Kosmologie und Astroteilchenphysik

5.Übung am 10.07.2015

Aufgabe 1

Stellen sie die Gesamtzahl der Freiheitsgrade $4N(T)$ über der Temperatur T dar. Beachten Sie, dass mit zunehmender Zeit die Temperatur sinkt und (unter vernachlässigung von Masseneffekten) folgende Hierarchie gilt:

$$m_{\mathrm{e}} < m_{\mu} < m_{\pi} < T_{\mathrm{C}} < m_{\mathrm{c}} < m_{\tau} < m_{\mathrm{b}} < m_{\mathrm{W,Z}} < m_{\mathrm{Higgs}} < m_{\mathrm{t}} \tag{1}$$

Dabei ist $T_{\mathrm{C}} \approx 165$ MeV die Temperatur des Confinement-Deconfinement-Übergangs zwischen Quarks und Hadronen. Zählen sie zunächst die Freiheitsgrade für jedes Boson und Fermion ab. Vergessen Sie dabei nicht Photonen und Neutrinos, deren Freiheitsgrade auch noch bei $T < m_{\mathrm{e}}$ mitgezählt werden und beachten Sie bei $T > T_{\mathrm{C}}$ folgende Punkte:

- Quarks kommen als freie Teilchen vor, sodass Hadronen nicht mehr mitgezählt werden.
- Neben den energetisch möglichen Quark-Freiheitsgraden müssen auch die der Gluonen mitgezählt werden.

Aufgabe 2

Im Bag-Modell sind die Quarks im Volumen der Hadronen („Bag“) eingeschlossen (Confinement der Quarks) und verhalten sich innerhalb der Bags wie freie Teilchen. Der Zustand der Quarks im Inneren des Bags hat jedoch eine andere Struktur als die Zustände in großen Entfernungen, wo die Kopplungsstärke nicht mehr klein ist. Die Druckdifferenz zwischen beiden Zuständen ist negativ,

$$\Delta p = p_{\text{außen}} - p_{\text{innen}} = -B < 0$$

und bindet die Quarks zu Hadronen. Berechnen Sie die Bag-Konstante B, indem Sie den Phasenübergang vom Bag-Hadron zum Bag-Quark-Gluon-Plasma betrachten! Dabei wird der Druck der Hadronischen Phase bei niedrigen Temperaturen durch den Partialdruck der leichtesten Hadronen dominiert. Die Pionen mit der Masse $m_\pi \approx 140\,\mathrm{MeV}$ können in erster Näherung im gegebenen Temperaturbereich $T_c = 170\,\mathrm{MeV}$ als masselos und frei idealisiert werden, während im thermischen Gleichgewicht die anderen Hadronen aufgrund ihrer großen Masse stark unterdrückt sind und hier vernachlässigt werden können.

Aufgabe 3

Leiten Sie den Temperaturverlauf $T(\tau)$ für ein System her, dessen Zustandsgleichung durch das Bag-Modell beschrieben wird. Gehen Sie dazu von der Bjorken-Gleichung

$$\dot{e}(\tau) = -\frac{p(e) + e}{\tau}$$

aus. Mit den aus der Thermodynamik bekannten Gleichungen für Entropie s und Energiedichte e lässt sich die Bjorken-Gleichung als Differentialgleichung der Entropie formulieren, woraus sich schließlich mit den Gleichungen des Bag-Modells der Temperaturverlauf ergibt.