Kosmologie und Astroteilchenphysik

Webseite der Vorlesung: `https://www.hzdr.de/db/Cms?pOid=49837&pNid=164`

1. Übung am 19.04.2017

Aufgabe 01

Wir befinden uns im frühen Universum, welches als strahlungsdominiert beschrieben wird. Leiten Sie die Teilchendichte der Photonen n_γ her und berechnen Sie $n_\gamma(T_0)$ in cm^{-3}! Nutzen Sie dafür die aus der Vorlesung bekannten Gleichungen

$$n_i = \int \mathrm{d}n_i \quad \text{mit} \quad \mathrm{d}n_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \frac{1}{\mathrm{e}^{(E_i(q)-\mu_i)/T} \pm 1} q_i^2 \mathrm{d}q_i \quad \text{mit} \quad E_i^2(q) = m_i^2 + q^2. \tag{1}$$

Aufgabe 02

Begründen Sie den 7/8-Faktor in

$$N(T) = \sum_{\mathrm{B}} g_{\mathrm{B}} + \frac{7}{8} \sum_{\mathrm{F}} g_{\mathrm{F}}. \tag{2}$$

Berechnen Sie dafür die Energiedichte $e_i = \int E_i \mathrm{d}n_i$ relativistischer Teilchen! Gehen Sie dabei sowohl bei den Bosonen als auch bei den Fermionen von $T \gg m$ aus.

Aufgabe 03

Vorlesungsergänzung

Bei der Temperatur $T_\gamma = 2.725\,\mathrm{K}$ kam es zur Abkopplung der Hintergrundstrahlung. Kühlt das Universum weiter aus, kommt es weiter zur sog. Neutrino-Abkopplung. D. h., das Universum wird für Neutrinos transparent und ihre Impulse rotverschieben lediglich mit der kosmischen Expansion.

Bald nach der Abkopplung werden $\mathrm{e}^{\pm}$-Paare im thermischen Untergrund anfangen sich zu vernichten, wenn $T \lesssim m_{\mathrm{e}}$. Da die Neutrinos entkoppelt sind, heizt die Energie, welche durch die Annihilation frei wird, den Gamma-Untergrund relativ zu den Neutrinos auf. Die Änderung der Gamma-Temperatur kann aus Überlegungen zur Entropieerhaltung berechnet werden. Dabei muss die Neutrino-Entropie getrennt von der Entropie der wechselwirkenden Teilchen erhalten werden.

Aufgabe

Leiten Sie aus der Neutrino-Abkopplung die Temperatur T_ν her und berechnen Sie diese! Beachten Sie, dass wir Adiabatizität vorauszusetzen und dass Neutrinos ein isoliertes Subsystem bilden. Hilfestellung: Um die Temperatur $T_\nu = T_0 R_0 / R_1$ zu berechnen, müssen Sie die geeigneten Entropiedichten s_0 und s_1 aufstellen und in den Erhaltungssatz $s_0 R_0^3 = s_1 R_1^3$ einsetzen.

Aufgabe 04

- Berechnen Sie die heutige gesamte Entropiedichte s in Abhängigkeit von der Teilchendichte n_γ! Nutzen Sie dafür die aus der Vorlesung bekannte Gleichung

$$s = \frac{4}{3}\frac{\pi^2}{30}\left(T_{\mathrm{B}}^3 \sum_{\mathrm{B}} g_{\mathrm{B}} + T_{\mathrm{F}}^3 \frac{7}{8} \sum_{\mathrm{F}} g_{\mathrm{F}}\right). \tag{3}$$

- Berechnen Sie analog die heutige gesamte relativistische Energiedichte e_r in Abhängigkeit von der Gamma-Energiedichte e_γ mit Hilfe der aus der Vorlesung bekannten Gleichung

$$e_r = \frac{\pi^2}{30}\left(T_{\mathrm{B}}^4 \sum_{\mathrm{B}} g_{\mathrm{B}} + T_{\mathrm{F}}^4 \frac{7}{8} \sum_{\mathrm{F}} g_{\mathrm{F}}\right). \tag{4}$$