: rho, omega and A1 mesons, Nucl. Phys. B **394**, 221 (1993).
- [121] Y. Koike and A. Hayashigaki, QCD sum rules for rho, omega, Phi meson nucleon scattering lengths and the mass shifts in nuclear medium, Prog. Theor. Phys. 98, 631 (1997) [arXiv:nucl-th/9609001].
- [122] T. Hatsuda and S. H. Lee, QCD sum rules for vector mesons in nuclear medium, Phys. Rev. C 46, R34 (1992).
- [123] S. Zschocke, O. P. Pavlenko and B. Kämpfer, Evaluation of QCD sum rules for light vector mesons at finite density and temperature, Eur. Phys. J. A 15, 529 (2002) [arXiv:nucl-th/0205057].
- [124] S. Zschocke, O. P. Pavlenko and B. Kämpfer, Impact of the QCD four-quark condensate on in-medium spectral changes of light vector mesons, arXiv:hepph/0308070.
- [125] B. Kämpfer, O. P. Pavlenko and S. Zschocke, Probing the strange quark condensate by di-electrons from Phi meson decays in heavy-ion collisions at SIS energies, Eur. Phys. J. A 17, 83 (2003) [arXiv:nucl-th/0211067].
- [126] E. Oset and A. Ramos, *Phi decay in nuclei*, Nucl. Phys. A 679, 616 (2001) [arXiv:nucl-th/0005046].

- [127] D. Cabrera and M. J. Vicente Vacas, Phi meson mass and decay width in nuclear matter, Phys. Rev. C 67, 045203 (2003) [arXiv:nucl-th/0205075].
- [128] F. Klingl, T. Waas and W. Weise, Modification of the Phi meson spectrum in nuclear matter, Phys. Lett. B 431, 254 (1998)
- [129] M. Asakawa and C. M. Ko, Phi meson mass in hot and dense matter, Nucl. Phys. A 572, 732 (1994).
- [130] C. Song, Effective mass of phi mesons at finite temperature, Phys. Lett. B 388, 141 (1996) [arXiv:hep-ph/9603259].
- [131] L. Alvarez-Ruso and V. Koch, *Phi meson propagation in a hot hadronic gas*, Phys. Rev. C 65, 054901 (2002) [arXiv:nucl-th/0201011].
- [132] J. P. Blaizot and R. Mendez Galain, Phi and K mesons in hot dense matter, Phys. Lett. B 271, 32 (1991).
- [133] P.-Z. Bi and J. Rafelski, *Decay of phi in hot matter*, Phys. Lett. B **262**, 485 (1991).
- [134] L. Holt and K. Haglin, Short-lived Phi mesons, J. Phys. G 31, S245 (2005) [arXiv:nucl-th/0409036].
- [135] G. Vujanovic, J. Ruppert and C. Gale, The phi meson at high temperatures and densities, Phys. Rev. C 80, 044907 (2009) [arXiv:nucl-th/0201011, ar-Xiv:0907.5385 [nucl-th]].
- [136] R. Muto et al. [KEK-PS-E325 Collaboration], Evidence for in-medium modification of the phi meson at normal nuclear density, Phys. Rev. Lett. 98, 042501 (2007) [arXiv:nucl-ex/0511019].
- [137] R. Muto et al. [KEK-PS-E325 Collaboration], First observation of phi-meson mass modification in nuclear medium, Nucl. Phys. A 774, 723 (2006).
- [138] B. I. Abelev et al. [STAR Collaboration], Energy and system size dependence of φ meson production in Cu+Cu and Au+Au collisions, Phys. Lett. B 673, 183 (2009) [arXiv:0810.4979 [nucl-ex]].
- [139] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], Lambda-p femtoscopy in collisions of Ar+KCl at 1.76 AGeV, Phys. Rev. C 82, 021901 (2010) arXiv:1004.2328 [nucl-ex].
- [140] T. Hirano, U. W. Heinz, D. Kharzeev, R. Lacey and Y. Nara, Mass ordering of differential elliptic flow and its violation for phi mesons, Phys. Rev. C 77, 044909 (2008) [arXiv:0710.5795 [nucl-th]].
- [141] E. Santini, G. Burau, A. Fäßler and C. Fuchs, Medium effects on Phi decays to dilepton and kaon antikaon pairs in relativistic heavy ion reactions, Eur. Phys. J. A 28, 187 (2006) [arXiv:nucl-th/0605041].
- [142] S. Okubo, Phi meson and unitary symmetry model, Phys. Lett. 5 (1963) 165;
  G. Zweig, CERN Report Nos. TH-401 and TH-412 (1964);
  An SU(3) Model For Strong Interaction Symmetry And Its Breaking. 1+2, J. Ii-zuka, K. Okada and O. Shito, Systematics And Phenomenology Of Boson Mass Levels. 3, Prog. Theor. Phys. 35, 1061 (1966).

- [143] E. E. Kolomeitsev and B. Tomasik, Catalytic phi meson production in heavy-ion collisions, J. Phys. G 36, 095104 (2009) [arXiv:0903.4322 [nucl-th]].
- [144] F. Krizek, Study of inclusive electron-positron pair production of Ar + KCl at 1.756 AGeV, Ph.D. thesis, Czech Technical University Prague, 2008.
- [145] J. Aichelin and C. M. Ko, Subthreshold Kaon Production As A Probe Of The Nuclear Equation Of State, Phys. Rev. Lett. 55, 2661 (1985).
- [146] A. Förster et al. [KaoS Collaboration], First evidence for different freeze-out conditions for kaons and antikaons observed in heavy-ion collisions, Phys. Rev. Lett. 91, 152301 (2003) [arXiv:nucl-ex/0307017].
- [147] J. Schaffner-Bielich, Effect of in-medium properties on heavy-ion collisions, J. Phys. G 27, 337 (2001) [arXiv:nucl-th/0009083].
- [148] Y. Maeda et al. [ANKE Collaboration], Kaon Pair Production in Proton-Proton Collisions, Phys. Rev. C 77, 015204 (2008) [arXiv:0710.1755 [nucl-ex]].
- [149] W. S. Chung, G. Q. Li and C. M. Ko, Phi meson production in heavy-ion collisions at SIS energies, Nucl. Phys. A 625, 347 (1997) [arXiv:nucl-th/9704002].
- [150] B. A. Li and C. M. Ko, Formation of superdense hadronic matter in high-energy heavy ion collisions, Phys. Rev. C 52, 2037 (1995) [arXiv:nucl-th/9505016].
- [151] W. S. Chung, G. Q. Li and C. M. Ko, Phi meson production cross-sections in pion baryon and baryon baryon interactions, Phys. Lett. B 401, 1 (1997).
- [152] H. W. Barz, B. Kämpfer, Gy. Wolf and M. Zétényi, Propagation of broad meson resonances in a BUU type transport model: Application to di-electron production, arXiv:nucl-th/0605036, arXiv:0910.1541v1 [nucl-th].
- [153] C. Y. Wong, Dynamics of nuclear fluid. VIII. Time-dependent Hartree-Fock approximation from a classical point of view, Phys. Rev. C 25, 1460 (1982).
- [154] B. Kämpfer, M. Bluhm, H. Schade, R. Schulze and D. Seipt, *Do we know eventually* p(e)?, PoS **CPOD07**, 007 (2007) [arXiv:0708.3322 [hep-ph]].
- [155] J. Randrup and J. Cleymans, Maximum freeze-out baryon density in nuclear collisions, Phys. Rev. C 74, 047901 (2006).
- [156] T. Klähn et al., Modern compact star observations and the quark matter equation of state, Phys. Lett. B 654, 170 (2007) [arXiv:nucl-th/0609067].
- [157] H. Stöcker, Collective Flow signals the Quark Gluon Plasma, Nucl. Phys. A 750, 121 (2005) [arXiv:nucl-th/0406018].
- [158] H. Stöcker and W. Greiner, High-Energy Heavy Ion Collisions: Probing The Equation Of State Of Highly Excited Hadronic Matter, Phys. Rept. 137, 277 (1986).
- [159] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], Deep sub-threshold Ξ<sup>−</sup> production in Ar+KCl reactions at 1.76A GeV, Phys. Rev. Lett. 103, 132301 (2009) [ar-Xiv:0907.3582 [nucl-ex]].
- [160] C. Gale, G. Bertsch and S. Das Gupta, Heavy-Ion Collision Theory With Momentum-Dependent Interactions, Phys. Rev. C 35, 1666 (1987).

- [161] C. Gale, G. M. Welke, M. Prakash, S. J. Lee and S. Das Gupta, Transverse Momenta, Nuclear Equation Of State, And Momentum-Dependent Interactions In Heavy-Ion Collisions, Phys. Rev. C 41, 1545 (1990).
- [162] G. M. Welke, M. Prakash, T. T. S. Kuo, S. Das Gupta and C. Gale, Azimuthal Distributions In Heavy Ion Collisions And The Nuclear Equation Of State, Phys. Rev. C 38, 2101 (1988).
- [163] G. Welke, R. Malfliet, C. Gregoire, M. Prakash and E. Suraud, Collisional relaxation in simulations of heavy-ion collisions using Boltzmann-type equations, Phys. Rev. C 40, 2611 (1989).
- [164] J. Aichelin, A. Rosenhauer, G. Peilert, H. Stöcker and W. Greiner, Importance of momentum dependent interactions for the extraction of the nuclear equation of state from high-energy heavy ion collisions, Phys. Rev. Lett. 58, 1926 (1987).
- [165] S. A. Bass, C. Hartnack, H. Stöcker and W. Greiner, Azimuthal correlations of pions in relativistic heavy ion collisions at 1-GeV/nucleon, Phys. Rev. C 51, 3343 (1995) [arXiv:nucl-th/9501002].
- [166] S. A. Bass et al., Microscopic models for ultrarelativistic heavy ion collisions, Prog. Part. Nucl. Phys. 41, 255 (1998) [Prog. Part. Nucl. Phys. 41, 225 (1998)] [arXiv:nucl-th/9803035].
- [167] H. Sorge, H. Stöcker and W. Greiner, Relativistic Quantum Molecular Dynamics approach to nuclear reactions at ultra relativistic energies, Nucl. Phys. A 498, 567C (1989).
- [168] H. Schade, Gy. Wolf and B. Kämpfer, Role of phi decays for K- yields in relativistic heavy-ion collisions, Phys. Rev. C 81, 034902 (2010) [arXiv:0911.3762 [nucl-th]].
- [169] B. Kämpfer, T. Hilger, H. Schade, R. Schulze and Gy. Wolf, *Chiral symmetry*, di-electrons and charm, arXiv:1004.2615 [nucl-th] (2010), (to be published in PoS Bormio2010, 045).
- [170] H. Schade and B. Kämpfer, Antiproton evolution in little bangs and in the Big Bang, Phys. Rev. C 79, 044909 (2009) [arXiv:0705.2003 [hep-ph]].
- [171] L. W. Chen, C. M. Ko and Y. Tzeng, Cascade production in heavy-ion collisions at SIS energies, Phys. Lett. B 584, 269 (2004) [arXiv:nucl-th/0312009].
- [172] C. H. Li and C. M. Ko, Cascade production from antikaon induced reactions on Lambda and Sigma, Nucl. Phys. A 712, 110 (2002) [arXiv:nucl-th/0207031].
- [173] S. Pal, C. M. Ko, J. M. Alexander, P. Chung and R. A. Lacey, Xi enhancement at AGS energies: A signature for the quark-gluon plasma?, [arXiv:nucl-th/0211020].
- [174] S. Pal, C. M. Ko and Z. w. Lin, Multistrange baryon production in relativistic heavy ion collisions, Nucl. Phys. A 730, 143 (2004) [arXiv:nucl-th/0106073].
- [175] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], Phi decay: a relevant source for Kproduction at SIS energies?, Phys. Rev. C 80, 025209 (2009) [arXiv:0902.3487 [nucl-ex]].

- [176] A. Schmah, Produktion von Seltsamkeit in Ar + KCl Reaktionen bei 1.756 AGeV mit HADES, Ph.D. thesis, Darmstadt, 2008.
- [177] A. Schmah and L. Fabbietti, Results on strangeness production from HADES, arXiv:0911.0300 [nucl-ex] (2009).
- [178] J. Pietraszko and L. Fabbietti [HADES Collaboration], Strangeness Production at SIS measured with HADES, arXiv:0911.0516 [nucl-ex].
- [179] H. Kuwabara and T. Hatsuda, phi meson in nuclear matter, Prog. Theor. Phys. 94, 1163 (1995) [arXiv:nucl-th/9507017].
- [180] C. J. Batty, E. Friedman and A. Gal, *Experiments with Xi- atoms*, Phys. Rev. C 59, 295 (1999) [arXiv:nucl-th/9809042].
- [181] M. Kohno and Y. Fujiwara, Localized N, Λ, Σ, and Ξ Single-Particle Potentials in Finite Nuclei Calculated with SU<sub>6</sub> Quark-Model Baryon-Baryon Interactions, Phys. Rev. C 79, 054318 (2009) [arXiv:0904.0517 [nucl-th]].
- [182] G. Zeeb, M. Reiter and M. Bleicher, Multi-strange baryon production in Au + Au collisions near threshold, Phys. Lett. B 586, 297 (2004) [arXiv:nucl-th/0312015].
- [183] J. Mareš, E. Friedman and A. Gal, Widths of K-nuclear deeply bound states in a dynamical model, Phys. Lett. B 606, 295 (2005) [arXiv:nucl-th/0407063].
- [184] E. Friedman and A. Gal, Strange atoms, strange nuclei and kaon condensation, [arXiv:0710.5890 [nucl-th]].
- [185] Gy. Wolf, Részecskekeltés Nehézion Reakciókban, habilitation thesis, KFKI Budapest, 1997.
- [186] S. Teis, W. Cassing, M. Effenberger, A. Hombach, U. Mosel and Gy. Wolf, Pionproduction in heavy-ion collisions at SIS energies, Z. Phys. A 356, 421 (1997) [arXiv:nucl-th/9609009].
- [187] W. von Schlippe, *Relativistic Kinematics of Particle Interactions*, 2002, www.phys.spbu.ru/content/File/Library/studentlectures/schlippe/kin\_rel.pdf
- [188] V. I. Borodulin, R. N. Rogalev and S. R. Slabospitsky, CORE: COmpendium of RElations: Version 2.1, arXiv:hep-ph/9507456.
- [189] L. D. Landau and E. M. Lifschitz, Relativistische Quantentheorie Lehrbuch der theoretischen Physik, Band IVa, Akademie-Verlag, Berlin, 1971.
- [190] C. Itzykson and J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [191] S. R. de Groot, W. A. van Leeuwen and Ch. G. van Weert, *Relativistic Kinetic Theory: Principles and Applications*, Elsevier Science Ltd, New York, 1980.
- [192] P. J. E. Peebles, Principles of Physical Cosmology, Princeton University Press, Princeton, 1993.
- [193] V. Flaminio, I. F. Graf, J. D. Hansen, W. G. Moorhead and D. R. O. Morrison [High-Energy Reactions Analysis Group], *Compilation Of Cross-Sections. 2. K-And K+ Induced Reactions*, CERN-HERA-79-02 (1979).
- [194] K. Hagiwara et al. [Particle Data Group], Review of particle physics, Phys. Rev. D 66, 010001 (2002).
- [195] A. Sadovsky, Investigation of  $K^+$  meson production in C + C collisions at 2 A GeV with HADES, Ph.D. thesis, Forschungszentrum Dresden-Rossendorf, 2006.
- [196] K. Kanaki, Study of  $\Lambda$  hyperon production in C + C collisions at 2 AGeV beam energy with the HADES spectrometer, Ph.D. thesis, Forschungszentrum Dresden-Rossendorf, 2006.
- [197] M. Merschmeyer et al., K0 and Lambda production in Ni+Ni collisions near threshold, Phys. Rev. C 76, 024906 (2007).
- [198] F. Balestra et al. [DISTO Collaboration], Production of Phi and omega mesons in near-threshold p p reactions, Phys. Rev. Lett. 81, 4572 (1998).
- [199] F. Balestra et al. [DISTO Collaboration], K- meson production in the proton proton reaction at 3.67-GeV/c, Phys. Lett. B 468, 7 (1999) [arXiv:nucl-ex/9910010].
- [200] F. Balestra et al. [DISTO Collaboration], Phi and omega meson production in p p reactions at p(lab) = 3.67-GeV/c, Phys. Rev. C 63, 024004 (2001) [arXiv:nuclex/0011009].
- [201] A. Förster et al., Production of K+ and of K- mesons in heavy-ion collisions from 0.6-A-GeV to 2.0-A-GeV incident energy, Phys. Rev. C 75, 024906 (2007) [arXiv:nucl-ex/0701014].
- [202] J. Cleymans, A. Förster, H. Oeschler, K. Redlich and F. Uhlig, On the chemical equilibration of strangeness exchange reaction in heavy-ion collisions, Phys. Lett. B 603, 146 (2004) [arXiv:hep-ph/0406108].
- [203] J. Cleymans, H. Oeschler and K. Redlich, Statistical model description of K+ and K- production between 1-A-GeV to 10-A-GeV, Phys. Lett. B 485, 27 (2000) [arXiv:nucl-th/0004025].
- [204] J. Cleymans, H. Oeschler and K. Redlich, Influence Of Impact Parameter On Thermal Description Of Relativistic Heavy Ion Collisions At (1-2) A-GeV, Phys. Rev. C 59, 1663 (1999) [arXiv:nucl-th/9809027].
- [205] C. Fuchs, A. Faessler, E. Zabrodin and Y. M. Zheng, Probing the nuclear equation of state by K+ production in heavy ion collisions, Phys. Rev. Lett. 86, 1974 (2001) [arXiv:nucl-th/0011102].
- [206] P. Tlusty et al. [HADES Collaboration], Charged pion production in C+C and Ar+KCl collisions measured with HADES, arXiv:0906.2309 [nucl-ex].
- [207] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], Measurement of charged pions in 12C + 12C collisions at 1A GeV and 2A GeV with HADES, Eur. Phys. J. A 40, 45 (2009) [arXiv:0902.4377 [nucl-ex]].
- [208] Y. Kitazoe, M. Sano, S. Nagamiya and H. Toki, Pion production mechanism in high-energy heavy ion collisions, Phys. Lett. B 166, 35 (1986).
- [209] S. Leupold, V. Metag and U. Mosel, Hadrons in strongly interacting matter, ar-Xiv:0907.2388 [nucl-th].

- [210] H. W. Barz and B. Kämpfer, The role of three-body collisions in Phi meson production processes near threshold, Nucl. Phys. A 683, 594 (2001) [arXiv:nuclth/0005063].
- [211] T. Kodama, S. B. Duarte, K. C. Chung, R. Donangelo and R. A. M. Nazareth, *Causality And Relativistic Effects In Intranuclear Cascade Calculations*, Phys. Rev. C 29, 2146 (1984).
- [212] H. Schade, Invited talk: Strangeness φ mesons in pA reactions, International Workshop on Hot and Cold Baryonic Matter (Budapest 2010), http://hcbm.kfki.hu/programme.html, Budapest, Hungary, 15-19 August 2010.
- [213] T. Falter, S. Leupold and U. Mosel, Nuclear shadowing at low photon energies, Phys. Rev. C 64, 024608 (2001) [arXiv:nucl-th/0102058].
- [214] A. Polyanskiy et al., Measurement of the in-medium phi-meson width in protonnucleus collisions, arXiv:nucl-ex/1008.0232 (2010), (submitted to Phys. Lett. B).
- [215] M. F. M. Lutz, C. L. Korpa and M. Möller, Antikaons and hyperons in nuclear matter with saturation, Nucl. Phys. A 808, 124 (2008) [arXiv:0707.1283 [nucl-th]].
- [216] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], In-Medium Effects on K<sup>0</sup> Mesons in Relativistic Heavy-Ion Collisions, arXiv:1004.3881 [nucl-ex].
- [217] J. Schaffner-Bielich, V. Koch and M. Effenberger, Medium modified cross sections, temperature and finite momentum effects for antikaon production in heavy-ion collisions, Nucl. Phys. A 669, 153 (2000) [arXiv:nucl-th/9907095].
- [218] Yu. Valdau et al., The energy dependence of the pp->K+ n Sigma+ reaction close to threshold, Phys. Rev. C 81, 045208 (2010) [arXiv:1002.3459 [hep-ex]].
- [219] W. Reisdorf et al. [FOPI Collaboration], Systematics of pion emission in heavy ion collisions in the 1A GeV regime, Nucl. Phys. A 781, 459 (2007) [arXiv:nuclex/0610025].
- [220] H. W. Barz, B. Kämpfer, Gy. Wolf and M. Zétényi, Propagation of vector-meson spectral-functions in a BUU type transport model: Application to di-electron production, arXiv:0910.1541 [nucl-th].
- [221] G. Agakishiev et al. [HADES Collaboration], Hyperon production in Ar + KCl collisions at 1.76 AGeV, (to be submitted to Eur. Phys. J. A).
- [222] R. Pohl et al., The size of the proton, Nature 466, 213 (2010).

## Danksagung

Nicht wenige Beteiligte haben einen maßgeblichen Beitrag zum Gelingen meiner Promotion geleistet und mich während dieser Zeit tatkräftig unterstützt. An dieser Stelle möchte ich allen herzlich dafür danken.

Zunächst bedanke ich mich bei dem ehemaligen Institutsdirektor Herrn Prof. Dr. E. Grosse für die Aufnahme in das Institut für Strahlenphysik am Forschungszentrum Dresden-Rossendorf sowie für die Bereitstellung eines Arbeitsraumes am dortigen Standort. Desweiteren gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. R. Schmidt, Direktor des Instituts für Theoretische Physik der Technischen Universität Dresden, für das Angebot an Arbeitsmöglichkeiten am Institut.

Insbesondere und ausdrücklich möchte ich Herrn Prof. Dr. Burkhard Kämpfer danken, der mich seit meiner Diplomphase intensiv und hervorragend betreute. Fachliche Begeisterung und die Gelegenheit, meine Forschungsergebnisse der wissenschaftlichen Gemeinschaft auf diversen Tagungen und Konferenzen zu präsentieren, wurde durch Ihn geweckt bzw. ausgezeichnet gefördert. Weiterhin möchte ich meine Dankbarkeit für die Ermöglichung eines Aufenthalts am KFKI in Budapest, Ungarn, zum Ausdruck bringen.

Referring to this I am gratefully acknowledged to Dr. György Wolf for his friendly guidance during my stay at the KFKI in Budapest. I am also thankful for the stimulating and fruitful discussions concerning technical details of the BUU code and the physics behind it.

In diesem Zusammenhang möchte ich mich auch bei Herrn Dr. H.W. Barz außerordentlich bedanken. Er war es, der mir den BUU-Code in der damaligen Entwicklungsstufe überlies und bereitwillig erläuterte. Danken möchte ich diesbezüglich außerdem PD Dr. Frank Dohrmann sowie in rechentechnischen Angelegenheiten Jens Steiner und Dr. Hendrik Schulz.

Desweiteren gilt mein Dank den Herren Dr. Roland Kotte, Dr. Helmut Oeschler, Dr. Michael Hartmann und Dr. Christoph Hartnack für die produktive Zusammenarbeit und den Austausch wissenschaftlicher Gedanken.

Auch bedanke ich mich bei der Rossendorfer und Dresdner Arbeitsgruppe, bestehend aus Daniel Seipt, Robert Schulze, Thomas Hilger, Thorger Sünert, Roman Yaresko, Tobias Nousch und Falk Wunderlich sowie den ehemaligen Kollegen Dr. Ronny Thomas, Dr. Marcus Bluhm, Dr. Sven Zschocke und Oliver Zacharias, für die stets freundschaftliche und inspirierend erfrischende Arbeitsatmosphäre sowie für zahlreiche wertvolle Anregungen bezüglich physikalischer aber auch ganz alltäglicher Problematiken. Danken möchte ich auch Dr. Jürgen Weißbarth und PD Dr. Günter Plunien hinsichtlich tiefgründiger Gestaltung und kritischer Diskussionen zur Lehrtätigkeit. Nicht zu vergessen sei an dieser Stelle die Arbeit der Sekretärinnen am Dresdner Institut für Theoretische Physik, Gundula Schädlich und Gudrun Latus, sowie das Sekretariat im Rossendorfer Institut für Strahlenphysik, Dorit Schich und Anne Liebezeit. Ohne sie und ihre Hilfsbereitschaft wären viele Dinge erheblich komplizierter oder gar nicht erst möglich gewesen und verpflichten zu großem Dank.

Bedanken möchte ich mich außerdem bei all meinen Freunden, insbesondere dem KVWK, auf die ich mich während der letzten Jahre immer verlassen konnte. Sie gaben mir Zeit für dringend benötigte Entspannungsphasen, meistens in Form genüsslicher Klettertouren.

Schließlich gebührt ganz besonderer und herzlicher Dank meinen Eltern sowie meiner Schwester Anja. Sie haben mich - vor allem in schwierigen Phasen der Promotionszeit - stets ermutigt und mir Rückhalt gegeben.

## Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne die unzulässige Hilfe Dritter angefertigt habe. Dabei wurden nur die von mir explizit angegebenen Hilfsmittel verwendet. Alle aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche gekennzeichnet. Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form bei einer anderen Prüfungsbehörde eingereicht.

Diese Dissertation wurde am Forschungszentrum Dresden-Rossendorf e.V. unter der wissenschaftlichen Betreuung von Herrn Prof. Dr. Burkhard Kämpfer angefertigt. Ich habe bisher an keiner Institution, weder im Inland noch im Ausland, einen Antrag auf die Eröffnung eines Promotionsverfahrens gestellt. Ich erkläre ferner, dass ich die Promotionsordnung der Fakultät Mathematik und Naturwissenschaften der Technischen Universität Dresden vom 20. März 2000 anerkenne.

Dresden, den 15. September 2010

Henry Schade