

Astroteilchenphysik und Kosmologie

Prof. Dr. B. Kämpfer und Dr. D. Bemmerer

- **Kernphysikalische Grundbegriffe zur Elemententstehung (heute)**
- Urknall und kosmologische Inflation
- Entstehung chemischer Elemente im Urknall und durch kosmische Strahlung
- Teilchenphysik in Sternen
- Boten aus dem All: Neutrinos von Supernovae und aus der Sonne
- Kosmische Teilchenbeschleuniger – schneller als der CERN-LHC
- Dunkel-Energie und Dunkel-Materie als wichtig(st)e Materieformen im Universum
- Kosmische Teilchen und das Standardmodell
- Weltmodelle und Alternativen

2. Vorlesung, TU Dresden 19.04.2010



**Forschungszentrum
Dresden** Rossendorf

Literatur zur Vorlesung “Astroteilchenphysik und Kosmologie”

Iliadis: Christian Iliadis, *Nuclear Physics of Stars*, Wiley-VCH Weinheim, 2007 (heute)

Clayton: Donald D. Clayton, *Handbook of Isotopes in the Cosmos: Hydrogen to Gallium*, Cambridge University Press, 2007

Glendenning: N.K. Glendenning, *After the Beginning*, Imp. Coll. Press & World Scientific, 2004

Perkins: D. Perkins, *Particle Astrophysics*, Oxford University Press, 2003

Dodelson: S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press Amsterdam, 2003

Börner: G. Börner, *The Early Universe*, Springer Verlag Berlin, 2003

KLP: B. Kämpfer, B. Lukacs, Gy. Paal, *Cosmic Phase Transitions*, Teubner Verlag, 1994

CL: P. Coles, F. Lucchin, *Cosmology*, John Wiley & Sons, 1995

MTW: C.W. Misner, K.S. Thorne, J.A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman & Co, San Francisco, 1973

Berger: C. Berger, *Teilchenphysik*, Springer Verlag Berlin, 1992

Vier fundamentale Wechselwirkungen

Starke Kernwechselwirkung

vermittelt durch Pionen, *Gluonen*

Reichweite \leq Kernradius

Schwache Kernwechselwirkung

vermittelt durch W^\pm - Boson, Z^0 - Boson

Reichweite \leq Kernradius

Elektromagnetische Wechselwirkung

vermittelt durch Photonen

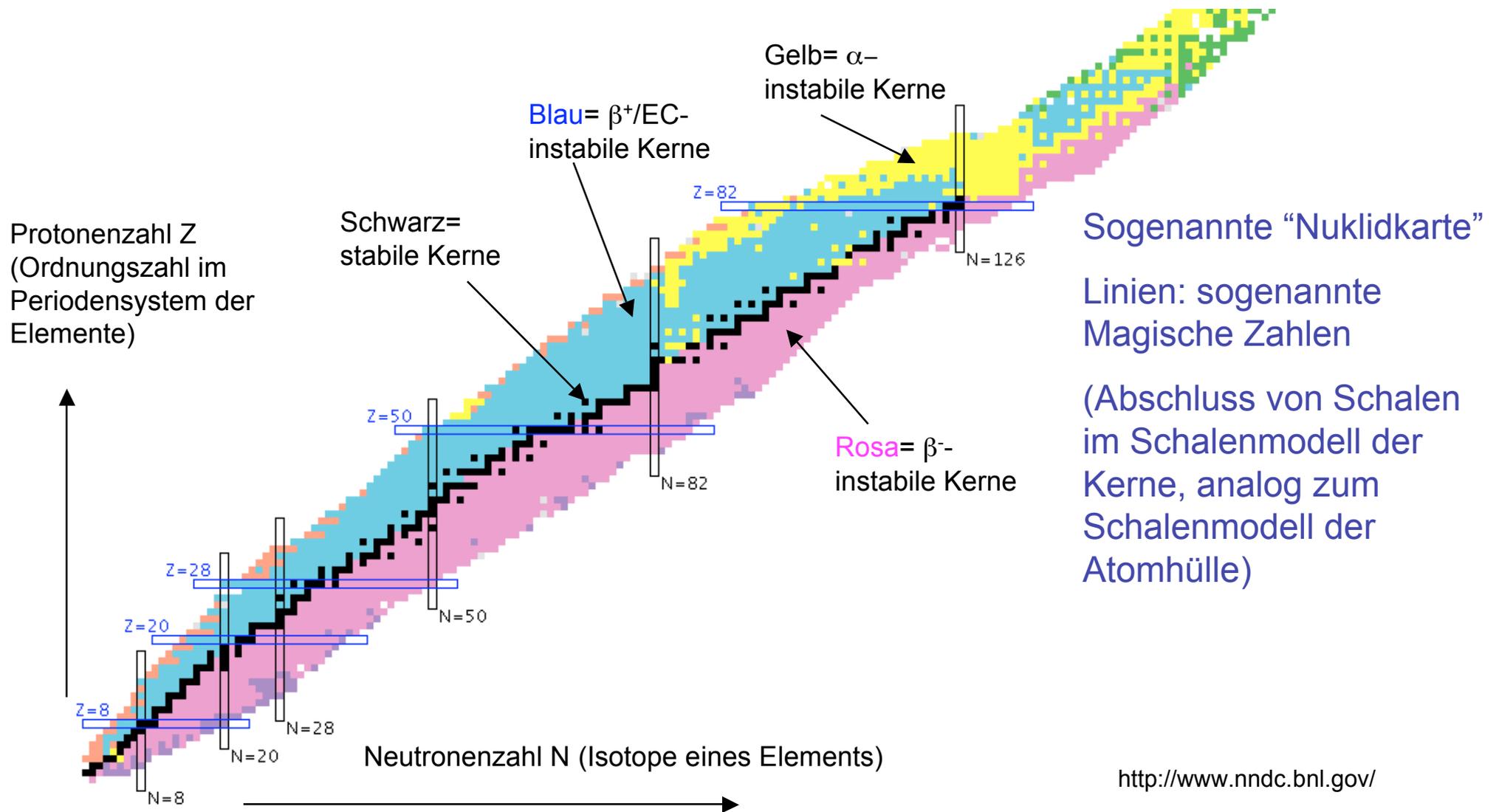
Reichweite ∞

Gravitation

vermittelt durch *Gravitonen*

Reichweite ∞

Konsequenz aus der starken Kernwechselwirkung: Es gibt Atomkerne!



<http://www.nndc.bnl.gov/>

Ausschnitt aus der Nuklidkarte

- Durch die starke Kernkraft werden die Atomkerne zusammengehalten
- Dieses "Zusammenhalten" lässt sich durch die sogenannte Bindungsenergie quantifizieren:
 $m_{C-12} = 11178 \text{ MeV}/c^2 < 11270 \text{ MeV}/c^2 = 6 \cdot (m_p + m_n)$
sind $92 \text{ MeV}/c^2$ fehlende Masse bei ^{12}C ;
mit $E = mc^2$ sind das 92 MeV Bindungsenergie für ^{12}C
- Kerne können instabil sein, wenn durch den Zerfall Bindungsenergie gewonnen wird

Protonenzahl Z
(Ordnungszahl im Periodensystem der Elemente)

Blau = β^+ /EC-
instabile Kerne

13O 8.58 MS $\epsilon_p \approx 100.00\%$ $\epsilon: 100.00\%$	14O 70.606 S $\epsilon: 100.00\%$	15O 122.24 S $\epsilon: 100.00\%$	16O STABLE 99.762%	17O STABLE 0.038%	18O STABLE 0.200%
12N 11.000 MS $\epsilon: 100.00\%$	13N 9.965 M $\epsilon: 100.00\%$	14N STABLE 99.634%	15N STABLE 0.366%	16N 7.13 S $\beta^-: 100.00\%$ $\beta^- \alpha: 1.2E-3\%$	17N 4.173 S $\beta^-: 100.00\%$ $\beta^- n: 95.1\%$
11C 20.334 M $\epsilon: 100.00\%$	12C STABLE 98.89%	13C STABLE 1.11%	14C 5700 Y $\beta^-: 100.00\%$	15C 2.449 S $\beta^-: 100.00\%$	16C 0.747 S $\beta^-: 100.00\%$ $\beta^- n: 99.00\%$

Beispiel ^{12}N , β^+ -instabil:

Masse $^{12}\text{N} = 11195 \text{ MeV}/c^2$

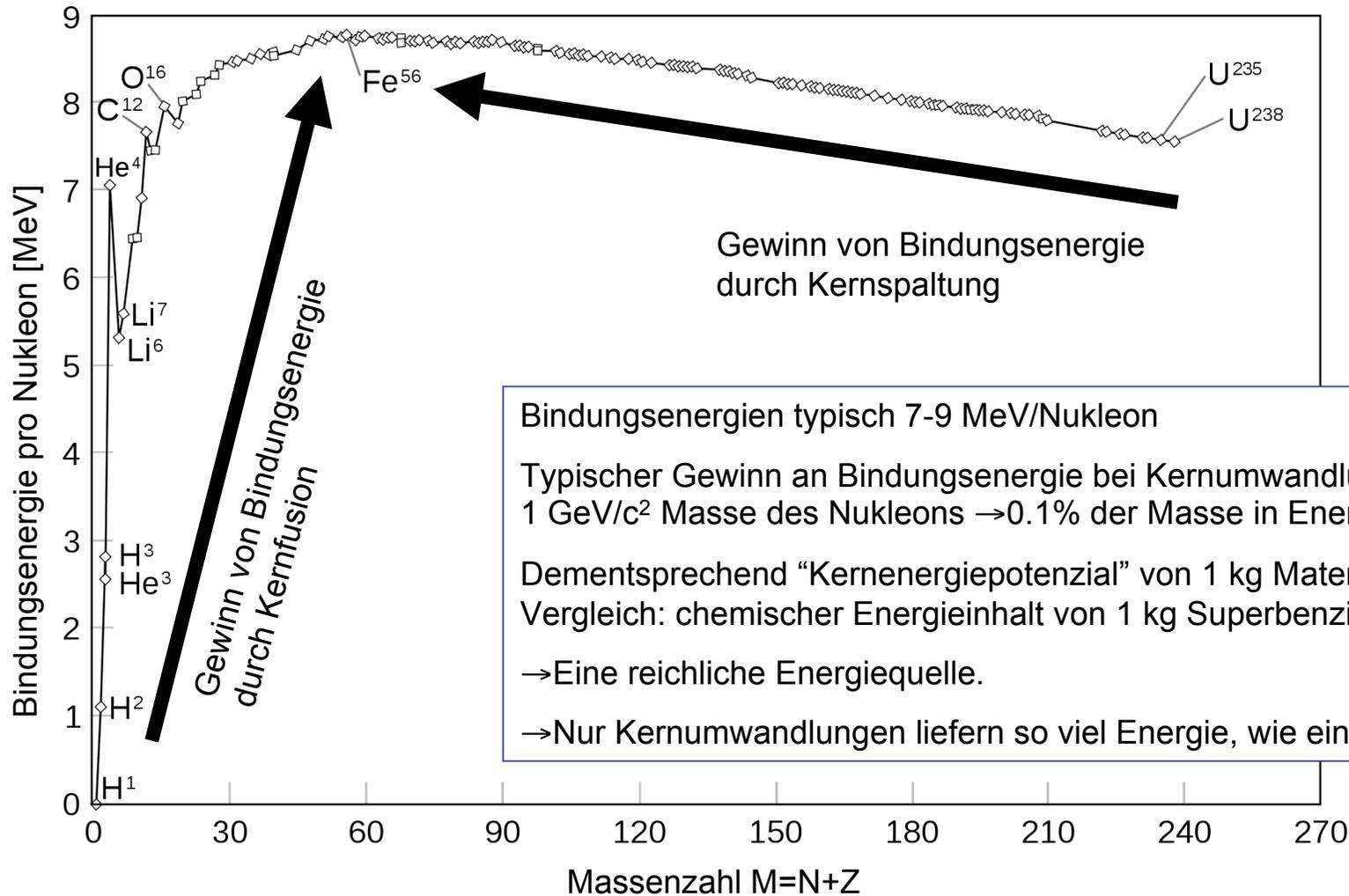
Masse $^{12}\text{C} = 11178 \text{ MeV}/c^2$

Durch den Zerfall $^{12}\text{N} \rightarrow ^{12}\text{C}$ werden also 17 MeV Energie frei.

Rosa = β^- -
instabile Kerne

Neutronenzahl N (Isotope eines Elements)

Globaler Verlauf der Bindungsenergie (je mehr Bindungsenergie, desto leichter der Kern)



Bindungsenergien typisch 7-9 MeV/Nukleon

Typischer Gewinn an Bindungsenergie bei Kernumwandlungen 1 MeV/Nukleon bei 1 GeV/c² Masse des Nukleons → 0.1% der Masse in Energie umgewandelt

Dementsprechend "Kernenergiepotenzial" von 1 kg Materie = 10^{14} Joule

Vergleich: chemischer Energieinhalt von 1 kg Superbenzin = 10^8 Joule

→ Eine reichliche Energiequelle.

→ Nur Kernumwandlungen liefern so viel Energie, wie ein Stern braucht.

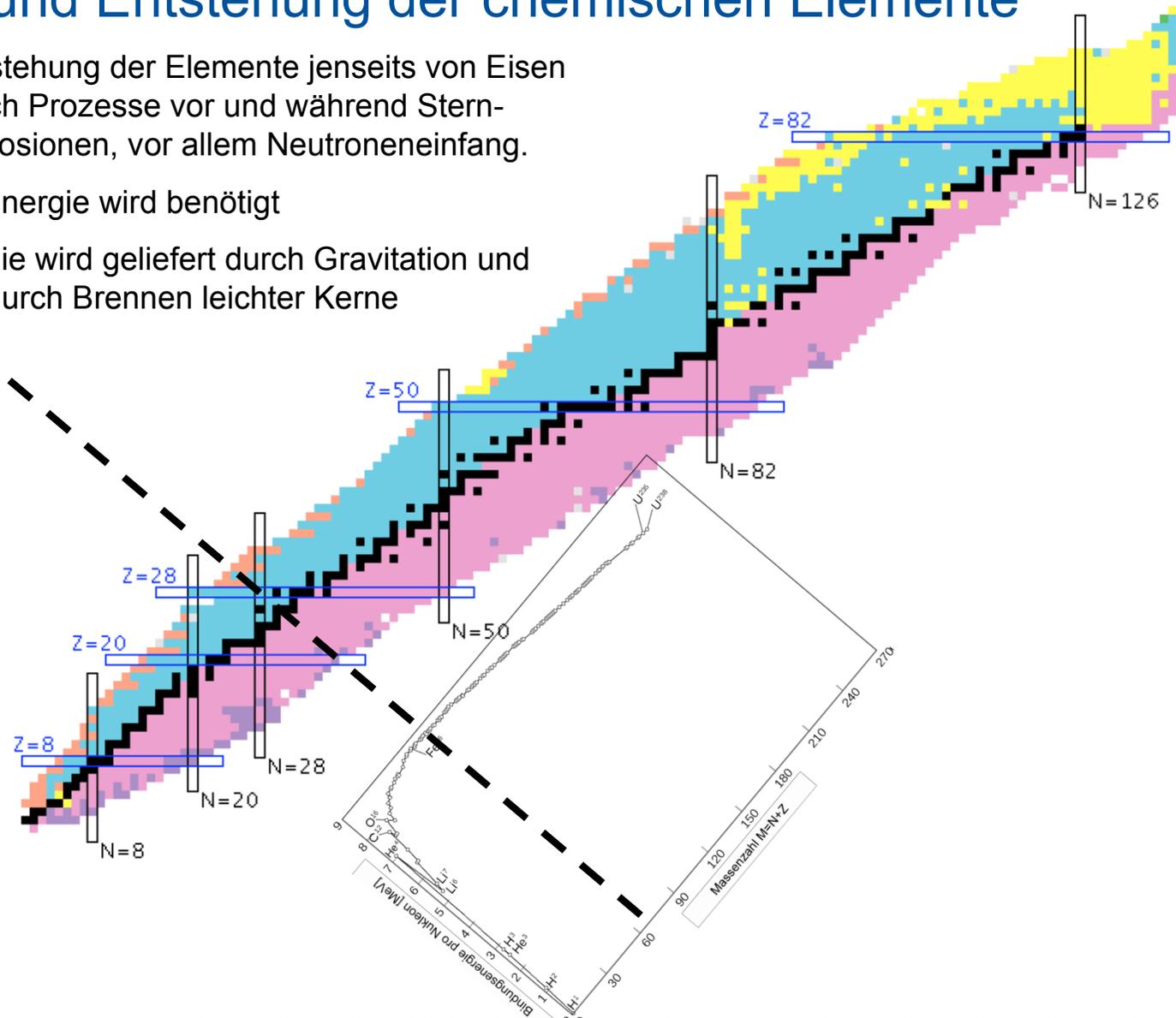
Bindungsenergie und Entstehung der chemischen Elemente

Entstehung der Elemente jenseits von Eisen durch Prozesse vor und während Sternexplosionen, vor allem Neutroneneinfang.

- Energie wird benötigt
- Sie wird geliefert durch Gravitation und durch Brennen leichter Kerne

Entstehung der Elemente bis zum Eisen durch Fusion ("Brennen") von leichteren Kernen zu schwereren Kernen, im Urknall oder in Sternen.

- Energieproduktion



Zur Notation von Zweikörper-Kernreaktionen

Projektil		Target		Ejektil		Restkern	
a	+	A	→	b	+	B	Kurz: A(a,b)B
Anfangszustand, „initial“, i				Endzustand, „final“, f			

a, A, b, B: Kurzform für beteiligte Kerne, z.B. ^{208}Pb
 Abkürzung für leichte Teilchen **p, d, t, α**

Es gelten Energie- und Impulserhaltung, unter Berücksichtigung der Kernmassen $m(a)$, $m(A)$, $m(b)$, $m(B)$:

$$m(a) + m(A) = m(b) + m(B) + Q$$

Q = sogenannter Q -Wert der Reaktion; $Q > 0$ bedeutet Energiegewinn bei der Reaktion
 $Q < 0$ bedeutet Energieverlust bei der Reaktion

Rechne statt der Massen zur Vereinfachung mit dem Massenüberschuss (*mass excess*) Δ :

$$\Delta(\text{Kern}) = m(\text{Kern}) - A \cdot \text{a.m.u.} \quad (\text{atomic mass unit, definiert als } 1/12 \text{ der } ^{12}\text{C}\text{-Masse}), \text{ z.B.}$$

$$\Delta(^{12}\text{N}) = 11195 \text{ MeV}/c^2 - 12 \cdot 931.494 \text{ MeV}/c^2 = 17 \text{ MeV}/c^2$$

Kernreaktionen: Definition des Wirkungsquerschnitts

Reaktion A(a,b)B	a= Projektil	A = Target
------------------	--------------	------------

- Geometrische Vorstellung: Immer, wenn ein Projektil die am Target “angeheftete” Fläche σ trifft, findet die Reaktion A(a,b)B statt

$$\frac{\text{Reaktionen}}{\text{Zeit}} = \sigma \cdot \text{Targetatome} \frac{\text{Projektile}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}}$$

- Praktisch messbar:

Targetatome pro Fläche	= Dicke * Dichte / Atommasse
Projektile pro Zeit	= Ionenstrom

$$\sigma = \frac{\frac{\text{Reaktionen}}{\text{Zeit}}}{\frac{\text{Targetatome}}{\text{Fläche}} \cdot \frac{\text{Projektile}}{\text{Zeit}}}$$

Besonderheiten:

- Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$
- Partieller Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{elast}} + \sigma_{\text{inelast}}$

Lebensdauer und Halbwertszeit

- Differentialgleichung des radioaktiven Zerfalls, und ihre Lösung:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \qquad N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-t/\tau}$$

- Lebensdauer τ , Zerfallskonstante λ und Halbwertszeit $t_{1/2}$

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln 2}$$

- Bei verschiedenen Zerfallsmöglichkeiten ein- und desselben Kerns addieren sich die $\lambda_{1,2}$:

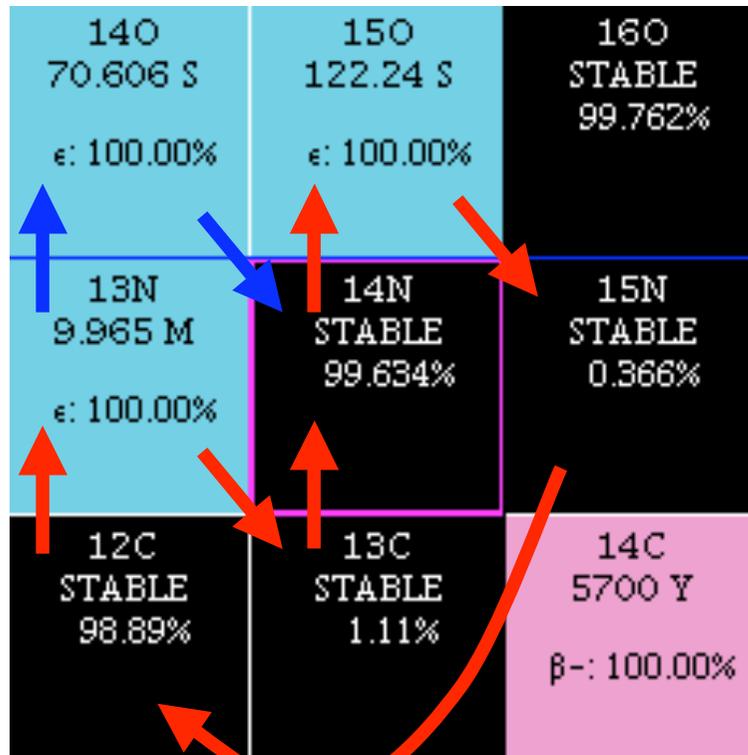
$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \dots$$

- Es kann auch konkurrierend zu einem radioaktiven Zerfall die Zerstörung desselben Kerns durch eine Kernreaktion auftreten:

$$\lambda_{\text{Reaktion}} = \sigma \frac{\text{Projektile}}{\text{Fläche} \cdot \text{Zeit}}$$

Gerechnet wird analog (Beispiel Hot-CNO-Zyklus)

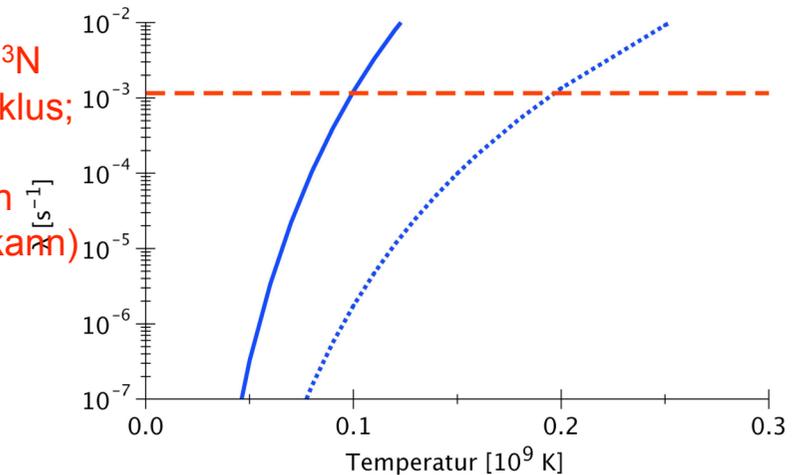
Beispiel für Konkurrenz zwischen Kernzerfall und Kernreaktion: CNO-Zyklus



Rot = normaler ("kalter")
Bethe-Weizsäcker-Zyklus
(CNO-Zyklus)

Blau = Heißer CNO-Zyklus

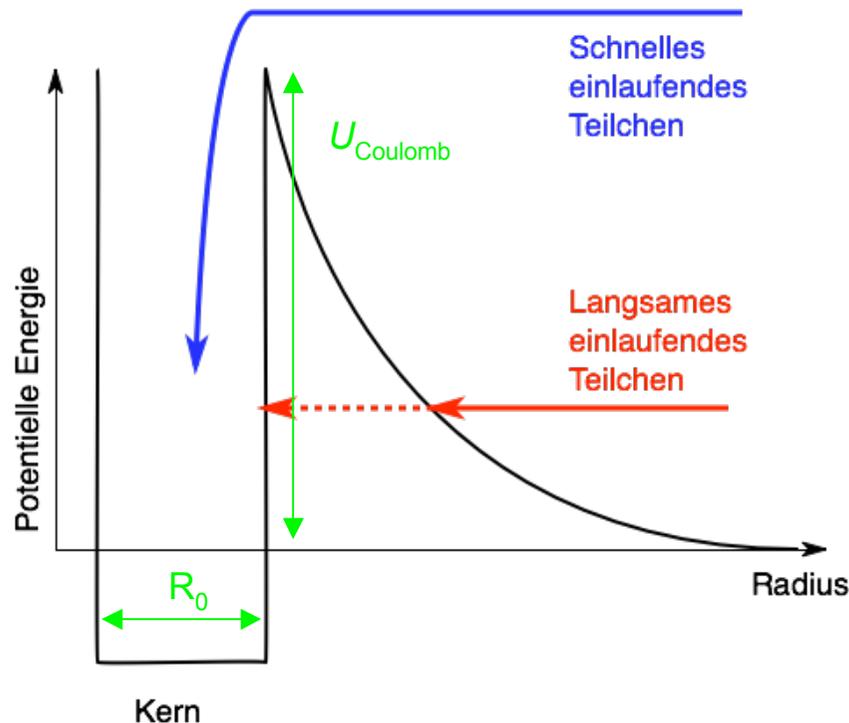
Rot: β-Zerfall von ^{13}N
(normaler CNO-Zyklus;
 ^{13}N zerfällt in aller
Regel, bevor es ein
Proton einfangen kann)



Blau: Rate für den Protoneneinfang an ^{13}N
für zwei verschiedene Dichten des Sterns,
in Abhängigkeit von der Temperatur
(heißer CNO-Zyklus, spielt nur eine Rolle
bei hohen Temperaturen, daher der Name)

- Bei astrophysikalischen Temperaturen sind Kernreaktionsraten stark temperaturabhängig,
- Analog zur Rate von chemischen Reaktionen: Höhere Temperatur, höhere Rate

Der Grund für die Temperaturabhängigkeit der Kern-Reaktionsrate (1)

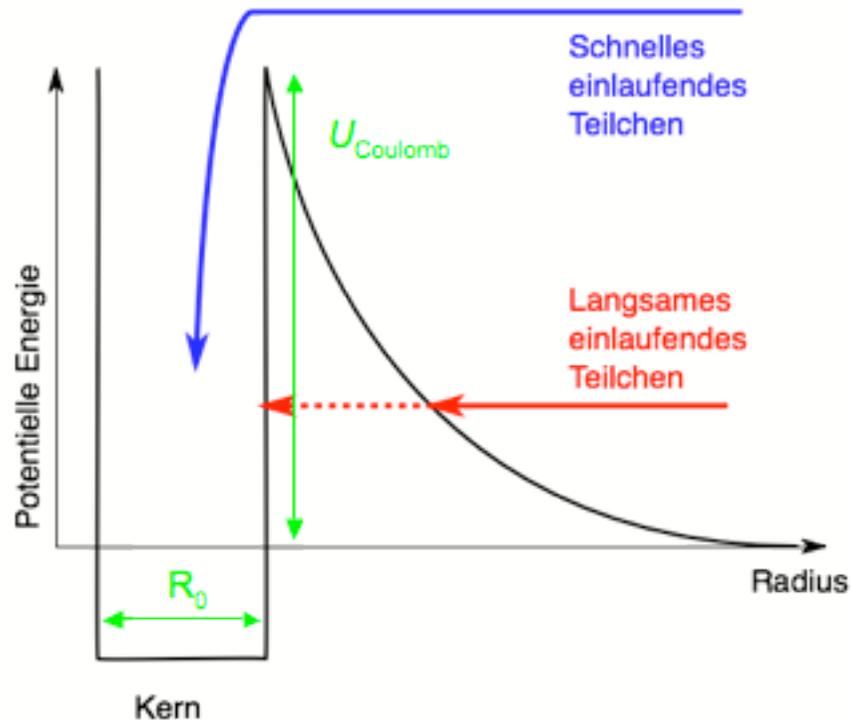


- Im Kerninnern wirkt die starke Kernkraft, aber ihre Reichweite ist kurz, 10^{-15} m (hier angenähert durch Kastenpotential).
- Außerhalb des Kerns wirkt die elektrostatische Abstoßung zwischen einem positiv geladenen Teilchen ($^1\text{H}^+$, $^4\text{He}^{2+}$ usw.) und der Kernladung (Coulomb-Kraft):

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} = 1.44 \text{ MeV} \frac{Z_1 Z_2}{r/\text{fm}}$$

- Setze nun $r = R_0$ (Radius des Kastenpotentials), dann erhält man für $U_{\text{Coulomb}} = U(R_0)$ die Höhe der sogenannten Coulombschwelle, typisch einige MeV.
- Um klassisch in den Kern einzudringen, muss das einlaufende Teilchen eine Energie $E > U_{\text{Coulomb}}$ haben. Die Einfangrate der einlaufenden Teilchen ist dann näherungsweise energieabhängig wie $1/v$ oder $E^{-0.5}$ (siehe Grundvorlesung Kern- und Teilchenphysik).
- Für langsamere Teilchen, $E < U_{\text{Coulomb}}$, bleibt nur das Eindringen mittels des quantenmechanischen Tunneleffekts.

Der Grund für die Temperaturabhängigkeit der Kern-Reaktionsrate (2)



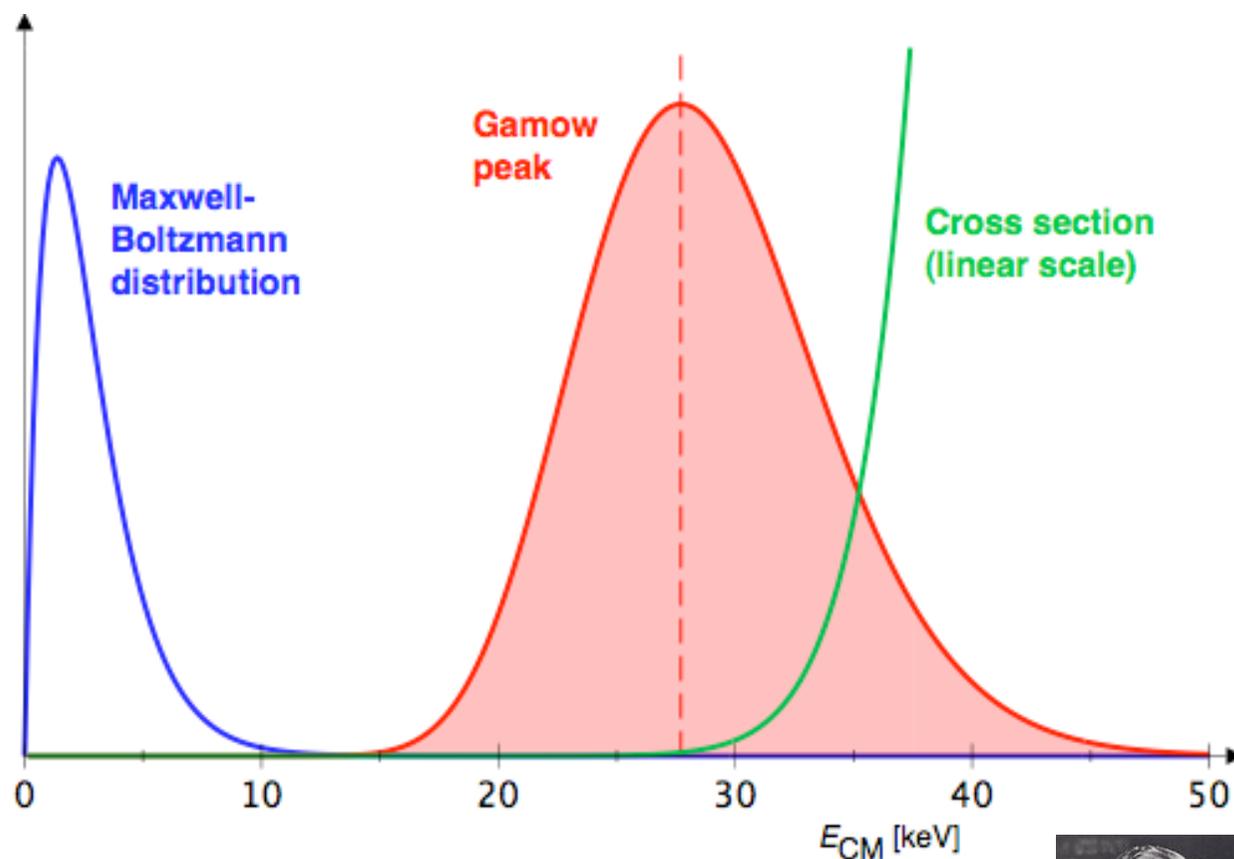
- Typische Werte für U_{Coulomb} sind einige MeV.
- Typische Werte für Temperaturen in astrophysikalischen Plasmen sind:
 - $10^7 \text{ K} \rightarrow k_B T = 0.0086 \text{ MeV}$ (Sonne)
 - $10^8 \text{ K} \rightarrow k_B T = 0.0086 \text{ MeV}$ (schwere Sterne, Nukleosynthesephase des Urknalls)
 - $10^9 \text{ K} \rightarrow k_B T = 0.086 \text{ MeV}$ (Sternexplosionen)
- Praktisch alle astrophysikalisch relevanten Prozesse spielen sich also weit unter der Coulombschwelle ab!
- Für die Tunnelwahrscheinlichkeit gilt (Quantenmechanik)

$$P(E) \propto \exp\left[-Z_1 Z_2 \alpha \left(\frac{\mu}{E}\right)^{0.5}\right]$$

d.h. eine sehr steile Energieabhängigkeit

Der Grund für die Temperaturabhängigkeit der Kern-Reaktionsrate (3)

- Das Maximum der thermischen Verteilung (Maxwell-Boltzmann-Verteilung) liegt bei einigen keV, deutlich unter der Coulombschwelle (MeV)
- Die Anzahl der stattfindenden Reaktionen wird bestimmt durch die Faltung zweier stark energieabhängiger Funktionen:
 1. Maxwell-Boltzmann-Verteilung
 2. Wirkungsquerschnitt (bestimmt durch die Wahrscheinlichkeit für das Durchtunnel der Coulombbarriere)
- Die Fläche unter dem Integral gibt die Rate an tatsächlich stattfindenden Reaktionen an.



Entdecker dieses Zusammenhangs:
George Gamow (1904-1968)



Übungsaufgaben

1. Wie ist der Q-Wert der Reaktionen ${}^3\text{He}(\alpha,\gamma){}^7\text{Be}$, ${}^{14}\text{N}(p,\gamma){}^{15}\text{O}$, ${}^7\text{Li}(p,n){}^7\text{Be}$, ${}^3\text{H}(d,n){}^4\text{He}$? Verwende für die Rechnung die Werte für den Massenüberschuss (mass excess) aus der aktuellen Massenevaluation (Suche nach AME2003 ... oder alternativ direkt)
<http://www.nndc.bnl.gov/amdc/masstable/Ame2003/mass.mas03>

2. Betrachte den radioaktiven Zerfall $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$, wobei 1 der radioaktive Mutterkern ist, 2 der ebenfalls radioaktive Tochterkern und 3 der stabile Endkern. Zu Anfang sei $N_1(t=0) = N_1^0$ und $N_2(t=0) = N_3(t=0) = 0$.
 - Leite die Differentialgleichung für die Änderung der Häufigkeit $dN_2(t) / dt$ her und gib die Funktion für $N_2(t)$ an.
 - Gib den Verlauf von $N_3(t)$ an.
 - Betrachte den Verlauf von N_1 , N_2 und N_3 für kleine Werte von t . Nähere die Exponentialfunktion in 1. Ordnung linear und diskutiere die Ergebnisse.

- Auf der Webseite <http://www.fzd.de/pls/rois/Cms?pOid=30632&pNid=2041> (www.fzd.de → Institute → Strahlenphysik → Vorlesungen und Praktika)

- Übung Donnerstag (gerade Wochen), 3. DS, SE2/122, nächste Übung: 22.04.2010

Zusammenfassung

- Durch Umwandeln eines Kerns in einen anderen (durch radioaktiven Zerfall oder Kernreaktionen) werden große Mengen an Energien freigesetzt, typisch 0.1% der Masse, Umrechnung mit $E = mc^2$
- Nur Kernumwandlungen liefern ausreichend Energie für die sehr aufwändigen Prozesse in Sternen.
- Die Rate von Kernreaktionen mit geladenen Teilchen ist stark von der Temperatur des astrophysikalischen Plasmas abhängig.